大学物理教学

多管齐下解决高斯定理教学中的问题*

王洪涛　李　艳
（中国矿业大学物理学院　江苏 徐州　221116）

（2018-04-04）

摘　要:基于教学实践,用点电荷场强叠加方法推导了均匀带电球面周围的场强分布,用“笨”方法得到了与高斯定理同样的结果,并且通过数值编程模拟了电场分布. 结果表明,不管是采用高级一点运算简洁的高斯定理,还是采用“笨”一点数学计算繁琐的积分方法,都能得到正确的结论. 通过数值编程模拟绘图,把抽象的公式定理转化为直观形象的图线,不仅能够加深学生对知识点的理解和掌握,还能够激发他们通过数值模拟验证、探索物理知识的兴趣.

关键词:Gnuplot　Python　高斯定理　数值积分

大学物理课程是本科教育阶段的一门重要的公共基础课程,课程具有知识量大、理论性强、结论抽象等特点. 电磁学部分由于理论抽象、计算过程需要用到相对复杂的微积分知识等特征,致使学生在理解掌握知识上存在一定的困难. 实际教学过程中经常性会遇到部分学生对传统的定理推导过程抱有疑问,他们更倾向于采用“笨一点”的方法来思考问题. 比如电场的高斯定理,该定理是计算规则对称分布电场的有力工具,但是总有部分学生提出能不能利用前面学过的点电荷的电场强度叠加方法得到均匀带电球体或球面在周围任意一点的场强? 学生的疑问其实暴露出了一定的问题,即学习知识的惯性思维,每当学到新知识的时候往往还希望尝试用已熟练掌握的知识去解释、推导及验证. 基于此,在讲授新知识的时候可以根据教学进度分层次地引导学生进行验证探索,这对学生深入理解掌握物理知识、复习应用数学及计算机知识都有很大的益处.

本文以静电场中的高斯定理为例,采用“笨方法”—— 点电荷场强的积分方法和“小高招”—— 数值编程模拟方法对高斯定理进行验证,使学生从不同角度不同层次上理解掌握知识.

1　高斯定理计算场强

采用高斯定理[1]计算均匀对称分布电场的电场强度是大学物理中计算场强的重要方法之一,均匀带电的圆球面在球面[2]及其周围激发的电场具有均匀对称分布的特点,是高斯定理应用的常见情况. 设球面半径为R,电荷密度为σ,写出高斯定理的具体表达式为[3]

$$\oint\!\!\!\oint_S \boldsymbol{E}\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{S}=\frac{4\pi R^2\sigma}{\varepsilon_0} \tag{1}$$

由此易解出距球心为x处的一点的电场强度为

$$\boldsymbol{E}=\frac{\sigma R^2}{\varepsilon_0 x^2}\boldsymbol{i} \tag{2}$$

2　矢量叠加法计算场强

通过点电荷电场的矢量叠加方法理论上可以直接积分求解任意带电体周围激发的电场. 对于具有圆对称性的带电球面,可以通过合理划分微分单元把一般的三维体积分简化为一维线积分来处理. 均匀带电圆环在轴线上距圆心x的点的电场强度为

* 中国矿业大学教学改革项目,编号:2017JC09,中国矿业大学"十三五"品牌培育专业经费资助.
作者简介:王洪涛(1978－　),男,博士,主要从事大学物理理论及实验教学研究.

$$\boldsymbol{E}=\frac{qx}{4\pi\varepsilon_0\left(x^2+R^2\right)^{\frac{3}{2}}}\boldsymbol{i} \tag{3}$$

其中 q 为圆环所带电荷，R 为圆环半径，x 为场点距带电圆环圆心的距离．可以把带电球面沿垂直 x 轴方向分割为若干个半径连续变化的同轴圆环，如图 1 所示．以球心为坐标原点，水平向右为 x 轴方向建立坐标系．

