

关于角动量的教学探讨*

周鹏宇

(东北电力大学理学院 吉林 吉林 132012)

李 晗

(吉林农业科技学院文理学院 吉林 吉林 132101)

宋更新 刘 帅 王 波 侯朴赓

(东北电力大学理学院 吉林 吉林 132012)

(收稿日期:2018-05-17)

摘 要:提出了一种讲授角动量的新思路,通过将描述刚体转动的物理量与描述质点运动的物理量类比引入刚体角动量;通过转动定律推导出角动量定理,阐释刚体角动量概念引入的合理性和意义;再利用刚体角动量表达式推导出一般质点和质点系的角动量,体现角动量概念的普适性.

关键词:大学物理 角动量 角动量定理 转动定律

角动量是研究物体转动的重要物理量,是转动动力学的核心概念之一.目前,绝大多数大学物理教材在介绍角动量时^[1~7],都是先定义质点角动量,再通过质点角动量推演出刚体和一般质点系的角动量.然而,由于质点角动量是力学中最初涉及物理量间矢积运算的物理量之一,它与学生之前所遇到的物理量都不相似,具有明显的特殊性,会使初次接触它的学生感到十分陌生,不容易理解和掌握.本文提出了讲解和阐释刚体、质点以及一般质点系角动量概念和相关理论的新思路:通过将描述刚体转动物理量和描述质点平动物理量进行类比,引入刚体角动量概念及其表达式;利用转动定律推导出角动量定理,阐释角动量引入的合理性和物理意义;再通过刚体角动量的表达式讨论得出质点角动量和一般质点系的角动量,说明角动量概念及其相关理论的普适性.

用来研究刚体定轴转动的物理量,如角速度 ω ,转动动能 E_T ,转动惯量 J ,力矩 \mathbf{M} 和角加速度 α 等,与用来研究质点运动的物理量,如速度 \mathbf{v} ,动能 E_k ,质量 m ,力 \mathbf{F} 和加速度 \mathbf{a} 等具有很强的对应关

系,比如: ω 和 \mathbf{v} 相似,都代表研究对象运动的快慢;刚体的 E_T 可由质点的 E_k 导出,且表达式相似

$$E_T = \frac{J\omega^2}{2} \quad E_k = \frac{mv^2}{2}$$

J 和 m 相似,都体现被研究对象的惯性; \mathbf{M} 和 \mathbf{F} 相似,都是用来描述改变研究对象运动状态的作用; $\alpha = \frac{d\omega}{dt}$ 代表 ω 随时间的变化率,而 $\mathbf{a} = \frac{d\mathbf{v}}{dt}$ 代表 \mathbf{v} 随时间的变化率;另外,转动定律 $\mathbf{M} = J\alpha$ 和牛顿第二定律 $\mathbf{F} = m\mathbf{a}$ 相似,体现的都是外在作用和被作用对象运动状态改变情况的相互关系.在研究质点动力学问题时,我们引入动量这一概念 $\mathbf{p} = m\mathbf{v}$;按照上述的类比方法,可以猜想应该存在与之对应的用来描述刚体转动的物理量,并且按照物理量间的相似对应关系可知,这一物理量应该被表示成 $J\omega$,由此引入角动量概念

$$\mathbf{L} = J\omega \quad (1)$$

那么猜想得到的这个新概念是否合理和有意义呢?这需要验证一下.如何验证?可以检验它与已知物理量间是否存在联系,或者看看它是否可以由已知的物理量衍生出来.由于角动量 \mathbf{L} 表达式中含

* 东北电力大学博士科研启动基金资助项目,项目编号:11515

作者简介:周鹏宇(1986-),男,博士,讲师,主要从事物理教学和科研工作.

