

关于平板电容器教学的两点注记

郑文珍

(衢州学院教师教育学院 浙江 衢州 324000)

(收稿日期:2018-01-12)

摘要:以平行板电容器为例,用统计平均的方法对其充电过程中电子定向移动的漂移速度、充电电流的大小与场强和位移的关系作了严格的量化分析;同时对非平行板情况下电容器电容的表达式进行了较为简明的导出与讨论.

关键词:平行板电容器 充电电流 统计平均 非平行板电容器

电容器是现代电工电子技术中的重要元件,有关电容器的教学也是大学物理课程教学的一个重要组成部分^[1].而在众多琳琅满目的各式电容器中,平行板电容器因其结构简单、便于计算的优点而作为常用电容器的代表在相关理论推导、能量储存、介质极化、耦合回路等多个方面得到了典型应用.但在实际的大学物理教学中,除对平行板电容器作了最基本的讨论外,对平行板电容器的其他特征却极少涉及^[2,3],对其物理本质也缺少深层次的剖析.为了更进一步阐明平行板电容器的典型特征,下面通过两个例子对这一问题作一些物理上的拓展和延伸,以丰富电容器内容的教学.

1 充电电流与场强的关系

对于一个两极板间充以空气的空气平行板电容器,当其充电时,考虑一个质量为 m ,电荷量为 e 的电子,在电场 E 作用下,其运动速度由无规则热运动的速度和在电场力作用下的定向运动速度叠加而成.则有

$$ma = -eE \quad (1)$$

即,由电场作用而产生的加速度为

$$a = -\frac{e}{m}E \quad (2)$$

而电子的运动是在不断的碰撞中进行的,设电子每两次碰撞之间的自由时间为 τ ,碰撞后速度为 v_0 ,则电子在两次碰撞之间的平均自由程为

$$\lambda = v_0 t + \frac{1}{2}at^2 = v_0 t + \frac{1}{2} \frac{e}{m}Et^2 \quad (3)$$

由于电子是全同的,对大量电子的平均自由程求统计平均,并注意到 v_0 的平均值为零,则有

$$\bar{\lambda} = \frac{eE}{2m} \overline{t^2} \quad (4)$$

则电子定向运动的漂移速度为

$$u = \frac{\bar{\lambda}}{\tau} = \frac{eE}{2m} \frac{\overline{t^2}}{\tau} \quad (5)$$

设 N 为电子总数(为宏观量),根据大数微观粒子热运动统计规律的定义^[4],得

$$\frac{\overline{t^2}}{\tau} = \frac{\int_0^{\infty} Nt^2 e^{-\frac{t}{\tau}} dt}{\int_0^{\infty} Ne^{-\frac{t}{\tau}} dt} = 2\tau^2 \quad (6)$$

式(6)代入式(5),得到

$$u = -\frac{e}{m}\tau E \quad (7)$$

设导体中电子数密度为 n ,则电容器充电时的电流密度为

$$j = -neu = \frac{n}{m}e^2\tau E \quad (8)$$

若令 $\sigma = \frac{n}{m}e^2\tau$,则 $j = \sigma E$. 显见,式(8)即为欧姆定律的微分形式.

故通过任一截面 S 的充电电流为

$$I = \int_S \mathbf{j} \cdot d\mathbf{S} = \int_S \frac{n}{m}e^2\tau \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} \quad (9)$$

式(9)表明,电流实际上是由大量电子运动统计平均值的结果,是由电荷的连续传输造成的.当电容器未充电时,体内无电场,自由电子没有定向运动,从而导线中无电流;但当对电容器充电时,电场就会把场源变化的信息很快传输出去,使电子迅速达到重新分布,电路里建成了电场,推动当地的电子做定向运动从而形成电流.在对电容器充电时,充电电流取决于所有参加导电的电子相对于晶格位移的统计平均值,电流的大小与电场强度 \mathbf{E} 和截面积 \mathbf{S} 有直接的关系.这也是宏观电流连续性的具体体现.

2 非平行板电容器

设有一非平行板电容器,如图1所示,两极板A和B形状相同,其长和宽分别为 L 和 l ,A,B延伸后相交于点 O ,交角为 θ ,点 O 与极板近、远端的距离分别为 a 和 b .考虑两极板虽非平行,但其间距很小,忽略边缘效应.