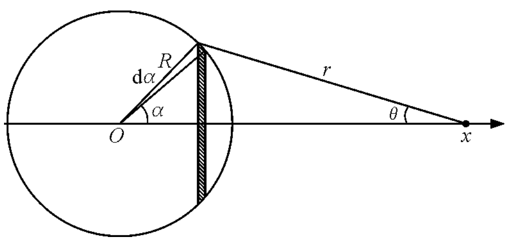

图 1　带电球面微分单元划分示意图

用夹角 α 表示微分元圆环的位置，则圆环所带电荷为

$$\mathrm{d}q=\sigma R\,\mathrm{d}\alpha\,2\pi R\sin\alpha$$

其在 x 点的场强为

$$\mathrm{d}\boldsymbol{E}=\frac{\sigma R\,\mathrm{d}\alpha\cdot 2\pi R\sin\alpha\cdot(x-R\cos\alpha)}{4\pi\varepsilon_0\left[(x-R\cos\alpha)^2+(R\sin\alpha)^2\right]^{\frac{3}{2}}}\boldsymbol{i}$$

通过对 α 积分可以得到带电球面在距球心 x 处的电场强度表达式

$$E=\int_0^{\pi}\frac{\sigma R^2\sin\alpha(x-R\cos\alpha)}{2\varepsilon_0\left[(x-R\cos\alpha)^2+(R\sin\alpha)^2\right]^{\frac{3}{2}}}\mathrm{d}\alpha=$$

$$-\frac{\sigma R^2}{2\varepsilon_0}\int_1^{-1}\frac{(x-R\cos\alpha)}{\left[(x-R\cos\alpha)^2+(R\sin\alpha)^2\right]^{\frac{3}{2}}}\mathrm{d}\cos\alpha=$$

$$-\frac{\sigma R^2}{2\varepsilon_0}\int_1^{-1}\frac{(x-R\cos\alpha)}{(x^2+R^2-2xR\cos\alpha)^{\frac{3}{2}}}\mathrm{d}\cos\alpha \tag{4}$$

对式(4)进行化简，令 $\beta=x^2+R^2-2xR\cos\alpha$ 则可得到

$$E=-\frac{\sigma R^2}{2\varepsilon_0}\int_1^{-1}\frac{\beta+(x^2-R^2)}{2x\cdot\beta^{\frac{3}{2}}}\mathrm{d}\cos\alpha=$$

$$\frac{\sigma R^2}{2\varepsilon_0}\int_{\beta_1}^{\beta_2}\frac{\beta+(x^2-R^2)}{2x\cdot\beta^{\frac{3}{2}}}\cdot\frac{1}{2xR}\mathrm{d}\beta=$$

$$\frac{\sigma R}{8\varepsilon_0 x^2}\left(\int_{\beta_1}^{\beta_2}\beta^{-\frac{1}{2}}\mathrm{d}\beta+(x^2-R^2)\int_{\beta_1}^{\beta_2}\beta^{-\frac{3}{2}}\mathrm{d}\beta\right)=\frac{\sigma R^2}{\varepsilon_0 x^2} \tag{5}$$

其中
$$\beta_1=(x-R)^2$$
$$\beta_1=(x+R)^2$$

通过“笨一点”的积分方法得到结果与高斯定理得到的结果完全一致，不仅验证了高斯定理的正确性打消了学生的疑虑，使学生对微积分方法在大学物理学习中的灵活运用有了更深入的理解和体会，同时也说明点电荷电场强度的叠加原理对任意带电体的电场计算都是适用的，区别只在于积分计算的难易．

3　数值编程模拟

物理学知识理论性较强，结论定理大都比较抽象．可以通过计算机编程把抽象的公式定理用直观的图线演示出来，增强学生对知识的掌握[4]．积分的数值编程方法有很多，学生在数学及计算机课程上都有所涉及，通过计算机编程模拟不仅可以把抽象的知识形象化，而且能够借此让其了解数学及计算机编程手段的应用，可谓一举多得．编程语言有很多，常见的有 Matlab，C ++，Fortran，Python 等等，虽然在代码书写上存在一些差异，但是算法是共通的．Python 是一种不受局限、跨平台的开源编程语言，它功能强大且简单易学，代码简洁易懂，目前在很多行业已得到广泛应用．数值编程模拟的主要目的是验证定理结论或对抽象知识进行形象化展示，因此对运算速度及精度要求不高，可以采用经典的梯形法计算积分[5]，Python 程序积分代码如下：

```
#——————————————————————
import math
sigma = 1e-8
epsilon = 8.854187817e-12
R = 0.2; x = 0.4; a = -1; b = 1; h = 2.0/16000; s = 0; m = a; f0 = 0
for i in range(16000):
m += h
    f1 = (sigma*R**2/2/epsilon)*(L-R*m)/(L**2+R**2-2*L*R*m)**1.5
    s += h*(f0+f1)/2
    f0 = f1
print(x,s)
#——————————————————————
```

