

# 多角度论述洛伦兹力做功问题

邓欣宇

(南京市金陵中学 江苏 南京 210005)

(收稿日期:2017-12-06)

**摘要:**高中课本对洛伦兹力做功问题的论述不够深入全面,学生极易产生迷惑.为了彻底搞清楚洛伦兹力做功问题,本文在对运动的带电小球在磁场中受力和运动分析的基础上,从功的定义、功率、力与速度关系及运动轨迹4个角度分析了洛伦兹力做功情况.小球动能的增加完全来源于外力做功,洛伦兹力分力做功在能量转换中只是起到“二传手”作用,对小球动能的增加没有本质来源作用.

**关键词:**洛伦兹力 做功 多角度

洛伦兹力是带电粒子在磁场中运动的驱动力,是研究带电粒子运动规律的基础,正确认识洛伦兹力,对于理解带电粒子在磁场中运动有重要作用.关于洛伦兹力做功高中《物理·选修3-1》中仅轻描淡写地说洛伦兹力总是与粒子的运动方向垂直,不对粒子做功.

但下面的问题中,似乎洛伦兹力又做了功.为了彻底搞清楚洛伦兹力是否做功,本文多角度地进行了论述.

## 1 问题描述

在空间有竖直方向的匀强磁场,磁感应强度为 $B$ ,方向垂直纸面向里.在磁场中有一长 $L$ ,内壁光滑且绝缘的细筒水平放置,筒底部有一质量为 $m$ ,带正电荷 $q$ 的小球.现使细管在水平面内以 $u$ 的速度向右匀速运动.问带电小球离开细筒时其动能增加多少?洛伦兹力所起的作用是什么?

## 2 受力分析

为了清晰地分析小球的运动,现建立直角坐标系 $xOy$ ,小球初始静止位置为坐标原点,细管运动方向为 $x$ 方向,垂直方向为 $y$ 方向,如图1所示.

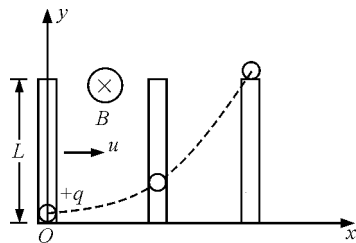
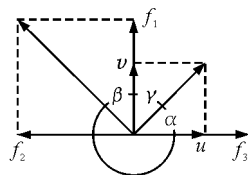


图1 直角坐标系

小球随细管一起沿 $x$ 正向运动,磁场对运动的带电小球有力的作用,这个力叫洛伦兹力.对于运动的正电荷,洛伦兹力的方向确定是正电荷运动方向与磁场方向所在的平面内,右手四指由正电荷运动方向旋转至磁场方向,大拇指所指的方向即是洛伦兹力的方向.如果是负电荷,大拇指所指方向的反方向即是洛伦兹力的方向.本例中,四指由 $u$ 旋转至 $B$ 方向,确立了因 $u$ 而产生的洛伦兹力 $f_1$ 指向 $y$ 的正方向.在洛伦兹力 $f_1$ 作用下,小球在 $y$ 方向运动,速度为 $v$ ,因 $v$ 又产生洛伦兹力 $f_2$ , $f_2$ 指向 $x$ 的负方向,如图2(a)所示.



(a)

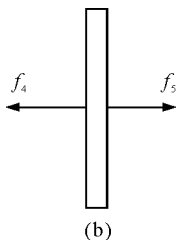


图2 受力分析

本例  $B$  和  $u$  垂直,洛伦兹力  $f_1$  和  $f_2$  的大小

$$f_1 = qBu \quad f_2 = qBv \quad (1)$$

由于小球沿  $x$  方向做匀速运动,小球在  $x$  方向的受力是平衡的,说明细管的管壁对小球有  $x$  正方向的弹性力  $f_3$ ,有

$$f_2 = -f_3$$

由牛顿第三定律作用力与反作用力关系知道,细管的管壁对小球有  $x$  负方向的弹性力,同时细管的管壁受到小球对其  $x$  正方向的弹性力  $f_4$ ,如图2(b)所示,有

$$f_4 = -f_3 = f_2 \quad (2)$$

由于细管沿  $x$  方向做匀速运动,其  $x$  方向受力是平衡的,则细管还要受到外力  $f_5$  作用

$$f_5 = -f_4 \quad (3)$$

由式(2)和式(3)知道, $f_5 = -f_2$ .这说明外力  $f_5$  与洛伦兹力  $f_2$  大小相等,方向相反.

上面的分析中出现了两个洛伦兹力,它们与小球运动速度存在“先后”关系,如图3所示.

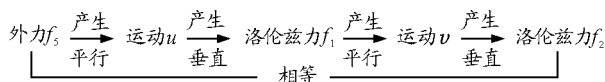


图3 力与运动的关系

图中可见:力产生了运动,此时力是“母”,运动是“子”,两者相平行.运动产生洛伦兹力,此时运动是“母”,洛伦兹力是“子”,两者相垂直.

### 3 运动分析

将  $x, y$  方向分别应用牛顿第二定理,得

$$\begin{cases} F_{x\hat{}} = ma_x = 0 \\ F_{y\hat{}} = f_1 = qBu = ma_y \end{cases} \quad (4)$$

小球沿  $x$  轴做匀速运动,沿  $y$  轴做初速度为零的匀

加速运动.

小球离开细管时速度

$$\begin{cases} u_x = u \\ u_y = v = \sqrt{2a_y L} = \sqrt{2 \frac{qBuL}{m}} \end{cases} \quad (5)$$

小球离开细管时动能增加

$$\Delta E_k = \frac{1}{2}mv^2 = qBuL \quad (6)$$

小球运动方程

$$\begin{cases} x = ut \\ y = \frac{1}{2} \frac{qBu}{m} t^2 \end{cases} \quad (7)$$

消去式(7)中的  $t$ ,得小球轨迹方程

$$y = \frac{1}{2} \frac{qB}{mu} x^2 \quad (8)$$

这是一个二次函数.

