

## 斜拉动滑轮时的机械效率分析

刘 勇

(杭州英特外国语学校 浙江 杭州 311121)

(收稿日期:2018-01-12)

**摘要:**一直以来,中学物理教学中都不太涉及对于斜着拉动动滑轮时力做功问题的细致分析,但是在这个问题上,很多学生和教师经常会出错,所以有必要对此问题进行详细的梳理.

**关键词:**斜拉 动滑轮 机械效率

在贵刊2017年第9期“一道动滑轮机械效率实验题的思考”<sup>[1]</sup>一文中,作者得到“就算是理想滑轮组,斜着拉动动滑轮时的机械效率会变低”的结论,笔者不赞同这个结论,在此提出自己的想法,与大家讨论.

**【例题】**如图1所示,忽略绳重和动滑轮轴处的摩擦,人斜向上用力拉绳,将物体匀速拉升 $h$ 高度,动滑轮左边的绳子与竖直方向的夹角始终保持不变,为 $\theta$ ,动滑轮右边的绳子与竖直方向的夹角为 $\theta'$ .设人对绳子自由端的拉力为 $F$ ,动滑轮重量为 $G_{动}$ ,物体重力为 $G_{物}$ .此时的机械效率和竖直向上用力拉绳时相比\_\_\_\_\_(变大、不变、变小)

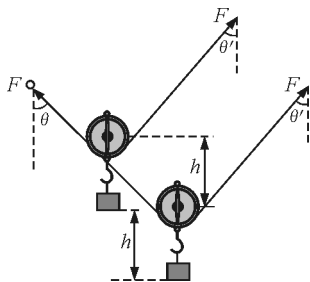


图1 例题题图

**解析:**因为忽略绳重和摩擦,动滑轮左右两端的绳子拉力均为 $F$ .将动滑轮和跨接其上的绳子看作一个整体,由于动滑轮沿左边绳子做匀速滚动,可知整体的质心在做匀速直线运动.根据质心运动定理<sup>[2]</sup>,整体所受合力应该为零.对整体作受力分析可得

$$\theta = \theta'$$

$$F = \frac{G_{物} + G_{动}}{2\cos\theta}$$

如图2和图3所示,设一开始人对绳子的拉力作用点为 $A$ ,重物上升 $h$ 时,动滑轮由位置1移到位置2,上升高度也为 $h$ .动滑轮轴心由 $O_1$ 位置移到 $O_2$ 位置(图中 $O_1$ 和 $O_2$ 未画).在位置1处 $A$ 点如图2(c)所示,相对于动滑轮轴心的位矢 $\vec{O_1'A}$ 与位置2处 $B$ 点如图2(b)所示,相对于动滑轮轴心的位矢 $\vec{O_2'B}$ 相同.因为当动滑轮由位置1移到位置2时,原本属于动滑轮左侧的一段长为 $x$ (由于 $x$ 与动滑轮轴心的移动距离 $O_1O_2$ 长度相等,可得 $x = \frac{h}{\cos\theta}$ )的绳子会被拉到动滑轮右侧去.所以原本的拉力作用点 $A$ 将转移至 $A'$ , $A'$ 与 $B$ 的距离等于 $x$ .拉力作用点相对于动滑轮轴心的位矢由 $\vec{O_1'A}$ 变为 $\vec{O_2'A'}$ .拉力作用点相对于动滑轮轴心的位移 $\vec{O_2'A'} - \vec{O_1'A} = \vec{BA'}$ (由 $\vec{O_1'A} = \vec{O_2'B}$ 可得).

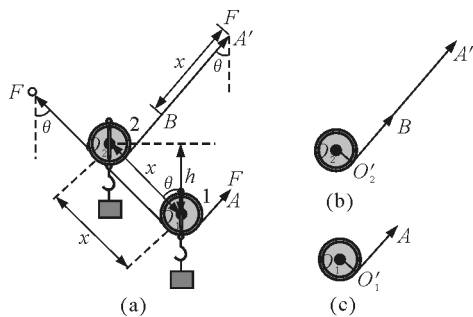
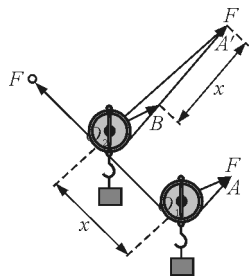


