



# 利用电像变换法巧解电学题

——感知物理科学思维的魅力

许释文

(华南师范大学物理与电信工程学院 广东 广州 510006)

(收稿日期:2017-04-06)

**摘要:**详细介绍了如何利用电像法求解复杂电学题、运用时需注意的问题及其体现的等效的思维魅力. 包括无限大接地平面和接地导体球这两类典型题, 以及电像变换法在解高考题和物理竞赛题时的妙处. 电像变换法就是等效思想的应用, 在高中阶段, 并不要求学生进行严格地推理论证, 只需深入理解其思想的精髓, 本文重在解题中渗透电像变换法的物理思想及其“科学思维的魅力”.

**关键词:**“像电荷” 等效思想 电像变换法 思维魅力

在很多情况下, 求解电场和库仑力的区域内有电荷, 一种重要的情形是区域内只有一个或一个以上点电荷, 且区域边界是规则的导体界面, 如球形或者无限大平面. 这时, 要直接利用学生所学公式来计算电场强度和电场力就很困难. 因为此时导体外的电场应是点电荷 $Q$ 所激发的电场加上自身感应电场的叠加. 而感应电荷的分布难以知道, 则其所激发的电场也就难以计算, 导致导体外的电场也难以计算.

那么, 能否在导体内部引入一个或者几个假想的点电荷(即像电荷)来替换导体面上的感应电荷产生的电场呢? 实际上, 由电动力学中的唯一性定理可知, 当然可以引入假想的电荷(即像电荷)来替代导体面上的感应电荷.

那么, 导体外空间任一点的电场就等于空间外点电荷 $Q$ 产生的原电场 $E_{原}$ 加上导体像(或感应)电荷所产生的电场 $E_{像}$ . 即:  $E = E_{原} + E_{像}$ . 此种解题的巧妙方法称为“等效电像变换法”.

所谓电像变换法, 其实也就是“猜”的方法, 但是又不是毫无根据的猜, 而是由给定的已知条件, 再凭借一定的经验去猜, 且猜的结果不能改变原有已知条件. 例如, 求解无限大接地平面外和一个点电荷所产生的电场, 我们可以根据无限大导体平面电势为零, 再凭借等量异种电荷所产生的电场, 就可“猜测”出的像电荷位置和大小.

## 1 应用电像变换法解两类电学题

### 1.1 求无限大接地平面外一点的场强大小

**【例1】**(2013年高考安徽卷第20题)如图1所示,  $xOy$  平面是无穷大导体的表面, 该导体充满  $z < 0$  的空间,  $z > 0$  的空间为真空. 将电荷量为  $q$  的点电荷置于  $z$  轴上  $z = h$  处, 则在  $xOy$  平面上会产生感应电荷. 空间任意一点处的电场皆是由点电荷  $q$  和导体表面上的感应电荷共同激发的. 已知静电平衡时导体内部场强处处为零, 则在  $z$  轴上  $z = \frac{h}{2}$  处的场强大小为( $k$  为静电力常量)( )

- A.  $k \frac{4q}{h^2}$     B.  $k \frac{4q}{9h^2}$     C.  $k \frac{32q}{9h^2}$     D.  $k \frac{40q}{9h^2}$

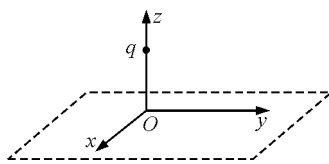


图1 例1题图

**分析:**求金属板和点电荷产生的合场强, 显然用现在的公式直接求解比较困难. 能否用中学所学的知识灵活地迁移而解决呢? 当然可以.

可以利用等量异种电荷的电场线分布来进行等效替换, 用电像转换法来求解, 求解的过程非常简单易懂, 体现物理思维方法的等效美、对称美、简单美.

**解析:** $xOy$  平面是无穷大导体的表面, 则其表面为等势面, 又由于其下方为真空、内部场强处处为零, 所以  $xOy$  面为零等势面, 其电势为零. 凭借经验, 联想到一对等量异种的电荷在其连线的中垂线上电势也为零, 因而可以用两个等量异种电荷组成

的静电场等效替代原电场. 根据电场叠加原理, 容易

求得  $z = \frac{h}{2}$  点的场强

$$E = k \frac{q}{\left(\frac{h}{2}\right)^2} + k \frac{q}{\left(\frac{3h}{2}\right)^2} = k \frac{40q}{9h^2} \quad (1)$$

故选项 D 正确.

