

# 平行光垂直入射光栅面的调节方法探讨

李子良

[中国矿业大学(北京)理学院 北京 100083]

陆 丁

(北京交通大学附属中学 北京 100081)

(收稿日期:2018-03-20)

**摘要:**对光栅衍射实验中调节平行光垂直入射光栅面的问题,讨论了一种易于理解和掌握的调节方法.该方法不同于自准直法,它是根据测量出的正负一级光谱的偏向角的大小来调节光栅面的旋转方向进而满足垂直入射要求的.另外,还通过理论分析证明了该操作方法的合理性,通过误差分析说明了在不同精度要求下当正负一级光谱的偏向角之差在一定范围内时即可认为平行光是垂直入射到光栅上的.

**关键词:**光栅 衍射 垂直入射 误差

根据光栅的衍射现象,利用分光计测量光栅常数是普通物理实验中的重要内容<sup>[1~3]</sup>.通常光栅常数的测量是利用平行光垂直入射光栅时的光栅方程实现的,所以操作上要求平行光是垂直入射到光栅上的.就平行光非垂直入射对测量结果的影响,文献[4]讨论了光栅以3种不同方式倾斜时对光谱波长测量的影响,文献[5]则证明了光栅以与小平台接触的长边为轴有旋转时对光栅常数测量的影响可以忽略.但是,光栅以中心刻线方向为轴有旋转时对光栅常数测量的影响是不能忽略的.此时,可以用自准直法调节光栅实现平行光垂直入射到光栅上<sup>[6]</sup>,还可以通过调节光栅使正负一级光谱的偏向角之差达到一定范围来实现.由于学生在光栅衍射实验之前做过测量三棱镜折射率的实验,对自准直法已经非常熟悉,所以第二种方法更能拓宽学生的知识面,提高学生的实验技能,加深学生对光栅衍射实验的理解.下面主要讨论该操作方法.

## 1 调节方法

首先,打开光源预热并对分光计进行必要的调节<sup>[1,2]</sup>.然后,在分光计载物台上目测放置光栅使光栅面垂直于平行光管光轴,分别测量出零级光谱(中央明纹)及其左右两侧的正负 $k$ 级光谱的方位.根据

测量结果计算出正负 $k$ 级光谱所对应的偏向角(正负 $k$ 级光谱偏离入射光的角度),并判断它们的大小.如果正 $k$ 级光谱的偏向角大,那么就逆时针转动载物台(从俯视的角度观察),如果负 $k$ 级的大,就顺时针转动载物台.之后,再次测量正负 $k$ 级光谱的方位,计算相应偏向角之差,判断是否达到了垂直入射的标准.如果还不满足,则重复上述的操作技巧,直到调节到平行光垂直入射到光栅为止.另外,需要注意判断平行光是否垂直入射到光栅上的标准是与测量精度的要求有关的.通常实验教材里认为平行光垂直入射到光栅上的判断标准是正负一级光谱的偏向角之差不超过 $2'$ <sup>[1,2]</sup>.事实上,这一标准所对应的测量精度是非常高的,在实际教学中,学生操作起来并不容易.因此,在测量精度要求不高的情况下可以适当放宽判断标准,这既能让学生掌握操作方法,又能高效地完成实验.

## 2 理论证明

该部分将通过给出正负 $k$ 级光谱对应的偏向角之差与斜入射角度的关系,从理论上证明平行光垂直入射光栅的调节方法的合理性.

首先,考虑入射角 $\theta$ 比较小时,如图1所示, $\varphi_+$ 和 $\varphi_-$ 分别为正负 $k$ 级光谱与光栅法线的夹角.此

时,  $\varphi_+$  和  $\varphi_-$  分别位于光栅法线上下两侧, 正负  $k$  级光谱对应的偏向角分别为  $\varphi_+ - \theta$  和  $\varphi_- + \theta$ , 则由斜入射光栅方程<sup>[3]</sup>

$$\begin{cases} \sin \varphi_+ - \sin \theta = \frac{k\lambda}{d} \\ \sin \varphi_- + \sin \theta = \frac{k\lambda}{d} \end{cases}$$

可得正负  $k$  级光谱对应的偏向角之差为

$$F_1(\theta) = \varphi_+ - \theta - (\varphi_- + \theta) = \varphi_+ - \varphi_- - 2\theta = \arcsin\left(\frac{k\lambda}{d} + \sin \theta\right) - \arcsin\left(\frac{k\lambda}{d} - \sin \theta\right) - 2\theta$$

其中  $\lambda$  为实验室所用光源的光波波长,  $d$  为光栅常数.