为了考察积分区间[－1,1]划分子区间的数目与计算精度的关系，程序连续计算了子区间数目分

别为 1 000，2 000，…，16 000 共 16 组数据，并把计算结果与公式(2) 进行了对比，求出其相对误差，如图 2 所示，其中横轴为等分区间数目 N，纵轴为模拟值与理论值的相对误差. 由图可以看出，随着等分区间数目的增加，计算结果很快收敛于理论值. 当等分区间数目为 $N=7\ 000$ 时，相对误差已降至 5×10^{-5} 以下. 梯形积分法编程简单，计算精度较高，能够满足教学验证及学生课下实践的要求，在增加对物理知识的理解及对抽象知识的直观展示方面具有积极意义，适合在大学物理教学过程中推广应用.

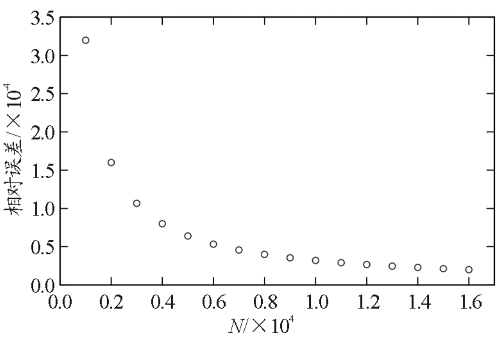

图 2　相对误差与积分区间等分数目的关系

取 $N=16\ 000$，$R=0.2$ m 固定不变，场点距球心坐标由近及远连续变化，$x=1.2R$，$1.4R$，…，$4.0R$，通过积分程序分别计算得到对应 x 距离下的电场强度，把 x 及对应电场强度数据存入数据文件“E. data”中，然后利用 Gnuplot 进行绘图. Gnuplot 是免费开源的科学绘图软件，具有很强的数据绘图及参数拟合能力[6]，同时支持交互和脚本两种工作模式，在输出图片的高质量和高可控性上有较强的优势. 在 Gnuplot 中写入下述命令：

```
sigma=1e-8; R=0.2; epsilon=8.854 187 817e-12
f(x)=sigma*R**2/(epsilon*x**2)
plot f(x) with line, 'E.data' using 1:2 with point
```

即可在一幅图中分别绘制出 $f(x)=\dfrac{\sigma R^2}{\varepsilon_0 x^2}$ 及模拟数据曲线，如图 3 所示. 由图 3 可以看出，数值编程模拟结果与理论公式计算结果吻合很好，电场强度与距离的平方反比关系一目了然，说明积分编程正确无误. 考虑到程序算法简易、代码简洁，适合在大学物理教学中进行推广，举一反三，在电磁学其他知识点的教学中只要涉及积分运算的都可以采用此方法进行验证、展示.

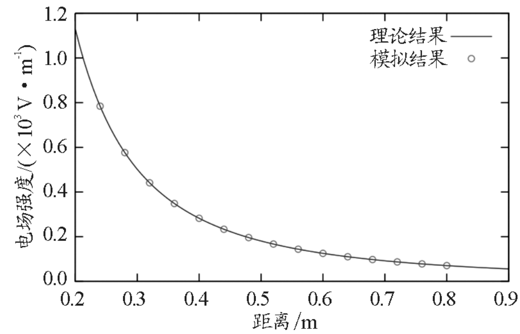

图 3　理论结果与数值模拟结果对比图

4　小结

本文针对电场高斯定理教学实践中的问题，通过点电荷场强积分方法计算了均匀带电球面周围的电场分布，并且采用开源、高效的程序语言 Python 及科学绘图软件 Gnuplot 对电场分布进行了数值模拟. 采用多管齐下的方法使学生从不同角度对高斯定理展开了全面深入的学习和理解，不仅促进了学生对物理知识的掌握，而且让他们体会到了微积分及数值编程知识在物理学习过程中的具体应用. 采用 Python 及 Gnuplot 开源软件实现抽象物理知识的直观形象化在教师教学实践及学生课下探索过程中具有很高的可执行性，值得在大学物理教学中进行推广和应用.

