

两均匀带电半球壳静电相互作用力解法讨论

张勇 潘磊 桑芝芳

(苏州大学物理与光电·能源学部 江苏 苏州 215006)

(收稿日期:2018-01-25)

摘要:应用两种方法讨论了两均匀带电半球壳之间的静电相互作用问题.

关键词:静电学 均匀带电半球壳 静电相互作用力

两个带电体之间的静电相互作用问题是大学物理和高中物理的重要内容,也是高考和竞赛中考查的热点,本文对两个均匀带电半球壳之间的静电相互作用问题进行了讨论.

【题目】如图1所示,两个均匀带电半球壳A、B的半径为 R ,总电荷量为 Q ,两半球壳紧密接触在一起,求A、B之间的静电相互作用力?

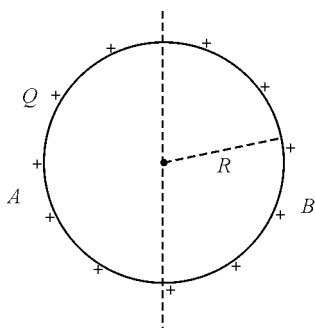


图1 题图

1 问题分析

如图2所示,取右半球壳B为研究对象,求A、B之间的静电相互作用力即要求左半球壳A对右半球壳B的静电作用力.

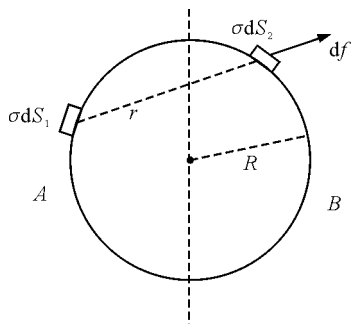


图2 半球壳A、B分别取面电荷元

我们可以在半球壳A上任取一个面电荷元

σdS_1 (其中电荷面密度 $\sigma = \frac{Q}{4\pi R^2}$), 在半球壳B上也

取一个面电荷元 σdS_2 , 两面电荷元之间的距离为 r , 由库仑定律可得面电荷元 σdS_1 对面电荷元 σdS_2 的静电作用力为

$$d\mathbf{f} = \frac{\sigma^2 dS_1 dS_2}{4\pi\epsilon_0 r^3} \mathbf{r}$$

式中 \mathbf{r} 的方向从面电荷元 σdS_1 指向面电荷元 σdS_2 , 根据叠加原理, 作用于面电荷元 σdS_2 的总静电力等于半球壳A上所有电荷元作用于该面电荷元的静电力的矢量和, 所以半球壳A上所有电荷对面电荷元 σdS_2 的静电作用力为

$$d\mathbf{F} = \iint_{S_A} \frac{\sigma^2 dS_2}{4\pi\epsilon_0 r^3} \mathbf{r} dS_1$$

因此半球壳A对半球壳B的静电作用力为

$$\mathbf{F} = \int_{S_B} \int_{S_A} \frac{\sigma^2}{4\pi\epsilon_0 r^3} \mathbf{r} dS_1 dS_2$$

式中 S_A 和 S_B 分别为半球壳A和B的面积. 但上述双重面积分比较复杂, 很难得到解析结果, 下面我们作进一步分析.

如图3所示, 在半球壳B上取面电荷元 σdS , 设半球壳A上的所有电荷在面电荷元 σdS 处产生的电场为 \mathbf{E}_A , 半球壳B上除面电荷元 σdS 外的所有电荷在面电荷元 σdS 处产生的电场为 \mathbf{E}_B .

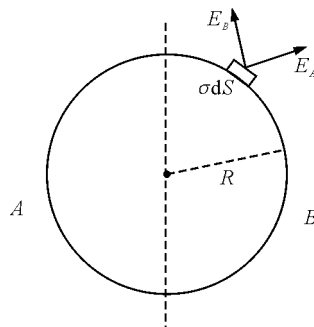


图3 半球壳B上取面电荷元

半球壳A对面电荷元 σdS 的静电作用力为

$$d\mathbf{F} = \sigma \mathbf{E}_A dS$$

均匀带电半球壳 A 对 B 的作用力为

$$\mathbf{F} = \iint_{\text{半球壳}B} \sigma \mathbf{E}_A dS \quad (1)$$

这便是我们所要求的问题。

半球壳 B 上除面电荷元 σdS 外,其他所有电荷对面电荷元 σdS 的静电作用力为

$$d\mathbf{F}' = \sigma \mathbf{E}_B dS$$

组成均匀带电半球壳 B 的各面电荷元之间总的静电相互作用力为

$$\mathbf{F}' = \iint_{\text{半球壳}B} \sigma \mathbf{E}_B dS$$

由于组成均匀带电半球壳 B 的各面电荷元之间静电相互作用力总是成对出现的,因而相互抵消,因此有

$$\mathbf{F}' = \iint_{\text{半球壳}B} \sigma \mathbf{E}_B dS = 0$$

式(1)也可以写为

$$\mathbf{F} = \mathbf{F} + \mathbf{F}' = \sigma \iint_{\text{半球壳}B} (\mathbf{E}_A + \mathbf{E}_B) dS = \sigma \iint_{\text{半球壳}B} \mathbf{E} dS \quad (2)$$

其中 $\mathbf{E} = \mathbf{E}_A + \mathbf{E}_B$,即为除面电荷元 σdS 外半球壳 A, B 上其他所有电荷在面电荷元 σdS 处产生的电场强度。

设面电荷元 σdS 在其附近产生的电场为 \mathbf{E}_0 ,因此 $\mathbf{E} + \mathbf{E}_0$ 即为均匀带电整个球壳在面电荷元 σdS 处的电场强度.由均匀带电球壳的电场分布可知,在球壳外表面附近有

$$\mathbf{E} + \mathbf{E}_0 = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \mathbf{e}_r \quad (3)$$

式中 \mathbf{e}_r 为球心指向面电荷元 σdS 的单位矢.