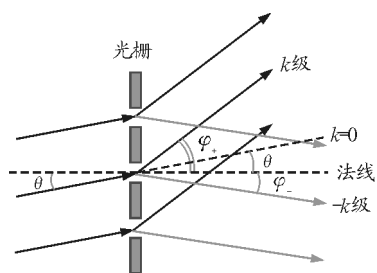


图1 斜入射角度  $\theta$  较小时, 光栅衍射示意图

当入射角  $\theta$  比较大时, 如图2所示,  $\varphi_+$  和  $\varphi_-$  都在光栅法线上侧, 正负  $k$  级光谱对应的偏向角分别为  $\varphi_+ - \theta$  和  $\theta - \varphi_-$ , 则由斜入射光栅方程<sup>[3]</sup>

$$\begin{cases} \sin \varphi_+ - \sin \theta = \frac{k\lambda}{d} \\ \sin \theta - \sin \varphi_- = \frac{k\lambda}{d} \end{cases}$$

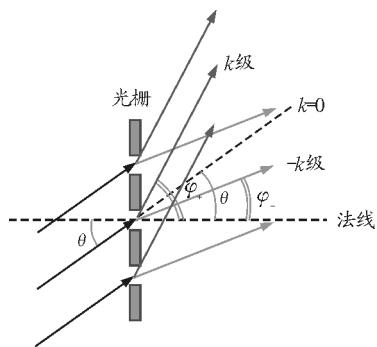


图2 斜入射角度  $\theta$  较大时, 光栅衍射示意图

可得正负  $k$  级光谱对应的偏向角之差为

$$F_2(\theta) = \varphi_+ - \theta - (\theta - \varphi_-) = \varphi_+ + \varphi_- - 2\theta = \arcsin\left(\frac{k\lambda}{d} + \sin \theta\right) + \arcsin\left(\sin \theta - \frac{k\lambda}{d}\right) - 2\theta =$$

$$\arcsin\left(\frac{k\lambda}{d} + \sin \theta\right) - \arcsin\left(\frac{k\lambda}{d} - \sin \theta\right) - 2\theta$$

由上述讨论可知, 对于任意入射角  $\theta$ , 正负  $k$  级光谱对应的偏向角之差为

$$F(\theta) = \arcsin\left(\frac{k\lambda}{d} + \sin \theta\right) - \arcsin\left(\frac{k\lambda}{d} - \sin \theta\right) - 2\theta$$

值得注意的是, 虽然上述讨论针对的是平行光斜向上入射到光栅面的情况, 但是根据对称性对于平行光斜向下入射的情况也可得到相同的规律, 只不过  $F(\theta)$  表示的是负正  $k$  级光谱对应的偏向角之差.

图3给出了正负  $k$  级光谱的偏向角之差  $F(\theta)$  随斜入射角度  $\theta$  的变化. 图中的参数为:  $\lambda = 589.3 \text{ nm}$ ,  $d = \frac{1}{300} \text{ mm}$ . 从图中很容易看出, 不论哪一级光谱, 正负光谱的偏向角之差都随着斜入射角单调递增, 且当  $0 < \theta < 90^\circ$  时都是大于零的, 即当平行光斜向上入射光栅面时, 正  $k$  级光谱的偏向角比负  $k$  级的偏向角大, 而当平行光斜向下入射光栅面时, 负  $k$  级光谱的偏向角则比正  $k$  级的大. 由此可以看出, 要想调节平行光垂直入射到光栅面上, 就需要使光栅的法线向偏向角偏大的方向旋转, 例如图1和图2的情况, 光栅需要逆时针旋转才能实现平行光垂直入射到光栅面上.

