高中物理完全弹性碰撞快速解题二级结论

高宇翔

（贵州省惠水民族中学　贵州 黔南　550600）

（收稿日期：2018－05－04）

摘　要：通过对人教版高中《物理·选修 3－5》中碰撞一节的“思考与讨论”栏目进行拓展，利用相对速度，把完全非弹性碰撞的二级结论用简单的方法推导出来，并与纯数学方法推导过程进行了比较. 得到一个比较容易理解记忆的二级结论，用来快速解答高考题.

关键词：高考　完全弹性碰撞　解题

2017 年高考前夕，全国卷地区将动量内容由原来的选修改为必修，使得动量内容的考查融入了整个力学体系，而在动量中经常考查的是碰撞问题，碰撞问题有 3 大类：完全非弹性碰撞、完全弹性碰撞和介于二者之间的非完全弹性碰撞，其中完全非弹性碰撞由于碰后共速，所以考查较为简单. 非完全弹性碰撞只满足动量守恒而不满足机械能守恒，在考察时也只能简单考查. 完全弹性碰撞由于既满足动量守恒又满足机械能守恒，在历年的高考中成为出题的重要考察点. 本文主要论述完全弹性碰撞中的快速解题方法.

在人教版《物理·选修 3－5》第十六章第四节“碰撞”第二个“思考与讨论”中有一个一维弹性碰撞的例子.

【**例 1**】如图 1 所示，一个在光滑水平面上，质量为 m_1 的小球，以速度 v_1 与原来静止的质量为 m_2 的小球发生对心弹性碰撞，试求碰撞后它们各自的速度？

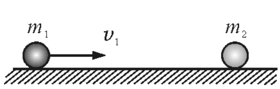

图 1　例 1 题图

设碰撞后它们的速度分别为 v'_1 和 v'_2，在弹性碰撞过程中，根据动量守恒定律得

$$m_1 v_1 = m_1 v'_1 + m_2 v'_2 \tag{1}$$

根据机械能（动能）守恒定律得

$$\frac{1}{2} m_1 v_1{}^2 = \frac{1}{2} m_1 v'_1{}^2 + \frac{1}{2} m_2 v'^2_2 \tag{2}$$

联立式(1)、式(2) 解得

$$v'_1 = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_1 \qquad v'_2 = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_1$$

这个结果来自于课本，但是遗憾的是这个结果只是在“一动碰一静”中推导出来的，对于更加复杂的“两动相碰”，此结果能否延伸和拓展呢？答案是肯定的：能！拓展的依据就是相对速度. 我们来看下一个例子.

【**例 2**】如图 2 所示，在光滑水平面上，质量为 m_1，m_2 的两球发生对心弹性碰撞，碰撞前速度分别为 v_1 和 v_2，求两球碰撞后各自的速度？

图 2　例 2 题图

此例是同向相碰问题，两球能碰，说明 $v_1 > v_2$，以碰前 m_2 球为参考系，则 m_1 球的速度大小为：$v_1 - v_2$，这样“两动相碰”问题就被转化为“一动碰一静”，可以利用例 1 中的结果.

故

$$v'_1 = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}(v_1 - v_2)$$

$$v'_2 = \frac{2m_1}{m_1 + m_2}(v_1 - v_2)$$

上面的这个结果是以碰前 m_2 球为参考系得出的，而我们以地面为参考系的话，看到的速度就不是这样的，所以上面的结果还要进行修正，即给结果再附加一个大小为 v_2 的速度就可以了.

$$v'_1 = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}(v_1 - v_2) + v_2$$

$$v'_2 = \frac{2m_1}{m_1 + m_2}(v_1 - v_2) + v_2$$

在“两动相碰”问题中还有相向碰撞的问题，我们再看一个例子.