有 J 和 ω 两个量, 因此它应与力矩 M 有紧密联系; 因为 $M = J\alpha$, 与 L 相似都是由转动惯量和角量构成. 将 $M = J\alpha$ 式子的两边同时对时间积分得

$$\begin{aligned} \int_{t_1}^{t_2} M dt &= \int_{t_1}^{t_2} J\alpha dt = J \int_{t_1}^{t_2} \alpha dt = \\ &= J \int_{t_1}^{t_2} \frac{d\omega}{dt} dt = J\omega_2 - J\omega_1 \\ \int_{t_1}^{t_2} M dt &= L_2 - L_1 = \Delta L \end{aligned} \quad (2)$$

由此可知, 作用在刚体上的力矩对时间的累积等于刚体末态角动量和初态角动量之差, 这表明是一个用来描述刚体转动的状态参量.

一般情况下, 刚体可能会同时受到多个力矩作用. 按照这些力矩来源的不同可将它们划分为内力矩和外力矩. 对于刚体(或一般物体)而言, 内力是源于其内部各质元的相互作用, 由牛顿第三定律可知, 作用力和反作用力始终大小相等、方向相反, 且作用的位置相互重合; 由此可知作用力和反作用力形成的力矩必然是大小相等方向相反的, 又由于作用力和反作用力总是成对出现, 因此可知它们对总力矩贡献为零, 即内力矩之和为零. 由此推论, 一个刚体(或一般物体)角动量的变化应来源于合外力矩的作用, 即

$$\int_{t_1}^{t_2} M_{\text{外}} dt = L_2 - L_1 = \Delta L \quad (3)$$

此为角动量定理.

角动量定理还有一个重要的推论: 当合外力矩 $M_{\text{外}} = 0$ 时, $L_2 = L_1$. 该推论称为角动量守恒定律.

上面通过类比法, 引入刚体角动量概念, 并且讨论得出角动量和力矩之间的关系, 以及角动量守恒. 对于角动量这个概念, 它不仅可以用来描述刚体转动, 而且可以用来描述和研究一般的质点和质点系的运动, 例如: 绕固定点作匀速圆周运动的质点, 假设质点质量为 m , 圆周半径为 R , 角速度为 ω , 那么, 该质点相对于固定点的转动惯量为

$$J = mR^2$$

其角动量为

$$L = J\omega = mR^2\omega$$

下面来考虑作一般运动质点相对于空间中某参考点的角动量.

如图 1 所示, 一质点, 其质量为 m , 速度为 v , 相对于参考点 O 的位矢为 r . 质点运动过程中位矢 r 相对于水平线的夹角 θ 随时间变化, 因此质点相对于点 O 应具角速度 ω . 将 v 向与 r 平行和垂直的两个方向上投影, 分解成 v_{\parallel} 和 v_{\perp} .

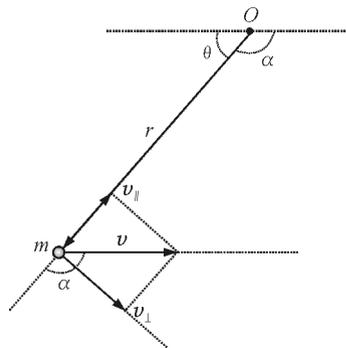


图 1 求解质点 m 相对于参考点 O 的角动量的示意图

由图像可知, 只有 v_{\perp} 对 ω 有贡献, 而 v_{\parallel} 对 ω 无贡献; 利用角速度和线速度的关系可得

$$\omega = \frac{v_{\perp}}{r} = \frac{v \cos\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right)}{r} = \frac{v \sin \alpha}{r}$$

那么, 该质点相对于 O 点的角动量为

$$L = J\omega = mr^2 \cdot \frac{v \sin \alpha}{r} = rmv \sin \alpha$$

根据图 1 中各矢量的关系可得, 质点角动量表达式的矢量形式应为

$$L = r \times (mv) = r \times p \quad (4)$$

单一质点相对于某一参考点的角动量也可视为该质点相对于穿过该参考点且与速度矢量和参考点所在平面垂直的假想轴的角动量^[8], 那么可推知, 由多个质点构成的质点系相对于某个轴也应具有角动量. 根据矢量的可叠加性可知, 某一质点系的总角动量应等于其内部各个质点的角动量之和, 即

$$L = \sum_i L_i = \sum_i r_i \times p_i \quad (5)$$

以上讨论表明, 质点和质点系的角动量表达式可由刚体角动量表达式衍生出来, 因此质点和质点系相对于某个参考点的角动量同样满足角动量定理和角动量守恒定律.

