

载流螺线环磁场的 MATLAB 仿真*

周鑫 李江珊

(电子科技大学英才学院 四川 成都 611731)

吴明和 滕保华

(电子科技大学物理学院 四川 成都 610054)

(收稿日期:2018-04-16)

摘要:本文分别利用毕奥-萨伐尔定律和磁矢势对不同密绕程度下载流螺线环的磁场进行了理论计算,并对其进行了 MATLAB 仿真,结果表明载流螺线环的磁场分布具有随距离变化的跃变特征、随角度变化的周期特征和随密绕程度的振荡特征.

关键词:载流螺线环 毕奥-萨伐尔定理 磁矢势 MATLAB 仿真

1 引言

对于载流圆线圈和长直载流螺线管的磁场,无论是数学推导^[1,2]、还是模拟仿真^[3,4],在教科书和文献中已经有了详尽的介绍和描述.然而关于载流螺线环磁场的分析却比较少见^[5],既缺少对载流螺线环磁场的数学分析,也缺少对螺线环磁场的仿真计算.本文基于载流圆线圈的磁场,分别利用毕奥-萨伐尔定律和磁矢势计算了不同密绕程度下载流螺线环的磁场分布,并利用 MATLAB 对载流螺线环的磁场进行了数值仿真,揭示了磁场随距离、方位角度以及密绕程度的变化特征.

2 计算方法

下面分别从毕奥-萨伐尔定律^[6,7]和磁矢势^[8]出发,计算不同密绕程度的载流螺线环的磁场.在计算时,螺线环中的每匝线圈用载流圆线圈代替,即螺线环的匝数就是圆环的个数,并且不考虑载流导线的直径.

2.1 基于毕奥-萨伐尔定律的计算

建立如图 1 所示的空间直角坐标系,设 xOy 平面为螺线环参考平面,螺线环的半径为 R_1 ,螺线环的匝数为 N ,即螺线环由 N 个均匀分布的载流圆线圈

圈构成,电流为 I .考虑位于螺线环参考平面上方位角 α 处的载流圆线圈,电流方向如图 1 所示,载流圆线圈正方向为 \mathbf{n} , θ 为向量 $\overrightarrow{O'P}$ 与 \mathbf{n} 的夹角,有

$$\alpha = \frac{2\pi i}{N} \quad (i=0,1,\dots,N-1)$$

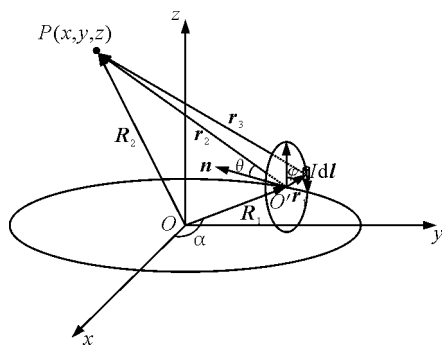


图 1 载流螺线环磁场示意图

在图 1 中, O' 为螺线环上任取的一个载流圆线圈的圆心, φ 为任一电流线圈平面上线圈圆心到电流元的矢量 \mathbf{r}_1 与电流线圈平面极坐标的极轴的夹角,容易得到圆线圈上任一电流元到 P 点的位置矢量为

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_3 = & (x - R_1 \cos \alpha - r_1 \sin \varphi \cos \alpha) \mathbf{e}_x + \\ & (y - R_1 \sin \alpha - r_1 \sin \varphi \sin \alpha) \mathbf{e}_y + \\ & (z - r_1 \cos \varphi) \mathbf{e}_z \end{aligned}$$

而圆环上的电流元为

* 系四川省教育发展研究中心重点项目的资助.

$$Id\mathbf{l} = I r_1 d\varphi \begin{pmatrix} (\cos \varphi \cos \alpha) \mathbf{e}_x + \\ (\cos \varphi \sin \alpha) \mathbf{e}_y - \sin \varphi \mathbf{e}_z \end{pmatrix} = I r_1 d\varphi \mathbf{e}_\tau$$

其中 \mathbf{e}_τ 表示在圆电流线圈的切向方向上的单位向量, 则载流圆线圈在 P 点的磁感应强度为

$$\mathbf{B}(\alpha) = \int_0^{2\pi} \frac{\mu_0 I r_1 d\varphi}{4\pi r_3^3} \mathbf{e}_\tau \times \mathbf{r}_3 \quad (1)$$