## 4 做功分析

本文从功的定义、功率、力与速度关系及运动轨迹4个角度分析洛伦兹力做功情况.

### 4.1 功的定义角度

功的定义为  $W = F_s \cos \theta$ ,一个力做功与否,取决于力和物体在力的方向上发生的位移,与力的名称、性质无关.对于本例中,在洛伦兹力  $f_1$  的方向上,小球有位移,所以洛伦兹力  $f_1$  对小球是做功的.  $f_1$  大小不变,在小球离开细管时,其位移为  $L$ .  $f_1$  做功

$$W_{f_1} = f_1 L = qBuL \quad (9)$$

洛伦兹力  $f_2$  的反方向上,小球也有位移,所以洛伦兹力  $f_2$  对小球也做功,为负功.  $f_2$  大小是变化的,  $f_2$  做功的计算需用积分,在小球离开细管时,  $f_2$  反方向位移为  $s$ .  $f_2$  所做的功

$$\begin{aligned} W_{f_2} &= - \int_0^s f_2 ds = \\ &= - \int_0^t qBvu dt = -qBu \int_0^t v dt = -qBuL \end{aligned} \quad (10)$$

洛伦兹力  $f_1$  与  $f_2$  做功总和

$$W_{f_1} + W_{f_2} = 0 \quad (11)$$

洛伦兹力  $f_1$  与  $f_2$  做功总和为零.

## 4.2 功率角度

功率是指力在单位时间内做的功,功率=力×速度.

$f_1$  和  $f_2$  的功率

$$P_{f_1} = f_1 v = qBuv$$

$$P_{f_2} = -f_2 u = -qBvu \quad (12)$$

所以

$$P_{f_1} + P_{f_2} = 0 \quad (13)$$

洛伦兹力  $f_1$  与  $f_2$  每个时刻功率之和为零,则  $f_1$  与  $f_2$  一段时间内做功总和必为零,即洛伦兹力  $f_1$  与  $f_2$  做功总和为零.

## 4.3 力与速度关系角度

图2(a)中  $f_1$  和  $f_2$  的合力与  $u$  和  $v$  的合速度有何关系?

$$\tan \beta = \frac{f_2}{f_1} = \frac{qBv}{qBu} = \frac{v}{u} = \tan \alpha \quad (14)$$

$$\alpha = \beta \quad \beta + \gamma = \alpha + \gamma = 90^\circ \quad (15)$$

可见  $f_1, f_2$  的合力与  $u, v$  的合速度垂直.也就是说洛伦兹力的合力与小球的合运动方向垂直.所以洛伦兹力的合力对小球的合运动做功为零.

## 4.4 运动轨迹角度

小球在  $y$  方向做匀加速直线运动,  $y$  方向速度  $v$  满足下列关系

$$v = a_y t = \frac{qBu}{m} t = \frac{qBx}{m} \quad (16)$$

所以

$$\frac{qBx}{mu} = \frac{v}{u} = \frac{qBv}{qBu} = \frac{f_2}{f_1} \quad (17)$$

对小球轨迹方程式(8)求导,得出

$$\frac{dy}{dx} = \frac{qBx}{mu}$$

所以

$$\frac{dy}{dx} = \frac{qBx}{mu} = \frac{f_2}{f_1}$$

$$f_1 dy = f_2 dx \quad (18)$$

$$W_{f_1} + W_{f_2} =$$

$$\int_0^L f_1 dy - \int_0^{x_L} f_2 dx = 0 \quad (19)$$

式中  $x_L$  是小球在  $y$  方向运动的位移  $L$  对应的  $x$  方

向的位移.

以上从4个角度分析了洛伦兹力的合力对小球的合运动做功为零.

## 4.5 洛伦兹力的作用

既然洛伦兹力的合力对小球的合运动做功为零,那么小球离开细管时动能为什么会增加?下面来解释这个问题.

前面已证明得出外力  $f_5$  与洛伦兹力  $f_2$  大小相等,方向相反,  $f_5 = -f_2$ . 则外力  $f_5$  在  $x$  方向做正功,考虑到式(6)、式(9)和式(11)得

$$W_{f_5} = -W_{f_2} = W_{f_1} = \Delta E_k \quad (20)$$

说明外力克服洛伦兹力  $f_2$ , 通过洛伦兹力  $f_1$  做功转化,外力做功转变为小球动能的增加.

也就是说小球动能的增加完全来源于外力做功,洛伦兹力在其中只是起到“二传手”作用,对小球动能的增加没有本质来源作用.

## 5 结论

(1) 细管中带电小球在磁场中随细管做匀速直线运动的同时,还做匀加速直线运动,带电小球运动轨迹为二次函数.

(2) 洛伦兹力的合力与小球的合运动方向垂直.

(3) 从功的定义、功率、力与速度关系及运动轨迹4个角度分析得出洛伦兹力的合力对小球的合运动做功为零.

(4) 小球动能的增加完全来源于外力做功,洛伦兹力分力做功在能量转换中只是起到“二传手”作用,对小球动能的增加没有本质来源作用.

## 参考文献

- 黎宗传. 如何理解洛伦兹力的做功问题. 中学物理教学参考, 1999, 28(9): 13 ~ 14
- 田培银. 论洛伦兹力做功的教学价值. 中学物理教学参考, 1999, 28(8): 6 ~ 9
- 王露莹, 云文在. 微积分在高中物理学习中的应用. 阴山学刊, 2017, 31(1): 112 ~ 113