

浅谈“截取法”解决周期性电磁场的多解问题

张树国

(无锡市玉祁高级中学 江苏 无锡 214183)

(收稿日期:2018-03-21)

摘要:介绍了“截取法”在高中物理电、磁场周期性变化这一类问题中的应用及基于作者教学实践的一些思考.

关键词:截取法 电磁场 周期性

带电粒子在周期性电磁场运动的多解性问题,学生困难在于难以画出粒子的轨迹图,不能形成运动情境,从而写不出正确的规律方程.笔者在教学中尝试用“截取法”来解决此类问题,取得了良好的教学效果,下面举例说明.

【例1】如图1(a)所示,长为 L ,间距为 d 的两金属板 A, B 水平放置, ab 为两板的中心线,一个带电粒子以速度 v_0 从 a 点水平射入,沿直线从 b 点射出,若将两金属板接到如图1(b)所示的交变电压上,欲使该粒子仍能从 b 点以速度 v_0 射出,求:交变电压的周期 T 应满足什么条件?

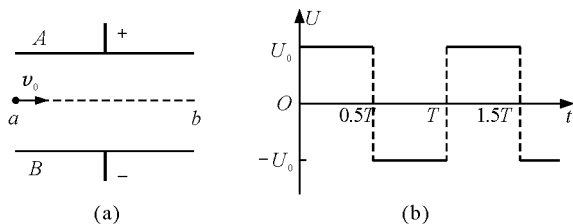


图1 例1题图

在教学中,先引导学生在不考虑极板的长度和宽度的情况下,画出粒子从 a 点出发在对应的周期性电压下(周期性电场下)的多时间的轨迹图(图2).

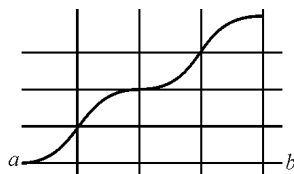


图2 粒子多时间的轨迹图

易发现这样的时间起点不可能沿着直线从 b 点射出,再引导从 $0.25T$ 开始画图,便可以实现粒子从 b 点射出,如图3所示.

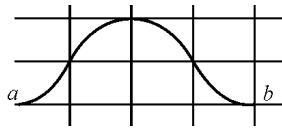


图3 从 $0.25T$ 开始画图,粒子从 b 点射出

上的洛伦兹力虽不做功,但能通过横向电场的中间作用,表现为外磁场推动载流导体的安培力做功^[7].因此,安培力是洛伦兹力的宏观表现.

参考文献

- 1 普通高中课程标准实验教科书物理选修3-2,北京:人民教育出版社,15~16
- 2 陈伟孟,宓奇.关于电动机问题的实验教学策略.实验教学与仪器,2016(10):15~16
- 3 詹凯,田成良.以评价促课堂变革抓本质提升学生素养

——2017年北京高考理综第24题的启示.物理教师,2017,38(07):83~85

- 4 姚富华.电磁感应现象中的功和能.中学物理教学参考,2016,45(04):69~70
- 5 程柱建.高考复习中反电动势问题归类解析.物理之友,2015,31(05):46~48
- 6 黄晓标,黄春如.自制教具探究电动机中的反电动势.物理教师,2014,35(02):47~48
- 7 陈霞,姜广华.自制教具研究电动机的反电动势和输出功率.中学物理教学参考,2011,40(05):36

笔者提示,我们现在是没有任何的空间条件的制约,此题在这样的周期电压下的粒子轨迹图不该仅局限于图 3 吧? 会有很多个这样的情况啊,便有了图 4 的出现.

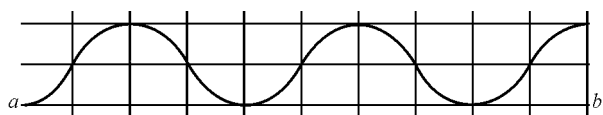


图 4 没有任何空间条件下粒子轨迹图

在教学中,让学生在现有的轨迹图中把极板的长度和宽度“补”到轨迹图 4 中使其满足题意要求. 学生非常容易上手,也比较顺利地写出空间约束条件下对应的方程式. 如下

$$L = nv_0 T (n = 1, 2, 3, \dots)$$

$$y_m = 2 \frac{1}{2} a \left(\frac{T}{4} \right)^2 \leq \frac{d}{2}$$

其中 $a = \frac{qE}{m}$, $E = \frac{U_0}{d}$ 得解.