从而载流螺线环在任一点 $P(x, y, z)$ 的磁场强度为

$$B_x = \sum_{i=0}^{\infty} B_x(\alpha) = \sum_{i=0}^{N-1} B_x\left(\frac{2\pi i}{N}\right) \quad (2.1)$$

$$B_y = \sum_{i=0}^{\infty} B_y(\alpha) = \sum_{i=0}^{N-1} B_y\left(\frac{2\pi i}{N}\right) \quad (2.2)$$

$$B_z = \sum_{i=0}^{\infty} B_z(\alpha) = \sum_{i=0}^{N-1} B_z\left(\frac{2\pi i}{N}\right) \quad (2.3)$$

2.2 基于磁矢势的载流螺线环磁场的计算

参考平面上方位角 α 处的载流圆线圈在 P 点的磁矢势可以表示为^[8]

$$\mathbf{A}(r_2, \theta, \varphi, \alpha) = A(r_2, \theta, \varphi) \mathbf{e}_\varphi = \frac{\mu_0 I r_1}{4\pi} \int_0^{2\pi} \frac{\cos \varphi d\varphi}{(r_1^2 + r_2^2 - 2r_1 r_2 \sin \theta \cos \varphi)^{\frac{1}{2}}} \mathbf{e}_\varphi \quad (3)$$

进而由 $\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}$ 可以得到 P 点磁感应强度

$$\mathbf{B}(\alpha) = B_{r_2}(\alpha) \mathbf{e}_{r_2} + B_\theta(\alpha) \mathbf{e}_\theta + B_\varphi(\alpha) \mathbf{e}_\varphi \quad (4)$$

其中

$$\mathbf{e}_{r_2} = \frac{\mathbf{r}_2}{|\mathbf{r}_2|}$$

$$\mathbf{e}_\theta = \frac{\mathbf{n} \times \mathbf{r}_2}{|\mathbf{n} \times \mathbf{r}_2|}$$

$$\mathbf{e}_\varphi = \mathbf{e}_{r_2} \times \mathbf{e}_\theta$$

注意 $\mathbf{B}(\alpha)$ 是 α 的函数, P 点总磁感应强度 \mathbf{B} 等于所有不同 α 处的圆电流对 P 点贡献的磁感应强度 $\mathbf{B}(\alpha)$ 累加, 即

$$\mathbf{B} = \sum_{\alpha} \mathbf{B}(\alpha) = \sum_{i=0}^{N-1} \mathbf{B}\left(\frac{2\pi i}{N}\right) \quad (5)$$

其中

$$B_x = \sum_{i=0}^{N-1} B_x\left(\frac{2\pi i}{N}\right) \quad (6.1)$$

$$B_y = \sum_{i=0}^{N-1} B_y\left(\frac{2\pi i}{N}\right) \quad (6.2)$$

$$B_z = \sum_{i=0}^{N-1} B_z\left(\frac{2\pi i}{N}\right) \quad (6.3)$$

比较以上两种不同对螺线环磁场的计算方法可以发现, 不管是基于毕奥-萨伐尔定律还是基于磁势

矢的计算方法, 均物理概念明确, 数学计算规范, 而且便于仿真.

3 仿真分析与讨论

以螺线环半径 $r_1 = 10$ m, 载流圆线圈半径 $R_1 = 3$ m, 电流 $I = 1$ A 的螺线环为例, 仿真不同密绕程度下载流螺线环的磁场分布.

3.1 磁场分布的整体特征

在匝数 $N = 50, 100, 200$ 等 3 种密绕程度下, 利用 MATLAB 仿真了其磁场的整体分布. 可以看出, 当 N 较小时, 毛刺现象严重; 随着密绕程度增加, 螺线环的磁场变化越来越平滑. 当 $N = 200$ 时, 螺线环的磁场分布可近似为理想螺线环的分布, 即磁场呈圆对称分布, 只有螺线环内部存在磁场.