利用电像变换法解题的突破口是由题目给定的已知条件, 根据对称性找到联系, 再凭借一定的经验得到像电荷的位置和大小, 进而解决问题.

就拿此高考题目来说, 应用电像变换法解题的思路是: 由  $xOy$  导体平面下方为真空, 可得其电势为零, 由此可联想到等量异种电荷中垂线上的电势为零, 确定像电荷的位置和大小, 则接下来就可以利用所学知识得到正确答案.

## 1.2 求接地均匀导体球外一点的场强和点电荷在该点受的库仑力

**【例 2】**如图 2 所示, 在一个接地均匀导体球的右侧  $P$  点距球心的距离为  $d$ , 球半径为  $R$ . 在  $P$  点放置一个电荷量为  $+q$  的点电荷. 试求导体球的感应电荷在  $P$  点产生的场强大小和点电荷在该点受的库仑力.

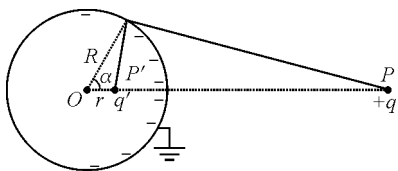


图 2 例 2 题图

**解析:**

感应电荷在球上分布不均匀, 靠近  $P$  一侧较密, 关于  $OP$  对称, 因此感应电荷的等效分布点在  $OP$  连线上一点  $P'$ . 设  $P'$  距离  $O$  为  $r$ , 导体球接地, 故球心  $O$  处电势为零.

根据电势叠加原理可知, 导体表面感应电荷总电荷量  $q'$  在  $O$  点引起的电势与点电荷  $q$  在  $O$  点引起的电势之和为零, 即

$$\frac{kq}{d} + \frac{kq'}{R} = 0 \quad (1)$$

根据唯一性定理可知, 这就是等效的像电荷量.

即像电荷量  $q' = -\frac{R}{d}q$ .

同理, 像电荷位置, 应令其在球面上任意点引起的电势与  $q$  在同一点电势叠加为零, 即  $q'$  与  $q$  在球

面上任意点引起的电势叠加之后为零. 得

$$\frac{kq'}{\sqrt{R^2 - 2Rr \cos \alpha + r^2}} = \frac{kq}{\sqrt{R^2 - 2Rd \cos \alpha + d^2}} \quad (2)$$

其中  $\alpha$  为球面上任意一点与  $O$  连线和  $OP$  的夹角, 具有任意性. 将  $q'$  代入上式并进行数学变换后, 得

$$d^2 r^2 - R^4 = (2Rrd^2 - 2R^3d) \cos \alpha$$

由于对于任意  $\alpha$  角, 该式都成立, 因此,  $r$  满足的关系是  $r = \frac{R^2}{d}$ .

根据电场强度决定式可知感应电荷在  $P$  点所产生的电场强度

$$E = \frac{kq'}{(d-r)^2} = \frac{kdRq}{(d^2 - R^2)^2} \quad (3)$$

再根据电场强度和电场力的关系式可得

$$F = qE = \frac{kqq'}{(d-r)^2} = \frac{kdRq^2}{(d^2 - R^2)^2} \quad (4)$$

由此可以看出, 利用电像转换法解题的关键一步是根据变换后电场不变的原则, 确定像电荷的大小和位置.

## 2 电像变换法及使用过程中需注意的问题

电像变换法, 多用于接地导体或保持电势不变的导体外有一个或多个点电荷的情况. 通常根据导体面及点电荷的集合位置关系, 推断在所考察区域适当放置一个或多个量值合适的电荷, 使之能够满足导体面上给定的场强及电势条件, 模拟感应电荷对空间电场的贡献. 这些虚拟的电荷成为“像电荷”. 通过等效电像变换的方法, 使实际问题易于解决, 而其可靠性则源于静电学的重要原理——唯一性定理.