参 考 文 献

1　叶世旺，唐军，张荣，等. 高斯定理求解电场强度的教学探讨. 教育教学论坛，2015(12)：188 ～ 189

2　蔡莉莉，张晓燕. 关于均匀带电球面上电场强度的求解. 物理与工程，2015(1)：65 ～ 67

3　程守洙，江之永. 普通物理学(第七版). 北京：高等教育出版社，2016

4　路峻岭，陈信义，王延吉. 强化演示实验，开展大学物理研究型教学. 大学物理，2008(5)：44 ～ 45

5　刘小伟，霍静. 基于 MATLAB 的变步长梯形数值积分法的研究与实验. 廊坊师范学院学报：自然科学版. 2010(1)：39 ～ 42

6　李艳，王洪涛，陈华，等. Gnuplot 多参数拟合在电化学阻抗谱拟合中的应用. 大学物理实验，2014(6)：93 ～ 95

Solving Issues in Teaching of Gauss Theorem by Multi-pronged Approach

Wang Hongtao Li Yan

(School of Physics,China University of Mining and Technology,Xuzhou,Jiangsu 221116)

Abstract:This paper, based on teaching practice, deduced the electric field intensity distribution of a uniformly charged spherical shell using the method of superposition theorem of electric field intensity, and got the same results as the gauss theorem using tedious approach. The electric field distribution has been simulated also. The result shows that whether gauss theorem with high level and simple operation or a tedious integration method of mathematics calculation, all can get the correct conclusion. The abstract formula and theorem can be transformed to a visual image through numerical simulation. This cannot only deepen the understanding of knowledge, but also inspire their interest in exploring the physical knowledge through the numerical simulation method.

Key words:Gnuplot;Python;Gauss theorem;numerical integration

(上接第 11 页)

爱因斯坦曾说:你能够看到什么,取决于你大脑中有什么知识.当学生充分掌握了知识原理后,还可以从知识的分类去帮助学生建构以问题为中心的发散题型,通过信息加工,构建学生的问题解决策略.比如,在同类题型中,可能还有运动条件的不确定,运动过程的不确定,运动类型的不确定,运动结果的不确定等,如果学生大脑中已具备了清晰的基本原理和概念等陈述性知识,已储备了清楚的解题思路和步骤等可描述的程序性知识,再加上可以管理的策略性知识:如何将不确定的因素明确化,如何将模糊条件具体化的策略学习,那么学生就已经建构了一个完整的解题流程.要提高学生解题的质量,就必须加强方法教学,努力培养学生反思总结的能力[3],在教学中要善于引导学生概括自己的思维过程,把新事物纳入已有的思维模式之中,促使思维模式愈益普遍、概括化,并在后续的反馈练习中使用这些学习策略,促进这些模式识别技能越来越自动化和程序化,知识就可以以一种促进问题解决的方式得到重新组织和精致[2].

100 多年的学习心理学研究表明,一旦学习类型正确划分以后,每类学习的规律被揭示清楚了,教学并不是“教无定法”的,教师只要按照学习论所揭示的规律进行教学设计与施教,便能保证学习成功[4].作为中学教师,在我们的教学设计中需要思考:教师教什么? 学生学什么? 教师如何教? 学生如何学? 如何知道学生学会了? 如何检查学生掌握了? 如何实现能力的养成? 课堂教学中有 3 种结构形态(即知识结构、认知结构、教学结构),每种结构又有各自的规律(知识序、思维序、教学序),我们要在物理教学过程中同步、有效地进行科学思维训练,去帮助启发学生思考学习,真正做到授之以渔.

参 考 文 献

1 马立丽,金洪源.提高学科学习能力的元认知策略与培养.沈阳:辽宁科学技术出版社,2016.74 ~ 87

2 P·L·史密斯(Patricia L.Smith),T·J·雷根(Tillman J.Ragan).教学设计.庞维国,屈程,韩贵宁译.上海:华东师范大学出版社,2012.337 ~ 341

3 刘益民.加强方法教学 突破题海战术.中学物理教学参考,2013(5):25

4 皮连生.学与教的心理学(第 5 版).上海:华东师范大学出版社,2010.34