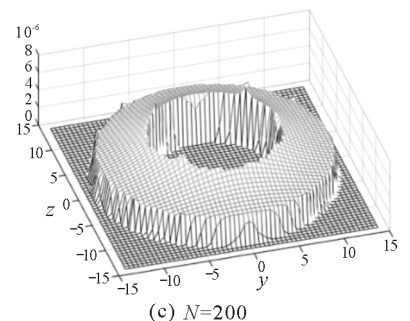
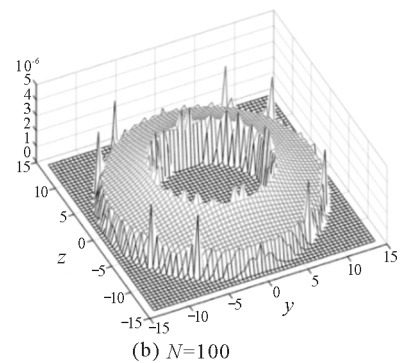
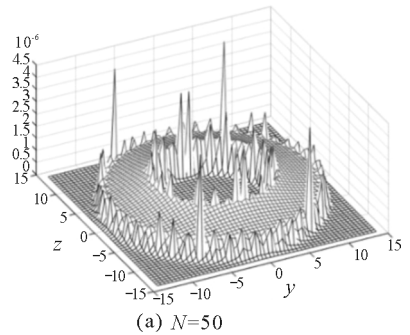


图2 3种情况下载流螺线环的磁场分布

3.2 磁场与距离的跃变特征

在螺线环参考平面上且方位角为零,计算了距离圆心任意距离处的磁场,图3为MATLAB仿真的结果。

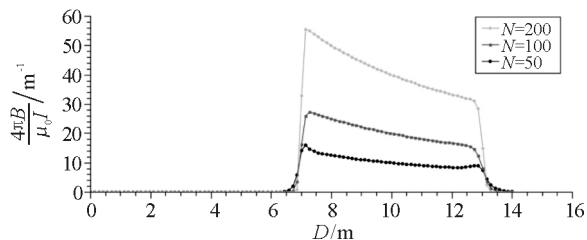


图3 3种情况下载流螺线环的磁场跃变特征

可以看出,磁场分布呈现跃变性的特点,即在螺线环范围之外的区域磁场几乎为零,而在螺线环内磁场与离圆心的距离成反比关系,但当密绕程度低时,跃变不明显,边缘处缓慢上升或下降;当密绕程度高时,边缘处陡升或陡降的跃变特征明显。

3.3 磁场与角度的周期特征

在螺线环参考平面且在螺线环内半径为9 m一个圆周上,计算了各点的磁场大小,其MATLAB仿真的结果如图4所示,其中显示出磁场分布随角度变化的周期性。

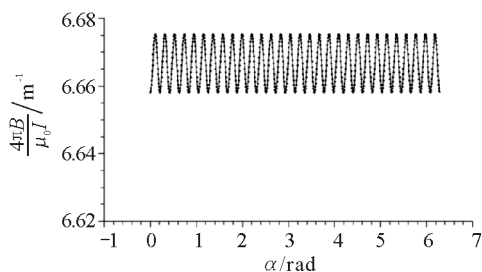


图4 磁场随角度的变化关系

3.4 磁场与密绕程度的振荡特征

在螺线环参考平面上,且在螺线环内半径为12.5 m,方位角为零的一个固定位置,计算了密绕程度从 $N=0 \sim 150$ 不同情况下,该固定点磁场的MATLAB仿真结果如图5所示。从图5可明显看出,随着密绕程度上升,该点的磁场大小呈总体上升的振荡特征。

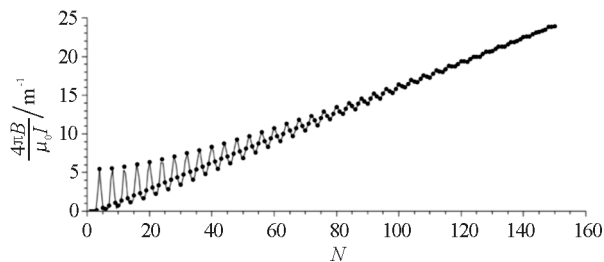


图5 磁场随密绕程度的变化关系

实际上,整体的上升性是由于随着螺线环密绕程度的提高,螺线环的漏磁现象减弱,从而使得螺线环内部的磁场变大;而振荡性则是由于随着螺线环密绕程度的变化,该固定点与各个载流圆环的相对位置发生了往复变化,导致磁场叠加的结果是振荡的。

4 结论

本文分别从毕奥-萨伐尔定律和磁矢势出发,计算不同密绕程度的载流螺线环的磁场,并利用MATLAB仿真,得到了载流螺线环的磁场分布,从而对不同密绕程度情况下磁场分布呈现的跃变性、周期性、以及振荡性等特点加深了认识。