学生开始虽然知道粒子做类平抛,但画图受到现有图形空间限制,很难作出符合题意的粒子运动轨迹,笔者在多次教学中尝试,先不考虑空间约束去画粒子在无穷大空间中运动轨迹,看什么样的轨迹符合题意的要求,再在现有的正确的轨迹图中(图 5)去“截取”其中符合题意的图形,这样就容易写出相应的方程. 笔者把这种做法称之为“截取法”.

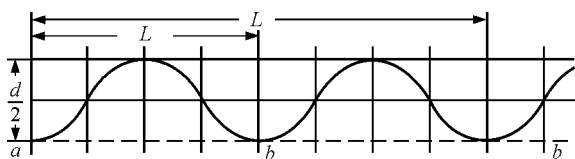


图 5 截取正确的轨迹图

【例 2】如图 6(a) 所示, MN 为竖直放置彼此平行的两块平板,板间距离为 d , 两板中央各有一个小孔 O 和 O' 正对, 在两板间有垂直于纸面方向的磁场, 磁感应强度随时间的变化如图 6(b) 所示. 有一群正离子在 $t=0$ 时垂直于 M 板从小孔 O 射入磁场. 已知正离子质量为 m , 带电荷量为 q , 正离子在磁场中做匀速圆周运动的周期与磁感应强度变化的周期都为 T_0 , 不考虑由于磁场变化而产生的电场的影响, 不计离子所受重力. 求:

- (1) 磁感应强度 B_0 的大小;
 - (2) 要使正离子从 O' 孔垂直于 N 板射出磁场, 正离子射入磁场时的速度 v_0 的可能值.
- 设垂直于纸面向里的磁场方向为正方向.

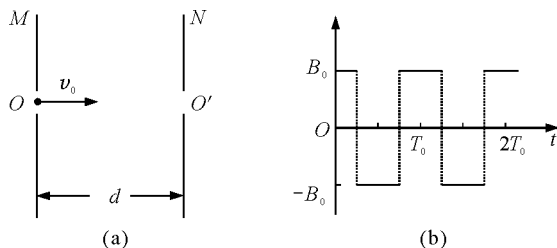


图 6 例 2 题图

应用“截取法”, 先把边界条件去掉, 大胆地根据力和运动的关系, 作出多周期下的轨迹图, 再把空间约束条件补上去(定性而已), 便能很好地突破此题的难点.

步骤 1: 先不考虑 MN 之间的空间制约, 作出带电粒子在如图 6(b) 所示的磁场中运动的轨迹(多周期), 如图 7 所示.

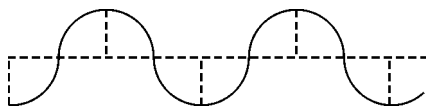


图 7 带电粒子在如图 6(b) 所示的磁场中运动的轨迹

步骤 2: 将 MN 两平板边界“补”上去, 只需注意能满足题意要求的. 不难发现有很多种可截取的情况, 便出现了多解.

步骤 3: 学生结合轨迹图像(图 8), 写出相应的关系等式.

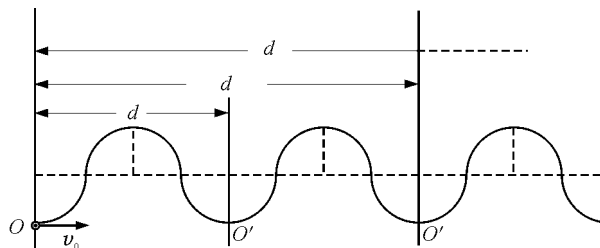


图 8 学生结合轨迹图像, 写出相应的关系式

设偏转圆半径为 r

$$d = n \cdot 4r (n = 1, 2, 3, \dots)$$

$$r = \frac{mv_0}{B_0 q}$$

由第(1)问易得 $B_0 = \frac{2\pi m}{qT_0}$, 得解.