在球壳内表面附近有

$$\mathbf{E} + \mathbf{E}_0 = 0 \quad (4)$$

考虑到面电荷元 σdS 在球壳内外表面产生的电场方向相反,由式(3)、(4)可得

$$\mathbf{E} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \mathbf{e}_r \quad (5)$$

将式(5)代入式(2)即为所求结果。

2 问题的求解

解法 1:如图 4 所示,取球坐标系,使 z 轴与半球壳 A, B 的接触面垂直,由对称性可知, A 对 B 的作

用力沿 z 轴方向。

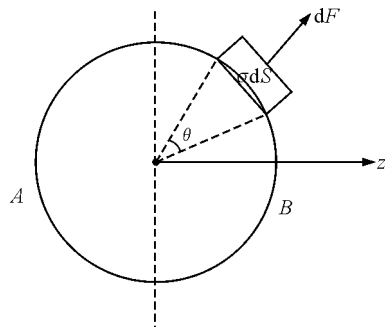


图 4 取球坐标系

由式(2)得

$$F = F_z = \sigma \iint_{\text{半球壳}B} E \cos \theta dS$$

又

$$dS = R^2 \sin \theta d\theta d\varphi$$

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

所以有

$$F = F_z = ER^2 \sigma \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos \theta \sin \theta d\theta \int_0^{2\pi} d\varphi = \frac{\pi R^2 \sigma^2}{2\epsilon_0} = \frac{Q^2}{32\pi\epsilon_0 R^2}$$

解法 2:用类比法求解。

由对称性可知,半球壳 B 的任意面电荷元所受静电力大小相等,因此可以将半球壳所受静电力类比为半球壳在均匀气体中气体对半球壳面的作用力。

如图 5 所示,气体压强为 p ,有底封闭半球壳在均匀气体中所受的合力为零,其底面受到气体的作用力大小为

$$F' = pS = p\pi R^2$$

所以气体对球壳面的作用力大小也为

$$F = F' = p\pi R^2 \quad (6)$$

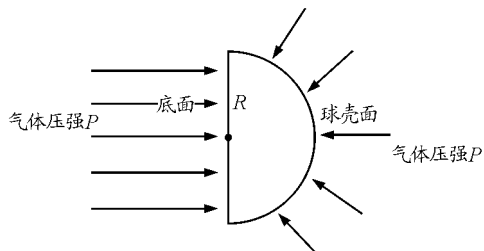


图 5 球壳在气体中受力

类似地,均匀带电球壳 A 对 B 的作用力也可以通过式(6)来进行计算.任意面电荷元受到的电场力对其产生的压强为



含非线性元件实验试题的分析

袁卫民

(保定市第二中学 河北 保定 071000)

(收稿日期:2017-12-20)

摘要:对电学实验中的非线性元件电路问题的考查是近几年高考的热点;分析了高考实验题中有关非线性元件电路问题的解题方法.

关键词:电学 实验 非线性元件

电学实验及相关电路的设计,已成为每年高考必考的题型,其中对电学实验题中的非线性元件电路问题的考查又是近几年的热点.这种类型的试题体现了高考与生活实践接轨,紧跟时代步伐的特征.该类题型由于综合度大,逻辑思维性强,涉及的知识点多,是高考物理试题得分率较低的题型之一.为了突破这一难点,本文对近几年高考考查频次较高的有关非线性元件电路问题做一分析.

1 小灯泡的工作点

【例1】(2017年高考全国I卷第23题)某同学研究小灯泡的伏安特性.所使用的器材有:小灯泡

L(额定电压3.8V,额定电流0.32A);电压表V(量程3V,内阻3kΩ);电流表A(量程0.5A,内阻0.5Ω);固定电阻 R_0 (阻值1000Ω);滑动变阻器R(阻值0~9.0Ω);电源E(电动势5V,内阻不计);开关S;导线若干.

(1)实验要求能够实现在0~3.8V的范围内对小灯泡的电压进行测量,画出实验电路原理图.

(2)实验测得该小灯泡伏安特性曲线如图1(a)所示.

由实验曲线可知,随着电流的增加小灯泡的电阻_____ (填“增大”、“不变”或“减小”),灯丝的电阻率_____ (填“增大”、“不变”或“减小”).

与解法1结果一致.本解法学生更容易理解.

参考文献

- 1 梁绍荣,刘昌年,盛正华主编.电磁学(第3版).北京:高等教育出版社,2005
- 2 第八届全国三年制高中理科试验班招生统一考试物理试题及解答.物理教学,2003(6):25

Discussion on the Solution of Electrostatic Interaction between Two Uniformly Charged Hemispherical Shells

Zhang Yong Pan Lei Sang Zhifang

(College of Physics, Optoelectronics and Energy of Soochow University, Suzhou, Jiangsu 215006)

Abstract: In this paper, the interaction force between two uniform and charged hemisphere shells is discussed by two different methods.

Key words: electrostatics; uniform and charged hemisphere shells; interaction force