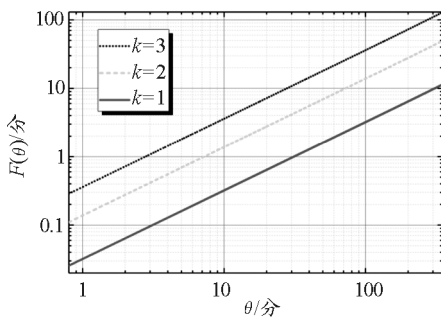


图3 斜入射时, 正负  $k$  级谱线的偏向角之差  $F(\theta)$  随斜入射角度  $\theta$  的变化, 其中  $\lambda = 589.3 \text{ nm}$ ,  $d = \frac{1}{300} \text{ mm}$

### 3 误差分析

根据垂直入射时的光栅方程  $d \sin \varphi = \pm k\lambda$ , 通过测量正负  $k$  级光谱的衍射角  $\varphi$ , 即可求出光栅常数  $d$ . 如果平行光是以入射角  $\theta$  斜入射到光栅上的, 而

实验中仍然使用垂直入射时的光栅方程求解光栅常数,那么结果为

$$\begin{aligned} \bar{d} &= \frac{d_+ + d_-}{2} = \\ \frac{k\lambda}{2} &\left[ \frac{1}{\sin(\varphi_+ - \theta)} + \frac{1}{\sin(\varphi_- + \theta)} \right] = \\ \frac{k\lambda}{2} &\left\{ \frac{1}{\sin\left[\arcsin\left(\frac{k\lambda}{d} + \sin\theta\right) - \theta\right]} + \right. \\ &\left. \frac{1}{\sin\left[\arcsin\left(\frac{k\lambda}{d} - \sin\theta\right) + \theta\right]} \right\} \quad (1) \end{aligned}$$

相对误差为  $\frac{\Delta d}{d} = \frac{|\bar{d} - d|}{d}$ . 注意虽然上述结果是由入射角较小时的情况推导出来的,但是对任意  $0 < \theta < 90^\circ$  都是成立的.

图4分析了当平行光非垂直入射光栅时所导致的相对误差随正负  $k$  级光谱对应的偏向角之差  $F(\theta)$  的关系. 从图中可以看到,相对误差随  $F(\theta)$  的增加而增大,对于相同的  $F(\theta)$  值,由高级次光谱求得的光栅常数误差较小,而由较低级次光谱求得的误差较大. 因此,从误差分析来看选取三级光谱调节测量时会比一级光谱效果要好. 但是,在实际的教学过程中还要综合考虑测量精度要求和操作的难易程度来确定选取哪一级光谱进行调节测量.

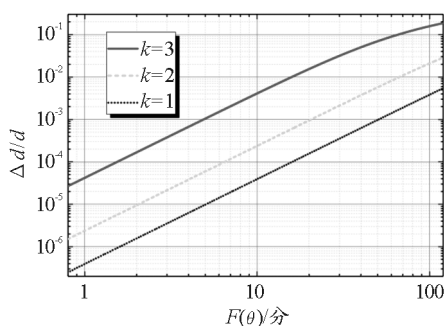


图4 光栅常数的相对误差  $\frac{\Delta d}{d}$  随正负  $k$  级谱线的

偏向角之差的变化,其中  $\lambda = 589.3 \text{ nm}$ ,  $d = \frac{1}{300} \text{ mm}$

当选取一级光谱调节测量时,如果使正负一级光谱对应的偏向角之差  $F(\theta) = 2'$ ,则由一级光谱得到的光栅常数相对误差约为  $0.017\%$ . 由此可以看出,此时光栅常数的测量误差已经非常小,完全可以忽略斜入射的影响,即认为平行光是垂直入射到光

栅上的. 当选取三级光谱调节测量时,如果要达到上述测量精度,那么需要调节光栅位置使正负三级光谱对应的偏向角之差达到  $21'$ .

如果对光栅常数的测量精度要求更高,那么就要求正负级次光谱对应的偏向角之差更小. 但是,对于一级光谱,当偏向角之差降到  $1'$  时,就达到了分光计的仪器误差范围,由正负一级光谱得到的光栅常数的相对误差约为  $0.0042\%$  已达最小,无法继续提高测量精度. 而此时,对于三级光谱,达到相同的测量精度时,偏向角之差约为  $10'$ ,还可以继续提高光栅常数的测量精度. 所以,对于光栅常数测量精度要求非常高时,选取三级光谱调节测量更合适. 但是,在物理实验教学中,测量精度的要求并不是很高,又考虑到选取三级光谱进行调节测量时光谱的强度较弱不容易被观察、光谱的级次较高不容易被确定等因素的影响,所以选取一级光谱调节测量更合适. 总之,在测量精度允许的范围内,选取一级光谱进行调节会更加简便易行,利于学生掌握.