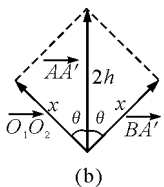
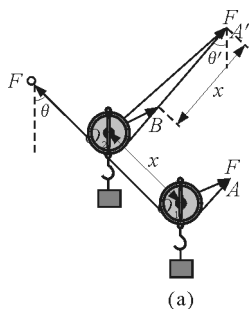
图2 动滑轮由位置1移到位置2分析

图3 作  $\vec{O}_2B = \vec{O}_1A$ 

为了求出拉力作用点相对于地面产生的位移,可以利用经典力学伽利略坐标变换公式

$$\boldsymbol{r} = \boldsymbol{R} + \boldsymbol{r}' \quad (1)$$

其中  $\boldsymbol{r}$  为某质点相对于  $k$  参考系产生的位移,  $\boldsymbol{r}'$  为同一个质点相对于  $k'$  参考系产生的位移,  $\boldsymbol{R}$  为  $k'$  参考系相对于  $k$  参考系产生的位移. 若将地面当作  $k$  参考系, 动滑轮轴心当作  $k'$  参考系, 则有  $\boldsymbol{r}' = \vec{BA}$ ,  $\boldsymbol{R} = \vec{O_1O_2}$ , 如图4所示, 由矢量合成法则可得拉力作用点产生的位移  $\boldsymbol{r} = \vec{AA'}$ , 大小为  $2h$ , 方向竖直向上.

图4 动滑轮轴心当作  $k'$  参考系

拉力所做的总功为

$$W_{\text{总}} = \boldsymbol{F} \cdot \boldsymbol{r} =$$

$$\frac{G_{\text{物}} + G_{\text{动}}}{2\cos\theta} \cdot 2h\cos\theta = (G_{\text{物}} + G_{\text{动}})h$$

这个结果与竖直拉动滑轮时是一样的. 所以斜拉动滑轮时, 机械效率并不会如文献[1]中所说的“机械效率会变低”.

文献[1]认为: 因为动滑轮在水平方向上有一

段位移, 导致作用在绳子自由端拉力的水平分力做了额外功. 这种看法犯了力和位移对应的对象不一致的错误, 与动滑轮的位移相对应的应该是作用在动滑轮上的力. 事实上, 人对绳子自由端的拉力并没有作用在动滑轮上, 而是作用在绳子自由端. 所以, 人对绳子的拉力应该对应绳子自由端的位移. 如前文所述, 绳子自由端并没有产生水平方向的位移, 所以人的拉力的水平分力其实并没有做功. 如果一定要用动滑轮的位移来计算总功, 与动滑轮的位移相对应的力则应该是跨接在动滑轮上, 与动滑轮有接触的那段绳子对动滑轮施加的力. 这段绳子有一定的长度, 可将其分成许多长度很小的绳元, 因为每一个绳元都对动滑轮有力的作用, 所以动滑轮受到的绳子的力为一个空间力系. 空间力系可以向空间任一点等效简化为一个合力和一个合力偶矩, 合力偶矩为力系中每一个力对于简化中心点的力矩之和[3]. 可以将绳子对动滑轮作用的空间力系向动滑轮轴心简化.

由于动滑轮质心在做匀速直线运动, 加速度为零, 由质心运动定理可知绳子对动滑轮的合力的大小刚好等于动滑轮和物体的总重量, 方向竖直向上; 又根据定轴转动定理[2], 可知绳子对动滑轮的力对于轴心的力矩之和也为零. 综合可得: 绳子对动滑轮的力可等效简化为一个作用点在动滑轮轴心, 大小等于动滑轮和物体的总重量, 方向竖直向上的力. 因为动滑轮在水平方向的位移与力的方向垂直, 没有产生功, 可得此时的总功大小与竖直拉绳时完全一样. 所以, 对于忽略绳重和轮轴处摩擦的理想滑轮, 斜着拉动时与竖直拉动时相比, 动滑轮的机械效率不变.

## 参考文献

- 徐正. 一道动滑轮机械效率实验题的思考. 物理通报, 2017(9): 49 ~ 50
- 程守洙, 江之永. 普通物理学 1. 北京: 高等教育出版社, 1998. 133, 201
- 哈尔滨工业大学理论力学教研室. 理论力学(I). 北京: 高等教育出版社, 2002. 83 ~ 85