

电动机中反电动势模型的建立与释疑^{*}

吴广国

(北京景山学校 北京 100006)

张思宇

(北京市东城区教师研修中心 北京 100009)

黄琰琰 邹斌

(中央民族大学理学院 北京 100081)

(收稿日期:2018-03-22)

摘要:根据法拉第电磁感应定律,直流电动机工作转动过程中,产生的反电动势总是削弱了原电路中电源产生的电流,阻碍线圈的转动.通过“利用传感器观测小电动机工作”的实验验证了“电动机工作时产生反电动势,并且当转速越大,反向电动势越大时,回路中电流越小”的事实.还从理论上对电动机的简化模型——运动的导体棒切割磁感线产生反电动势的情况——进行了定量分析.最后从微观及建模的角度解释了电动机通过反电动势将电能转化为机械能的机理,并详细阐述了为什么说安培力是洛伦兹力的宏观表现.

关键词:电动机 反电动势 安培力 洛伦兹力

1 问题来源

人教版普通高中《物理·选修3-2》的“法拉第电磁感应定律”一节中讲到反电动势.教材中给出如图1所示的直流电动机,并提出了这样的问题:处于磁场中的线圈转动,会使得线圈中产生感应电动势.那么,线圈中的感应电动势对电源产生的电流是起了加强作用还是减弱作用呢?是推动还是阻碍线圈的转动呢?^[1]

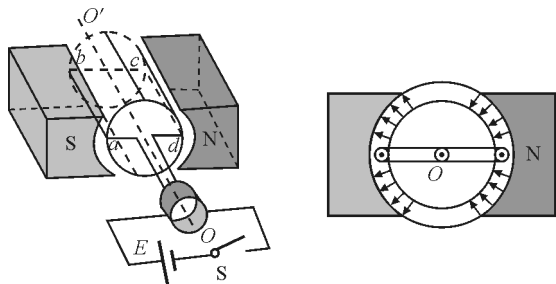


图1 直流电动机的模型和侧面图^[2]

由图1可知,直流电动机工作时,当线圈处于图中位置处, ab 与 cd 均切割磁感线,根据右手定则,该两部分动生电动势串联在电路中,与原回路中电源相反,使得原电源产生的电流减小,并阻碍了线圈的转动.

电动机工作时,线圈中也会产生感应电动势,线圈产生的感应电动势对电源电动势总是起反作用,因此通常把这个电动势称为反电动势.它的作用是阻碍线圈的转动.如果电动机工作中发生突发情况使得机械阻力过大,导致电动机停止转动,这时反电动势为零,线圈就等于直接短接在电源两端;而一般线圈电阻都很小,这时通过其的电流很大,长时间的大电流很容易把线圈烧毁.因此,当发现电动机由于机械故障停转时,应立刻切断电源,维修检查.

如图2通过实验研究直流电动机转动过程中,回路中电流随时间变化情况.电流的测量用Vernier电流传感器,每秒钟测样200次,通过 $I-t$ 图像可以

^{*} 北京物理学会2018—2019年度教育科研立项课题“中学物理创新实验研究”,课题编号:WLXH1825;北京市教育科学“十三五”规划一般课题“中学物理创新性自制实验与实验教学模式探索”,课题编号:3096-0012

看出,当闭合开关电动机开始转动时,电流较大等于 0.37 A,随着电动机转速越来越高,反向电动势越来越大,从而削弱了电源产生的电流.在该实验中,电动机处于空载状态,电动机转速较高,从而产生较大的反向电动势,电动机稳定转动后,回路中的实际电流很小等于 0.024 A.在 5 s 时刻后用手去摩擦电动机阻碍电动机的转动,直到电动机停止转动,实验图像和数据表明,当降低转速时,反向电动势减小,回路中电流增大,当电动机停止转动时,回路中电流约等于 0.404 A.