参考文献

- 1 马文蔚, 周雨青. 物理学(第6版)上册. 北京: 高等教育

- 出版社, 2014. 119 ~ 129
- 2 赵近芳. 大学物理学上册. 北京: 北京邮电大学出版社, 2002. 53 ~ 57
- 3 刘克哲. 物理学(第2版)上卷. 北京: 高等教育出版社, 1999. 113 ~ 115
- 4 秦万广, 刘帅, 赵岩. 大学物理上册. 北京: 高等教育出版社, 2013. 108 ~ 113
- 5 宋更新, 姜立南, 董晓睿, 等. 大学物理上册. 北京: 高等教育出版社, 2016. 117 ~ 123
- 6 程守洙, 江之水. 普通物理学1(第5版). 北京: 高等教育出版社, 2003. 179 ~ 186
- 7 邓法金. 大学物理学. 北京: 科学出版社, 2001. 109 ~ 123
- 8 秦家桦. 质点角动量定理的一个基本性质. 大学物理, 1995, 14(6): 45

Discussion about the Teaching of Angular Momentum

Zhou Pengyu

(School of science, Northeast Electric Power University, Jilin, Jilin 132012)

Li Han

(School of Letters and science, Jilin Agricultural University of Science and Technology, Jilin, Jilin 132101)

Song Gengxin Liu Shuai Wang Bo Hou Pugeng

(School of science, Northeast Electric Power University, Jilin, Jilin 132012)

Abstract: A new idea of teaching angular momentum was proposed. Angular momentum of a rigid body was introduced by a comparison between physical quantities for describing rotation of a rigid body and physical quantities for describing motion of a mass point. The authenticity and physical meaning of the concept of angular momentum of a rigid body was interpreted by a discussion of the relationship between angular momentum theorem and the law of rotation. And the angular momentum of a mass point and the angular momentum of a system of mass points were derived from the expression of angular momentum of a rigid body, which vividly reflected the universality of the concept of angular momentum.

Key words: college physics; angular momentum; angular momentum theorem; law of rotation

(上接第30页)

际教学中去,不仅使学生获益匪浅,还推动了我校大学物理教学质量的整体提高。

6 总结

通过对通识必修课物理学 A, 物理学 B, 物理学 C 以及物理实验课程精品课程的建设, 以及全校素质选修课程——《物理与人类文明》网站的建设, 整个物理教学体系中的各个环节均得到进一步完善, 已将我校大学物理课程建设成为完整的、区分难度层次的、针对农林院校少学时的、有特色的、规范的大学物理理论和实验课程教学体系, 覆盖全校各专业(包含文科物理), 有效解决了农林院校物理课程教学内容陈旧, 缺乏特色, 课程体系繁杂但课时较少的问题, 引领了农林院校基础教育教学的发展趋势。

在改革中注重科技手段的运用, 有效提高了学生参与度, 提升了整体教学效果, 促进了信息技术与教育教学深度融合, 具有很强的创新性. 教学成果在教学实践中反复改进, 在实践中检验改革成效, 目前各项教学成果仍在使用, 体现了项目的良好成效性, 在农林院校中具有很高的推广价值。

参考文献

- 1 姚宇峰, 陈菁. 基于精品课程建设的大学物理实验教学现状问卷调查及分析. 积淀分享——北京林业大学教学改革研究论文集, 2012: 37 ~ 41
- 2 陈菁, 张文杰, 张立. 互动式课堂教学模式的探索——基于自主研发的“课堂表决器”在大学物理课程教学中的运用. 中国林业教育, 2017, 35(03): 60 ~ 63
- 3 范秀华. 开设普物探究实验 培养学生创造能力. 大学物理实验, 2011, 24(06): 107 ~ 108