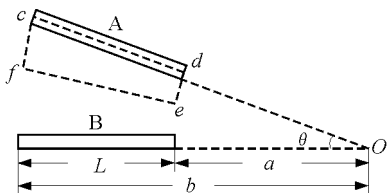


图1 非平行板电容器

设两极板分别带等量异号电荷 $\pm q$,在两极间距点 O 分别为 r 和 r' 处的场强分布分别为 \mathbf{E} 和 \mathbf{E}' .由电荷分布的对称性,在A,B的角平分面上,每一点的场强都与该面垂直,该面为等势面.因此沿场强 \mathbf{E} 和 \mathbf{E}' 计算的电势差相等,有

$$\int_A^B \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = \int_A^B \mathbf{E}' \cdot d\mathbf{l}$$

即

$$Er\theta = E'r'\theta \quad (10)$$

故

$$E = \frac{r'}{r} E' \quad (11)$$

选取一个包围A极板内表面的闭合高斯面 $cdefc$,显见,只有与电场线垂直的 ef 平面对所取高斯面的电场强度通量有贡献,即

$$\oint_{cdefc} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} = \int_{ef} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S}$$

故由高斯定理

$$\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} = \frac{q}{\epsilon_0}$$

得

$$\frac{q}{\epsilon_0} = \int_{ef} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} = \int_a^b \frac{r'}{r} E' l dr = E' r' l \ln \frac{b}{a} \quad (12)$$

从而,得到

$$E' = \frac{q}{\epsilon_0 r' l \ln \frac{b}{a}} \quad (13)$$

式(13)代入式(11),得到非平行板电容器极板间的场强分布为

$$E = \frac{q}{\epsilon_0 r l \ln \frac{b}{a}} \quad (14)$$

进而可得,此非平行板电容器极板间电势差为

$$u = Er\theta = \frac{q\theta}{\epsilon_0 l \ln \frac{b}{a}}$$

故求得此电容器的电容为

$$C = \frac{q}{u} = \frac{\epsilon_0 l}{\theta} \ln \frac{b}{a} \quad (15)$$

显见,此电容器的电容除依赖于本身的形状外,还与其相对位置及两极板的交角等自身特征相关,而与其他条件无关,满足电容器电容遵从的共性.

如果两极板间最小距离为 d ,则当 $\theta \rightarrow 0$ 时, $d = a\theta$;当 $b-a = L \ll a$ 时,由 $\ln(1+x)$ 的幂级数展开式

$$\ln(1+x) \approx x - \frac{1}{2}x^2$$

从而式(15)可化为

$$C = \frac{\epsilon_0 Ll}{d} \left(1 - \frac{L\theta}{2d}\right) \quad (16)$$

式中 $Ll = S$,为极板面积,由式(11)可知 $\theta = 0$ 时,括号中第二项为零,则式(16)即退化为平板电容器的电容表达式.

若极板为正方形,即 $L = l$,则有

$$C = \frac{\epsilon_0 L^2}{d} \left(1 - \frac{L\theta}{2d}\right) \quad (17)$$

与相关文献结果一致^[5].

参考文献

- 1 教育部高等学校物理学与天文学教学指导委员会,物理基础课程教学指导分委员会.理工科类大学物理课程教学基本要求.北京:高等教育出版社,2011

(下转第29页)

Thinking on the Physics Teaching of Science and Engineering under the Background of Strengthening Basic Scientific Research

—Taking Liupanshui Normal University as Example

Zhai Ying Zhu Kun

(School of Electrical Engineering, Liupanshui Normal University, Liupanshui, Guizhou 553001)

Abstract: Focus deploy on Strengthening Basic Scientific Research and attach importance to the key basic subject, physics, to deploy the basic research system. Physical elementary course plays an extremely important role in talent cultivation in science and engineering. But there exist many problems about the physics teaching of science and engineering, for instance, unsatisfactory teaching efficiency resulted from unreasonable period distribution under the circumstance of physics teaching in university and unreasonable teaching methods resulted from teachers and students' unclear object of physics teaching. We should take action to solve these problems to strengthen basic scientific research under the circumstance of slowly changing of teaching system of university. Take Liupanshui normal university's situation of physics teaching as example to analyze and put forward some suggestions and measures.

Key words: basic scientific research; university; physics teaching; problems; measures

(上接第 25 页)

2009. 287 ~ 290

- 2 马文蔚,周雨青,解希顺. 物理学教程(第3版)下册. 北京:高等教育出版社,2016. 47 ~ 52
- 3 施建青. 大学物理学(上册). 北京:高等教育出版社,

- 4 徐龙道. 物理学词典. 北京:科学出版社,2004. 490
- 5 赵凯华,陈熙谋. 新概念物理学教程·电磁学. 北京:高等教育出版社,2004. 79

Two Notes on the Teaching of Parallel – plate Capacitor

Zheng Wenzhen

(College of Teacher Education, Quzhou University, Quzhou, Zhejiang 324000)

Abstract: The paper is intended to take a strict quantitative analysis on the relationship between its drift velocity of directional movement, its size of the current, its voltage and displacement in the charging process of parallel – plate capacitor with the method of statistical average method; At the same time, the paper aims to make a brief introduction and discussion about the expression of capacitor capacitance in the case of non – parallel plate.

Key words: parallel – plate capacitor; charging current; statistical average; non – parallel – plate capacitor