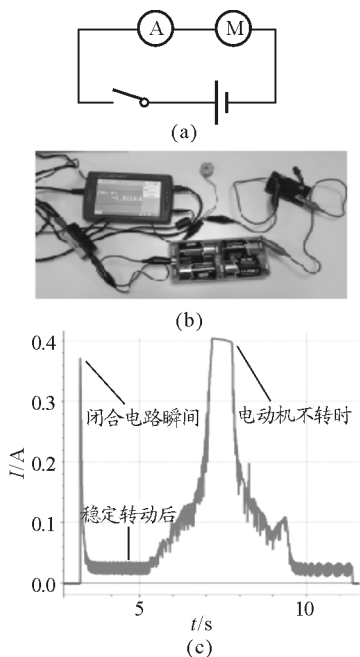


图 2 利用传感器观察电动机启动过程中电流的变化情况

2 电动机中反电动势模型

在直流电动机中,无论是图 1 电动机中线圈的切割磁感线产生的反电动势,还是如图 3 所示运动的导体棒切割磁感线产生的反电动势原理都是相同的.如图 3 所示,足够长的平行光滑导轨 PQ, MN 相距 l ,处在同一水平面中,磁感应强度 B 的匀强磁场竖直向下穿过导轨面.横跨在导轨上的金属棒 ab 静止,质量为 m ,电阻为 R ,导轨电阻不计.导轨间通过开关 S 将电动势为 E ,内电阻 r 的电池接在 M, P 两端,试分析开关 S 刚闭合的瞬间和后续过程中,金属棒 ab 的加速度、速度如何变化? 导体棒中的电流如何变化?

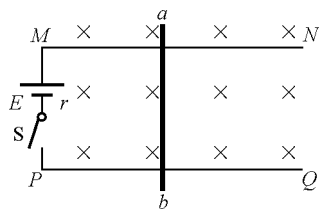


图 3 导体棒 ab 运动切割磁感线产生反电动势
开关 S 闭合瞬间,导体棒的速度为零

$$I = \frac{E}{R + r}$$

$$BIl = ma$$

求得此时加速度为最大值

$$a_{\max} = \frac{EBI}{m(R + r)} \quad (1)$$

设后续任意时刻 t ,导体棒 ab 的速度为 $v(t)$,则 ab 棒切割磁感线产生反电动势,电路图变为图 4 所示.

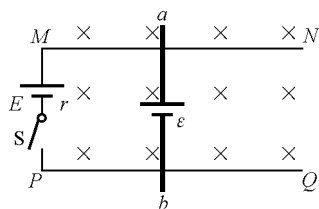


图 4 ab 棒充当反电动势

$$\epsilon(t) = Blv(t)$$

$$E - Blv(t) = I(t)(R + r) \quad (2)$$

$$I(t) = \frac{E - Blv(t)}{(R + r)} \quad (3)$$

安培力使导体棒产生的加速度可由牛顿第二定律得

$$BI(t)l = ma = m \frac{dv(t)}{dt} \quad (4)$$

所以

$$\frac{Bl}{m(R + r)} dt = \frac{dv}{E - Blv(t)} \quad (5)$$

解该微分方程,得

$$v(t) = \frac{E[1 - e^{-\frac{B^2 l^2}{m(R+r)}t}]}{BL} \quad (6)$$

$$a(t) = \frac{BLE}{m(R + r)} e^{-\frac{B^2 l^2}{m(R+r)}t} \quad (7)$$

$$I(t) = \frac{E}{R + r} e^{-\frac{B^2 l^2}{m(R+r)}t} \quad (8)$$

通过以上 $v(t)$ 、 $a(t)$ 、 $I(t)$ 3 个物理量的表达式,可以定性地画出 $v(t)$ 、 $a(t)$ 、 $I(t)$ 函数图像如图 5 所示.

