# 用直线运动的公式直接解平抛运动算错吗

周久波

（连南民族高级中学　广东 清远　513300）

（收稿日期：2018 - 06 - 12）

**摘　要**：初学平抛运动，学生总对中学《物理·必修 1》的公式“念念不忘”，喜欢把直线运动公式直接用在曲线运动上，本文通过探讨教学中平抛运动的一个案例，分析了如何把匀变速直线运动公式迁移到匀变速曲线运动.

**关键词**：匀变速直线运动　匀变速曲线运动　抛体运动

在物理教学中，刚学习平抛运动，学生们还是喜欢用直线运动的公式直接解曲线运动题目，比较典型的是 $v_t^2-v_0^2=2as$，学生们又常常把高度 $h$ 当做平抛的位移 $s$，$v_t^2-v_0^2=2as$ 误打误撞就变为了 $v_t^2-v_0^2=2gh$，因为计算简单，而且最终结果每次都正确，所以个别学生很喜欢用，下面通过一个例子来说明.

**【例 1】**一物体在 0.8 m 高处以 3 m/s 水平抛出，求落地时速度大小（$g$ 取 10 m/s$^2$）.

**分析**：部分学生解答如下.

由
$$v_t^2-v_0^2=2gh$$
代入数据得
$$v_t=5\ \text{m/s}$$

而一般解法应该是：

竖直方向由
$$v_y^2=2gh$$
得
$$v_y=4\ \text{m/s}$$
再由
$$v=\sqrt{v_0^2+v_y^2}$$
代入数据得
$$v=5\ \text{m/s}$$

作为教师，往往会告诉学生：平抛运动要分解为水平方向和竖直方向两个直线运动来计算，所以第一种解法是错误的. 但个别学生就提出，那为什么每次结果都正确？老师可能会解释：$v_t^2-v_0^2=2gh$ 是以后学习动能定理 $mgh=\frac{1}{2}mv_t^2-\frac{1}{2}mv_0^2$ 的变形，不是原始公式，不要用.

# Re-discussion on the Horizontal Movement of Bubbles in Liquid

Li Chenle　Wang Zhirong

(College of Physics and Electronic Information, Anhui Normol University, Wuhu, Anhui　241002)

**Abstract**: The thought of equivalent and the method of analogy are the most basic ideas in classical physics. The paper focuses on the problem of the horizontal movement of the bubble inside the liquid, based on the analysis of the mechanical nature of the overweight phenomenon, it is easier to understand, and with the thought of equivalent, the concept of “equivalent gravity” is proposed and the analogy of liquid buoyancy is analyzed, so that the motion characteristics of the bubble inside the liquid is summed up.

**Key words**: analysis of the motion state of the bubble; "equivalent gravity"; analogy method; equivalent thought

但笔者认为,公式 $v_t^2 - v_0^2 = 2gh$ 可以以原始公式的身份出现在此处,可以不把它看做是动能定理的变形,并且必修 1 的很多公式在此处都可以用.

在匀变速直线运动中,学生已经熟练掌握了匀变速直线运动的公式,常用的有 5 个,分别是

$$v_t = v_0 + at \qquad s = v_0 t + \frac{1}{2}at^2$$

$$v_t^2 - v_0^2 = 2as$$

$$\bar{v} = \frac{v_0 + v_t}{2}\left(\text{或 } s = \frac{v_0 + v_t}{2}t\right)$$

$$\Delta s = aT^2$$

我们知道,它们不仅适用于匀减速、匀加速,还适用于先匀减速后匀加速的往返情况(如,竖直上抛运动等),它们都是矢量式,对于直线运动的情况,在规定正方向后,矢量运算就可以转化为代数运算.其实,这些公式在注意其矢量性后,在匀变速曲线中也可以大显身手,本文重点分析前 3 个公式(另外两个可由读者自己证明).

## 1　证明 $\boldsymbol{v}_t = \boldsymbol{v}_0 + \boldsymbol{a}t$ 可以用于匀变速曲线运动

如图 1 所示,一小球以 $\boldsymbol{v}_0$ 斜向上抛出,$\boldsymbol{v}_0$ 与水平方向夹角为 $\theta$,求 $t$ 时间后小球速度.

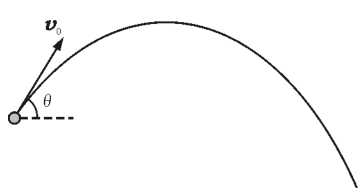


图 1　斜抛小球情形

**解**:因为加速度为 $g$,则

$$\boldsymbol{v}_t = \boldsymbol{v}_0 + \boldsymbol{a}t$$

变为

$$\boldsymbol{v}_t = \boldsymbol{v}_0 + \boldsymbol{g}t$$

如图 2 所示,做出 $\boldsymbol{v}_0$ 及 $\boldsymbol{g}t$ 的矢量图,并首尾相连,图中 $\boldsymbol{v}_t$ 则为 $t$ 时间后小球速度.