电像变换法的的实质是在所研究的场域外的适当地方, 用假想的“像电荷”来代替真实的导体感应电荷或介质的极化电荷对场点的作用. 在代替的时候, 必须保证原有的电场、边界条件等不变, 不能破坏原有的场分布.

这里要注意几点:

(1) 唯一性定理要求所研究空间的泊松方程不能被改变(即自由点电荷位置、大小不能变). 因此, 做替代时, 假想电荷必须放在所求区域之外.

(2) 由于像电荷代替了真实的感应电荷或极化电荷的作用, 因此放置象电荷后, 就认为原来的真实的导体或介质界面不存在, 即不再考虑导体和介质

表面的感应电荷.也就是直接用“像电荷”替代感应电荷.

(3)一旦用了假想(像)电荷,就不再考虑原来的电荷分布.

(4)像电荷是虚构的,它只在产生电场方面与真实的感应电荷或极化电荷有等效作用.而其电荷量并不一定与真实的感应电荷或真实的极化电荷相等,不过在某些问题中,它们却恰好相等.

(5)电像变换法所适应的范围是:所求区域有少许几个点电荷,它产生的感应电荷一般可以用假想点电荷代替;导体或介质的边界面必是简单的规则的几何面(球面、柱面、平面).

### 3 电像变换法的“思维魅力”

如果在所求解的区域内只有一个或者几个点电荷,区域边界又是规则且有高度对称的导体或介质界面,这类问题就可以用电像变换法来求解电场分布、感应电荷分布以及库仑力.

电像变换法,形象地说,就是一种等效的方法.为什么等效呢?可以从相关的电场的电场线的具体形状就能够看出来,将导体板,或者是接地导体板对电荷的作用等效为某点电荷对其的作用.此法简单易用,是求解的诀窍.

电像可以理解为光学中的平面镜成像.通过作

图,可以知道其一些特性.给定一个由一片无限平面导体和一个点电荷构成的物理系统,这无限平面导体可以被视为一片镜子,在镜子里面的镜像电荷与镜子外面的点电荷,所形成的新系统,可以使得导体平面上的电场垂直于导体,与原本系统等价.借此方法,我们可以将问题简化,很容易地计算出总感应电荷、导体外的电场、代替外电荷受到的库仑力等等.

利用电像变换法解决问题可让学生领略到这种找到像电荷进行等效替代的乐趣以及学会等效替代的物理方法和养成严谨的科学思维.电像变换法所体现的等效思想的美、简单美,能够让人“如获至宝”,回味无穷.而它解题过程中需注意的问题,又恰恰体现物理的严谨性.因此,利用电像转换法解电学题,可以带我们领略物理科学思维的“魅力”.

### 参考文献

- 1 陈义成.电动力学及其计算机辅助教学.北京:科学出版社,2007
- 2 沈晨.更高更妙的物理 冲刺全国高中物理竞赛.杭州:浙江大学出版社,2006
- 3 赵永宽.等效法和微元法在高考物理中的应用.中学物理教学参考,2015(6):48~49
- 4 杨兆兴,王金聚.静电场中的“像电荷”及其应用.物理之友,2016(2):44~45
- 5 方林.推陈出新,能力提升:对2013年安徽高考理综卷第20题的评析.物理教师,2013(12):73~74

## Using Electrical Image Transformation to Solve Electrical Issues Skillfully

Xu Shiwen

(School of Physics and Telecommunication Engineering, South China Normal University, Guangzhou, Guangdong 510006)

**Abstract:** This paper introduces in detail how to use the electric image method to solve complex electrical problems, the problem needing attention when using and the equivalent thinking charm. Including how to solve the problems of the infinite grounding plane and the grounding conductor ball by using the method of electric image transformation, respectively, and the beauty of solving high examination questions and physics competitions by using the method of electric image transformation.

The electric image transformation method is the application of the equivalent thought, in the high school stage, the student does not require to carry on the rigorous reasoning demonstration, only needs to understand deeply its thought essence, therefore this article focuses on the infiltration electric transformation method's physics thought and "the scientific thought charm" in the problem solving.

**Key words:** "electric charge"; equivalent thought; electric image transformation; the charm of physics thinking