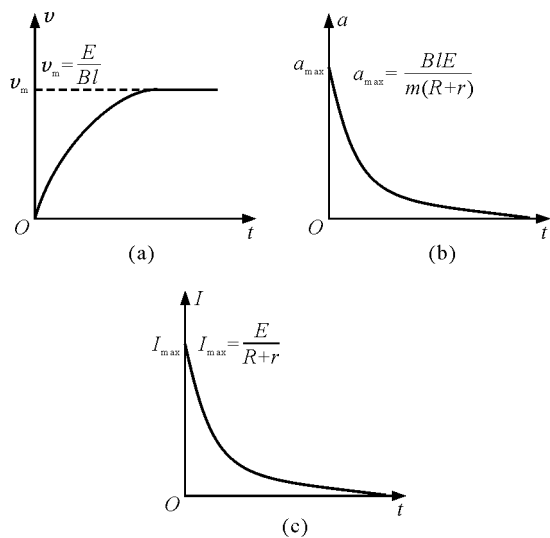


图 5 导体棒 $v-t$ 、 $a-t$ 和 $I-t$ 图像

若忽略导体棒与导轨间的摩擦阻力,导体棒 ab 最终产生的反电动势应与电源电动势大小相等. 所以,两电动势大小相等方向相反,相互抵消,电路中电流为零, ab 在变加速运动后,不再受到外力作用,最终将做匀速直线运动^[3]. 如果考虑导体棒 ab 受到的其他阻力,则 ab 中的电流 $I = \frac{E - Blv}{R + r}$ 将不为零,最终匀速运动阶段就需要安培力继续对导体棒做正功,来克服摩擦力做功,则反电动势 $\epsilon = Blv$ 是小于 E 的. 当导体棒受到的阻力越大时,需要的安培力就越大,使得回路中电流越大. 此时,最后稳定状态导体棒所受摩擦阻力等于安培力,即

$$B \frac{E - Blv}{R + r} l = f$$

3 从微观角度理解电动机的工作原理

2017 年高考北京物理卷中第 24 题考查了电动机的问题,如图 6 所示, ab 棒充当电动机中导体棒,导体棒 ab 最后通过定滑轮拉动重物匀速直线运动. 轨道端点 MP 间接有直流电源,导体棒 ab 通过滑轮匀速提升重物,电路中的电流为 I .

(1) 求在 Δt 时间内,图 6“电动机”输出的机械能;

(2) 从微观角度看,导体棒 ab 中的自由电荷所受洛伦兹力在上述能量转化中起着重要作用. 为了方便,可认为导体棒中的自由电荷为正电荷.

我们知道,洛伦兹力对运动电荷不做功. 那么,导体棒 ab 中的自由电荷所受洛伦兹力是如何在能量转化过程中起到作用的呢? 请以图 6“电动机”为例,通过计算分析说明.

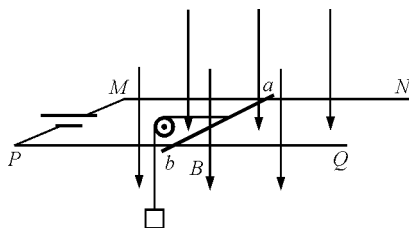


图 6 2017 年高考北京第 24 题“电动机”模型

解析:

(1)“电动机”输出的机械能转化为重物重力势能的增加

$$\Delta E_p = mgv\Delta t$$

$$mg = BI l$$

所以 $\Delta E_p = BI l v \Delta t$ (9)

拓展:其实该“电动机”的输出功率 $P_{出} = I\epsilon_{反}$, 对整个回路,由闭合电路欧姆定律有

$$(E - \epsilon_{反}) = I(R + r)$$

等式两边同时乘以电流 I ,得

$$I(E - \epsilon_{反}) = I^2(R + r)$$

移项得 $IE = I^2(R + r) + I\epsilon_{反}$ (10)

由能量守恒定律可知,电源 E 消耗的电功率,一部分为电路中 ab 棒电阻 R 与电源内阻 r 产生焦耳热功率,其他为提升重物的机械输出功率,即 $P_{出} = I\epsilon_{反}$.