【例3】如图3所示，在光滑水平面上，质量为 m_1，m_2 的两球发生对心弹性碰撞，碰撞前速度大小分别为 v_1 和 v_2，求两球碰撞后各自的速度？

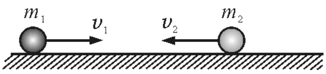

图3　例3题图

此例是相向相碰问题，以碰前 m_2 球为参考系，则 m_1 球的速度大小为：v_1+v_2，这样"两动相碰"问同样被转化为"一动碰一静"，同样可以利用例1中的结果

$$v_1'=\frac{m_1-m_2}{m_1+m_2}(v_1+v_2)\qquad v_2'=\frac{2m_1}{m_1+m_2}(v_1+v_2)$$

同样上面的这个结果是以碰前 m_2 球为参考系得出的，而我们以地面为参考系的话，看到的速度就不是这样的，所以上面的结果还要进行修正，即给结果再减去一个大小为 v_2 的速度就可以了.

$$v_1'=\frac{m_1-m_2}{m_1+m_2}(v_1+v_2)-v_2$$

$$v_2'=\frac{2m_1}{m_1+m_2}(v_1+v_2)-v_2$$

这个例子也可以以碰前 m_1 球为参考系，则 m_2 球的速度大小为：v_1+v_2，这样"两动相碰"问题同样被转化为"一动碰一静"，只不过要做一个角色的转化，此时 m_1 球相当于例1中的静止球，同样可以利用例1中的结果

$$v_1'=\frac{2m_2}{m_1+m_2}(v_1+v_2)$$

$$v_2'=\frac{m_2-m_1}{m_1+m_2}(v_1+v_2)$$

同样上面的这个结果是以碰前 m_1 球为参考系得出的，而我们以地面为参考系的话，看到的速度就不是这样的，所以上面的结果还要进行修正，即给结果再减去一个大小为 v_1 的速度就可以了.

$$v_1'=\frac{2m_2}{m_1+m_2}(v_1+v_2)-v_1$$

$$v_2'=\frac{m_2-m_1}{m_1+m_2}(v_1+v_2)-v_1$$

这样通过相对运动的思想已经将课本上一个简单的结论推广到了所有的完全弹性碰撞问题中了.其实对于完全弹性碰撞问题，大学物理中也有普遍的结论.

【例4】m_1，m_2 为发生完全弹性碰撞的两个物体的质量，v_1，v_2 为碰撞前 m_1，m_2 的速度，求 m_1，m_2 碰撞后的速度 v_1' 和 v_2'.

由动量守恒定律，得

$$m_1v_1+m_2v_2=m_1v_1'+m_2v_2' \tag{1}$$

由机械能守恒定律，得

$$\frac{1}{2}m_1v_1^2+\frac{1}{2}m_2v_2^2=\frac{1}{2}m_1v_1'^2+\frac{1}{2}m_2v_2'^2 \tag{2}$$

令 $k=\dfrac{m_2}{m_1}$，式(1)和式(2)同时除以 m_1，得

$$v_1+kv_2=v_1'+kv_2' \tag{3}$$

$$v_1^2+kv_2^2=v_1'^2+kv_2'^2 \tag{4}$$

式(3)、式(4)变形，得

$$v_1-v_1'=k(v_2'-v_2) \tag{5}$$

$$(v_1+v_1')(v_1-v_1')=k(v_2'+v_2)(v_2'-v_2) \tag{6}$$

将式(5)代入式(6)，得

$$v_1+v_1'=v_2'+v_2 \tag{7}$$

联立式(5)、式(7)，将 v_1'，v_2' 移到方程的左侧，则有

$$v_1'+kv_2'=v_1+kv_2 \tag{8}$$

$$v_1'-v_2'=-v_1+v_2 \tag{9}$$

由式(8)减去式(9)，得

$$(k+1)v_2'=2v_1+(k-1)v_2$$

$$v_2'=\frac{2}{k+1}v_1+\frac{k-1}{k+1}v_2$$

$$v_2'=\frac{2}{\frac{m_2}{m_1}+1}v_1+\frac{\frac{m_2}{m_1}-1}{\frac{m_2}{m_1}+1}v_2$$

$$v_2'=\frac{2m_1}{m_2+m_1}v_1+\frac{m_2-m_1}{m_2+m_1}v_2 \tag{10}$$

由式(8)+k 乘以式(9)，得

$$(k+1)v_1'=(1-k)v_1+2kv_2$$

$$v_1'=\frac{1-k}{k+1}v_1+\frac{2k}{k+1}v_2$$

$$v_1'=\frac{1-\frac{m_2}{m_1}}{\frac{m_2}{m_1}+1}v_1+\frac{2\frac{m_2}{m_1}}{\frac{m_2}{m_1}+1}v_2$$