【例 3】(2014 年高考江苏卷第 14 题) 某装置用磁场控制带电粒子的运动, 工作原理如图 9 所示. 装置的长为 L , 上下两个相同的矩形区域内存在匀强磁场, 磁感应强度大小为 B , 方向与纸面垂直且相反, 两磁场的间距为 d . 装置右端有一收集板, M, N, P 为板上的 3 点, M 位于轴线 OO' 上, N, P 分别位于下方磁场的上、下边界上. 在纸面内, 质量为 m , 电荷量为 $-q$ 的粒子以某一速度从装置左端的中点射入, 方向与轴线成 30° 角, 经过上方的磁场区域一次, 恰好到达 P 点. 改变粒子入射速度的大小, 可以控制粒子到达收集板上的位置. 不计粒子的重力.

- (1) 求磁场区域的宽度 h ;
- (2) 欲使粒子到达收集板的位置从 P 点移到 N 点, 求粒子入射速度的最小变化量 Δv ;
- (3) 欲使粒子到达 M 点, 求粒子入射速度大小的可能值.

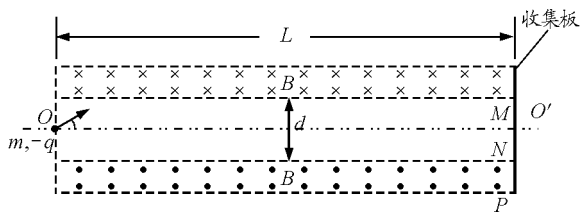


图 9 2014 年高考江苏卷第 14 题图

试题分析: 此题的难点依旧是学生难以作出满足题目要求的轨迹图, 也就难以书写出正确的几何关系方程式.

答题策略: 学生可以先不考虑磁场空间的限制, 根据力和运动的规律作出带电粒子在无场区和磁场区的往复性运动的轨迹图, 如图 10 所示.

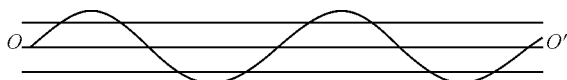


图 10 不考虑磁场带电粒子运动轨迹

然后根据题目要求在图 10 上截取符合题意要求的部分轨迹, 如图 11 所示.

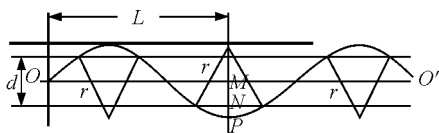


图 11 在图 10 中截取符合题意的部分轨迹

(1) 由图 11, 学生易得

$$L = 3r \sin 30^\circ + 3d \cos 30^\circ$$

$$h = r(1 - \cos 30^\circ)$$

即 $h = \left(\frac{2}{3}L - \sqrt{3}d\right) \left(1 - \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ 得解.

(2) 同样采用“截取法”便可得图 12.

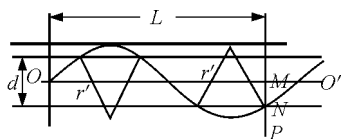


图 12 采用“截取法”得到的带电粒子运动的轨迹

易得几何关系: $3r \sin 30^\circ = 4r' \sin 30^\circ$

$$Bqv = m \frac{v^2}{r} \quad Bqv' = m \frac{v'^2}{r'} \quad \Delta v = v - v'$$

得解.

(3) 设粒子经过上方磁场 n 次, 利用“截取法”可得图 13.

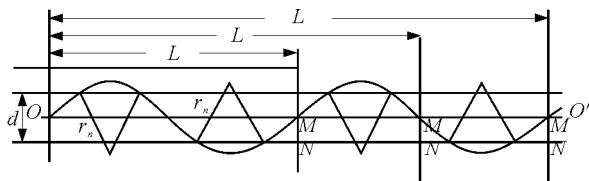


图 13 利用“截取法”, 得到粒子经过磁场 n 次的运动轨迹

由图 13 易得

$$L = (2n + 2)d \cos 30^\circ + (2n + 2)r_n \sin 30^\circ$$

$$Bqv = m \frac{v_n^2}{r_n}$$

得解.

综上所述, 应用“截取法”能准确地找到某一要求下的具体“方位”, 在解决周期性多解问题时能起到化繁为简的效果, 学生若能用好这种方法来解决此类问题, 便能在较短的时间里寻找到所要书写的几何规律方程, 大大提升解题的准确率, 起到事半功倍的效果.

参考文献

- 1 魏延智. 带电粒子在磁场中运动的多解问题归类探析. 物理教学, 2016(11): 57 ~ 59
- 2 陈燕. 规范作粒子轨迹图 巧妙解电磁场难题. 中学物理, 2014(21): 76 ~ 77