(2) 如图 7 所示为电动机中导体棒 ab 中载流子所受洛伦兹力的情况. 设导体棒横截面积为 S ,单位体积内自由电荷的数目为 n ,自由电荷电荷量为 q ,自由电荷沿杆方向速率为 v_y ,则

垂直于导体棒方向(x 方向)洛伦兹力分力为

$$F_x = Bqv_y$$

沿导体棒方向(y 方向)洛伦兹力分力为

$$F_y = Bqv$$

因此,得到洛伦兹力 x, y 方向的分力所做功

$$W_x = nSlF_x v \Delta t = nqSv_y Blv \Delta t = BIlv \Delta t \quad (11)$$

$$W_y = -nSlF_y v_y \Delta t = -nqSv_y Blv \Delta t = -BIl v \Delta t \quad (12)$$

综上,洛伦兹力不做功,但沿导体棒方向的洛伦兹力分力 F_y 做负功,阻碍自由电荷运动,消耗电能;垂直导体棒方向洛伦兹力分力 F_x 做正功,推动导体棒运动,使得机械能增加.从微观上说,虽然洛伦兹力对运动电荷不做功,但在宏观上看,运动的自由电荷借助于洛伦兹力将电能转化为机械能^[4].

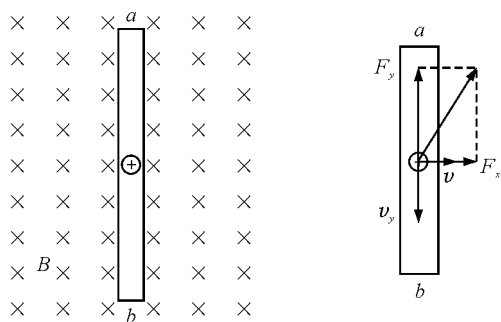


图 7 电动机导体棒 ab 中载流子所受洛伦兹力情况

疑惑 1:为何“沿杆方向洛伦兹力分力 F_y 做负功是在消耗电能”?

从功能关系角度来看,“垂直导体棒方向洛伦兹力分力 F_x 做正功,推动导体棒运动,使杆的机械能增加”,这个结论很好理解,因为根据动能定理:合外力对物体做正功,其作用是使质点的动能增加,因此判断出 F_x 的功为正值,即可知其作用是使电荷的动能增加.但是“沿导体棒方向的洛伦兹力分力 F_y 做负功,阻碍自由电荷运动,消耗电能”,这个结论就不容易找到依据了.如果根据动能定理,通过 F_y 对电荷做负功,只能得出使电荷的动能减少的结论;如果从“静电力和非静电力做功”的角度来看,电荷在电路中的电池(E, r)提供的静电力作用下沿杆从 a 向 b 运动,若将洛伦兹力分力 F_y 视为“非静电力”,此“非静电力”正在克服静电力做功,而克服静电力做功的结果应该是使电势能增加.到底如何解释 F_y 做负功所起的作用呢?可以结合图 4 所示的宏观模型来解释 F_y 的作用:确实可以将 F_y 视为“非静电力”,

但它是电路中另一个电源,即图 4 中由于切割磁感线产生反电动势的 ab 棒这个电源的“非静电力”,它的作用是克服静电力做功使 ab 棒这个电源的电势能增加,而非使电路中电池的电势能增加^[5].从整个电路的角度来看,正是由于这个反电动势的存在,使图 4 中由电池所提供的电能没有全部转化为内能(与没有反电动势时相比),而是通过 F_y 做功产生反电动势使电流减小的途径将本来也会变为内能的一部分电能“接住”,再通过 F_x 做正功转化为机械能.这就从微观解释了是通过反电动势完成了电能到机械能的转化.

疑惑 2:所有载流子在 x 方向上的洛伦兹力的合力 $\sum F_{xi}$,宏观上表现为导体棒受到的安培力,洛伦兹力是作用在导体棒中的载流子,如何就体现为作用在导体棒的安培力呢?

拓展释疑:以静止的载流导体为例,如图 8 所示.