$$v_1'=\frac{m_1-m_2}{m_1+m_2}v_1+\frac{2m_2}{m_1+m_2}v_2 \tag{11}$$

例2中的结果 $v_1'=\dfrac{m_1-m_2}{m_1+m_2}(v_1-v_2)+v_2$ 可以进行进一步的推算

$$v_1'=\frac{m_1-m_2}{m_1+m_2}(v_1-v_2)+v_2=$$

$$\frac{m_1v_1-m_2v_1-m_1v_2+m_2v_2+m_1v_2+m_2v_2}{m_1+m_2}=$$

基于核心素养的物理教学设计

—— 以“生活中的圆周运动”为例

叶海娟　　褚云杰

（嘉兴市第五高级中学　浙江 嘉兴　314000）

（收稿日期：2018－05－09）

摘　要：以“生活中的圆周运动”为例，通过知识与情境关联构建物理观念，利用运动过程模型的建构锻炼科学思维，从创造实验情境培养科学探究，从理论与实际结合彰显科学态度与责任 4 个方面叙述基于核心素养的课堂教学设计.

关键词：核心素养　圆周运动　向心力

1　问题的提出

1.1　当前物理教学的现状

众所周知，长期以来物理教学在“效率”和“竞争”的压力下，课堂俨然变成了知识传授和解题训练的场所，严重弱化了物理学科应有的学科教学功能. 主要表现在以下几个方面：一是课堂教学知识点过于密集，学生处于被动接受的状态，自主思维能力严重削弱；二是为了加快教学的进度，压缩知识的形成过程，把结论当成知识，然后进行反复的训练；三

$$\frac{m_1-m_2}{m_1+m_2}v_1+\frac{2m_2}{m_1+m_2}v_2$$

与式(11) 结果完全一样.

例 2 中的结果 $v_2'=\frac{2m_1}{m_1+m_2}(v_1-v_2)+v_2$ 可以进行进一步的推算

$$v_2'=\frac{2m_1}{m_1+m_2}(v_1-v_2)+v_2=$$

$$\frac{2m_1v_1-2m_1v_2+m_1v_2+m_2v_2}{m_1+m_2}=$$

$$\frac{2m_1}{m_2+m_1}v_1+\frac{m_2-m_1}{m_2+m_1}v_2$$

与式(10) 结果完全一样.

例 3 中的结果 $v_1'=\frac{m_1-m_2}{m_1+m_2}(v_1+v_2)-v_2$ 可以进行进一步的推算

$$v_1'=\frac{m_1-m_2}{m_1+m_2}(v_1+v_2)-v_2=$$

$$\frac{m_1v_1-m_2v_1+m_1v_2-m_2v_2-m_1v_2-m_2v_2}{m_1+m_2}=$$

$$\frac{m_1-m_2}{m_1+m_2}v_1-\frac{2m_2}{m_1+m_2}v_2$$

这个结果与式(11) 差别是中间的“—”号，这是因为在例3中使用的是标量表达式，即推导结果 $v_1'=\frac{m_1-m_2}{m_1+m_2}v_1-\frac{2m_2}{m_1+m_2}v_2$ 表示 v_1 和 v_2 方向相反，正好印证了例 3 相向相碰的事实.

例 3 中的结果 $v_2'=\frac{2m_1}{m_1+m_2}(v_1+v_2)-v_2$ 可以进行进一步的推算

$$v_2'=\frac{2m_1}{m_1+m_2}(v_1+v_2)-v_2=$$

$$\frac{2m_1v_1+2m_1v_2-m_1v_2-m_2v_2}{m_1+m_2}=$$

$$\frac{2m_1}{m_2+m_1}v_1-\frac{m_2-m_1}{m_2+m_1}v_2$$

这个结果与式(10) 差别同样是中间的“—”号，同样这是因为在例 3 中使用的是标量表达式，即推导结果 $v_2'=\frac{2m_1}{m_2+m_1}v_1-\frac{m_2-m_1}{m_2+m_1}v_2$ 表示 v_1 和 v_2 方向相反，也正好印证了例 3 相向相碰的事实.

例 4 是用大学的知识经过非常复杂的计算推导出来的，而例 1、例 2、例 3 中的结果是通过高中课本上的一个简单结果延伸和拓展出来的，非常容易理解，推导过程也不复杂，所以可以当作结论记下来，在具体解题时快速使用，赢得时间，赢得高考.