如果实验中要求光栅常数的测量相对误差小于  $0.5\%$ ,那么对正负一级光谱对应的偏向角之差的要求可以放宽到  $10'$ . 以一级光谱作为研究对象,从图3可以看到  $F(\theta) = 10'$  时对应的斜入射角  $\theta \approx 5^\circ 9'$ . 在这种情况下斜入射角已经很大,眼睛就能观察出来,通常目测放置光栅使光栅面尽量与平行光管光轴垂直就能满足条件,所以光栅实验中测量精度要求不是很高时,是比较容易调到平行光垂直入射光栅的. 另外,此处的讨论是基于钠黄光波长的,又由公式(1)可以看出随着光波波长的增加测量误差会更小,所以增加光源的光波波长是可以有效减小斜入射对光栅常数测量的影响的.

上述讨论中计算光栅常数的公式(2)是对由正负  $k$  级光谱的偏向角计算的光栅常数求平均得到的. 实验教材中[1,2]通常强调为了提高精度使用的是公式

$$\begin{aligned} \bar{d}' &= \frac{k\lambda}{\sin\left(\frac{\varphi_+ - \theta + \varphi_- + \theta}{2}\right)} = \\ k\lambda &\left\{ \frac{1}{\sin\left[\arcsin\left(\frac{k\lambda}{d} + \sin\theta\right) - \theta\right]} + \right. \\ &\left. \frac{1}{\sin\left[\arcsin\left(\frac{k\lambda}{d} - \sin\theta\right) + \theta\right]} \right\} \end{aligned}$$

$$\left. \frac{\arcsin\left(\frac{k\lambda}{d} - \sin\theta\right)}{2} \right\}^{-1} \quad (2)$$

相对误差  $\frac{\Delta d'}{d} = \frac{|d' - d|}{d}$ . 这主要是因为该公式不需要用分光计测量零级光谱的方位,减小了测量误差.但实际上,如果零级光谱的方位测量的足够精准的话,公式(1)比公式(2)的计算误差还要小,这种差别会随着斜入射角、光波波长的增加和光谱级次的升高越来越明显.所以,实验中用公式(2)计算时精度并没有提高太多,两种计算方法都是适用的.

#### 4 结束语

光栅衍射实验可以通过测量正负一级光谱的偏向角判断平行光是否垂直入射光栅,进而调节光栅位置以满足垂直入射到要求.具体调节技巧得到了理论上的证明.另外,通过分析斜入射对光栅常数测量造成的误差,发现部分实验教材中指出的调节光栅使正负一级光谱对应的偏向角不超过  $2'$  即认为

达到垂直入射对精度的要求已经非常高了<sup>[1,2]</sup>.一般精度要求不是很高的情况下,可以把偏向角之差的要求放宽到  $10'$ ,这在实验教学中既能让学生掌握思想和方法,又能节省操作时间,提高实验效率.当然,如果实验室光源的光波波长较短的话,正负一级光谱对应的偏向角之差还要要求更小一些.

#### 参考文献

- 1 丁慎训,张连芳.物理实验教程(第二版).北京:清华大学出版社,2002.239~243
- 2 程涛,李洪涛,金玉洁.大学物理实验教程.北京:煤炭工业出版社,2015.118~122
- 3 刘丽飒,朱江,孙骞.分光仪测衍射光栅常量的实验设计与数据处理.物理实验,2011,31(3):38~40
- 4 蒋卫建,方本民,陈守川.分光计实验中光栅位置倾斜对测量谱线波长的影响.大学物理,2011,30(3):34~37,58
- 5 唐小村.光线斜入射对光栅衍射的影响.实验技术与管理,2012,29(7):42~44
- 6 朱江转,罗锻斌.衍射光栅实验中平行光正入射条件的讨论.大学物理实验,2017,30(3):85~86

## Discussion on the Adjustment Method about Parallel Light of Vertical Incidence into Grating Surface

Li Ziliang

[School of Science, China University of Mining and Technology(Beijing), Beijing 100083]

Lu Ding

(Middle School Attached to Beijing Jiaotong University, Beijing 100081)

**Abstract:** This paper discusses an easily understood and learned method for adjusting the parallel light vertically incident upon the grating in the grating diffraction experiment. Different from autocollimation method, this method meets the vertical incidence requirement by adjusting the rotation direction of the grating according to the sizes of measured deviation angles of the positive and negative first-order spectrum. Moreover, the theoretical analysis shows that the operation method is reasonable. And the error analysis shows that under different precision requirements when the difference of deviation angles between positive and negative first-order spectrum is limited in a certain range, the light can be regarded as vertically incident on the grating.

**Key words:** grating; diffraction; vertical incidence; error