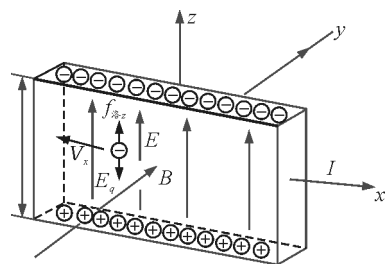


图 8 静止载流导体霍尔效应图

如图 8 所示为一载流导体,载流导体置于匀强磁场 B 中,载流导体中所有定向运动的电子都受到洛伦兹力 $f_{洛}$ 作用, $f_{洛} = -ev \times B$,沿 z 方向.这导致导体的上表面出现负电荷堆积,而在下表面出现正电荷的堆积,结果与霍尔效应一样,载流导体产生了沿 $+z$ 方向的电势差.一段时间后,电场力与洛伦兹力平衡,此时电子运动情况与外磁场 B 不存在时相同(沿 $-x$ 方向运动);不同在于载流导体内部出现了横向电场^[6].而对定向移动的电子进行受力分析可知,电场力和洛伦兹力受力平衡.由稳恒的电场力必须遵从牛顿第三定律可知,电子将给载流导体上下表面上聚集的电荷施加沿 $+z$ 轴的反作用力,这个反作用力与外磁场对运动电子施加的沿 $+z$ 轴的洛伦兹力等大反向.综上,外磁场作用在运动电子

浅谈“截取法”解决周期性电磁场的多解问题

张树国

(无锡市玉祁高级中学 江苏 无锡 214183)

(收稿日期:2018-03-21)

摘要:介绍了“截取法”在高中物理电、磁场周期性变化这一类问题中的应用及基于作者教学实践的一些思考.

关键词:截取法 电磁场 周期性

带电粒子在周期性电磁场运动的多解性问题,学生困难在于难以画出粒子的轨迹图,不能形成运动情境,从而写不出正确的规律方程.笔者在教学中尝试用“截取法”来解决此类问题,取得了良好的教学效果,下面举例说明.

【例1】如图1(a)所示,长为 L ,间距为 d 的两金属板 A, B 水平放置, ab 为两板的中心线,一个带电粒子以速度 v_0 从 a 点水平射入,沿直线从 b 点射出,若将两金属板接到如图1(b)所示的交变电压上,欲使该粒子仍能从 b 点以速度 v_0 射出,求:交变电压的周期 T 应满足什么条件?

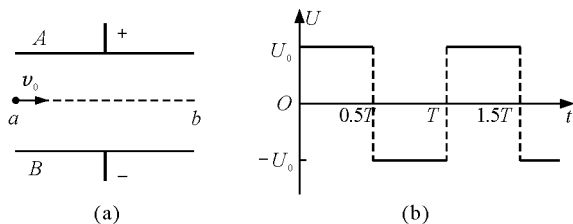


图1 例1题图

在教学中,先引导学生在不考虑极板的长度和宽度的情况下,画出粒子从 a 点出发在对应的周期性电压下(周期性电场下)的多时间的轨迹图(图2).

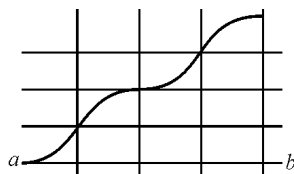


图2 粒子多时间的轨迹图

易发现这样的时间起点不可能沿着直线从 b 点射出,再引导从 $0.25T$ 开始画图,便可以实现粒子从 b 点射出,如图3所示.

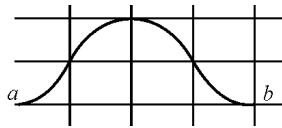


图3 从 $0.25T$ 开始画图,粒子从 b 点射出

上的洛伦兹力虽不做功,但能通过横向电场的中间作用,表现为外磁场推动载流导体的安培力做功^[7].因此,安培力是洛伦兹力的宏观表现.

参考文献

- 1 普通高中课程标准实验教科书物理选修3-2,北京:人民教育出版社,15~16
- 2 陈伟孟,宓奇.关于电动机问题的实验教学策略.实验教学与仪器,2016(10):15~16
- 3 詹凯,田成良.以评价促课堂变革抓本质提升学生素养

——2017年北京高考理综第24题的启示.物理教师,2017,38(07):83~85

- 4 姚富华.电磁感应现象中的功和能.中学物理教学参考,2016,45(04):69~70
- 5 程柱建.高考复习中反电动势问题归类解析.物理之友,2015,31(05):46~48
- 6 黄晓标,黄春如.自制教具探究电动机中的反电动势.物理教师,2014,35(02):47~48
- 7 陈霞,姜广华.自制教具研究电动机的反电动势和输出功率.中学物理教学参考,2011,40(05):36