参考文献

- 1 张星辉. 圆电流磁感线的分布及磁感应强度的函数表达式. 大学物理, 2006(01): 27 ~ 32
- 2 丁学成, 王冉冉, 丁振瑞, 等. 有限长密绕螺线管空间磁场分布模拟. 物理通报, 2014(03): 32 ~ 33
- 3 朱平. 圆电流空间磁场分布. 大学物理, 2005(09): 13 ~ 17
- 4 徐胜男, 任学智, 位浩杰, 等. 基于MATLAB的载流圆环磁场分布的动态仿真. 大学物理实验, 2016, 29(03): 96 ~ 102
- 5 廖斌, 邓春风, 吴先映, 等. 利用MATLAB计算螺线管内磁场分布研究. 北京师范大学学报(自然科学版), 2010, 46(06): 688 ~ 690
- 6 王玉梅, 孙庆龙. 利用MATLAB分析圆环电流的磁场分布. 长春师范学院学报(自然科学版), 2010, 29(02): 20 ~ 23
- 7 程海, 宫浩, 陈坤, 等. 基于MATLAB的圆形线圈磁场强度与线圈个数的线性关系仿真. 电子测试, 2014(22): 35 ~ 37

(下转第48页)

展,不仅能影响到广大物理教师在新时期下的教育观,也会影响到学生实验探究能力的培养与提高.

4.1 破冰之举在于“研”

分组探究式实验教学在乡镇初中全面开展存在诸多问题,而要解决好这些问题的关键在于一个字——研.尝试多开展研磨课活动,发挥教研的功能,加强集体研讨、尝试课题研究,体现集体的智慧,同时也要研究学生,了解学生,站在学生的角度,在方法上合理选择,在内容上恰当处理,在程序上反复设计,把学生的主体地位与教师的主导性有效结合,既能引导学生有序有效开展分组探究实验活动,又能加强学生自主合作交流能力的培养,更能形成高效生动的实验教学课堂.

4.2 提升之道在于“学”

4.2.1 学习技术,提升能力

信息技术能力是信息化社会教师必备的专业能力,应用信息技术优化课堂教学的能力为基本能力,应用信息技术转变学习方式的能力为发展性要求.在教学时信息技术的应用不仅能扩大知识容量,也可以增强直观性的效果,利用信息技术辅助教学,将传统的教学与现代技术有效融合,合理互补,优化分组实验课堂教学,也可以实现线上线下相结合的新

型学习方式.

4.2.2 充电补能,更新观念

信息化的时代,需要更专业化的教师.教师必须要学习先进中学教育理论,优化知识结构,具有终身学习和持续发展的意识和能力,做终身学习的典范.教师也应更新分组探究实验教学观念,改变传统教学的模式,适应新时期下的大教育观,加强专业理论知识再学习,提升教育专业化水平,坚持实践、反思、再实践、再反思,不断提高专业能力.

4.3 推进之路在于“行”

兴趣是最好的老师.学生大都具有强烈的操作兴趣,希望亲自动手多做实验,教师要充分保护和利用这个积极性,让学生更多地参加实验活动.虽然在乡镇初中开展学生分组探究实验存在各种困难,但是作为教师的我们,应不忘初心,在研与学的并进中,双管齐下积极行动起来,克服困难,砥砺前行,全面推进分组探究实验的有效开展.

参考文献

- 1 中华人民共和国教育部.中学教师专业标准(试行)
- 2 中华人民共和国教育部.初中物理课程标准(2011年版)
- 3 中华人民共和国教育部.中小学教师信息技术应用能力标准(试行)

(上接第42页)

8 James M. Griffith and George W. Pan. Time Harmonic Fields Produced by Circular Current Loops. Ieee

Transactions on Magnetics, 2011, 47(8)

MATLAB Simulation on Magnetic Field in Current-carrying Spiral Ring

Zhou Xin Li Jiangshan

(Yingcai Honors College, University of Electronic Science and Technology of China, Chengdu, Sichuan 611731)

Wu Minghe Teng Baohua

(School of Physics, University of Electronic Science and Technology of China, Chengdu, Sichuan 610054)

Abstract: Based on the Biot-Savart law and the magnetic vector potential, this paper calculated strictly the magnetic field of current-carrying ring solenoid with different density. The MATLAB simulation results show that the magnetic field of the circular current solenoid has the characteristics of jump with distance, periodic variation with angle and oscillation with density.

Key words: circular current solenoid; Biot-Savart law; magnetic vector potential; MATLAB simulation