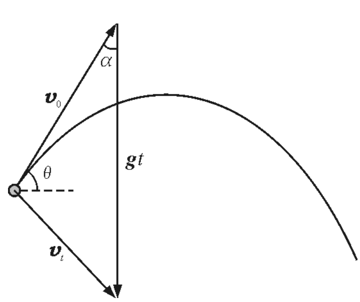


图 2　几个物理量的矢量图

根据余弦定理,速度大小可以表示为

$$v_t = \sqrt{v_0{}^2 + (gt)^2 - 2v_0 gt\cos\alpha}$$

又由于

$$\alpha = \frac{\pi}{2} - \theta$$

则

$$v_t = \sqrt{v_0{}^2 + (gt)^2 - 2v_0 gt\sin\theta}$$

速度方向与水平方向夹角

$$\varphi = \arctan\frac{v_0\sin\theta - gt}{v_0\cos\theta}$$

(当 $\varphi$ 为正,表示速度斜向上,当 $\varphi$ 为负,表示速度斜向下.)

我们再用一般的解法来解,然后对比结果.

**解**:如图 3 所示,$v_0$ 可以分解为水平方向的 $v_0\cos\theta$ 和竖直方向的 $v_0\sin\theta$.

规定竖直向上为正方向,则

$$v_y = v_0\sin\theta - gt$$

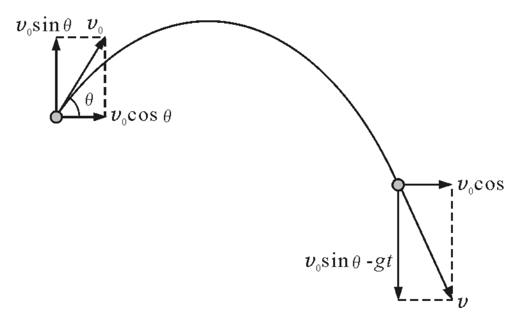


图 3　速度的分解

又由于

$$v_x = v_0\cos\theta$$

则 $t$ 时间后小球速度大小为

$$v = \sqrt{(v_0\cos\theta)^2 + (v_0\sin\theta - gt)^2}$$

将完全平方公式展开,很容易证明出和上面的结果是一样的.

同样,速度方向与水平方向夹角表达式也与上面结果一样.

可以看出

$$\boldsymbol{v}_t = \boldsymbol{v}_0 + \boldsymbol{a}t$$

可以用于匀变速曲线运动(但一定注意其矢量性),在上面的例子中,公式

$$\boldsymbol{v}_t = \boldsymbol{v}_0 + \boldsymbol{g}t$$

也体现了抛体运动是由匀速直线和自由落体两个运动合成的.

## 2　证明 $\boldsymbol{s}=\boldsymbol{v}_0 t+\frac{1}{2}\boldsymbol{a}t^2$ 可以用于匀变速曲线运动

如图 4 所示，一小球以 $\boldsymbol{v}_0$ 斜向上抛出，$\boldsymbol{v}_0$ 与水平方向夹角为 $\theta$，求 $t$ 时间内小球位移.

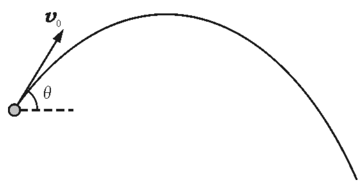


图 4　斜抛小球情形

**解**：因为加速度为 $g$，则

$$\boldsymbol{s}=\boldsymbol{v}_0 t+\frac{1}{2}\boldsymbol{a}t^2$$

变为

$$\boldsymbol{s}=\boldsymbol{v}_0 t+\frac{1}{2}\boldsymbol{g}t^2$$

如图 5 所示，做出 $\boldsymbol{v}_0 t$ 及 $\frac{1}{2}\boldsymbol{g}t^2$ 的矢量图，并首尾相连，图中 $\boldsymbol{s}$ 则为 $t$ 时间内小球位移.

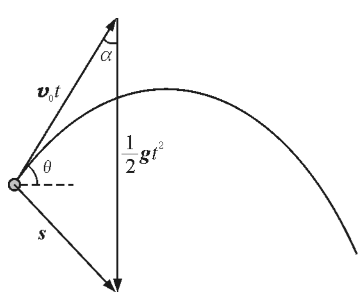


图 5　几个物理量的矢量图

根据余弦定理，位移大小可以表示为

$$s=\sqrt{(v_0 t)^2+\left(\frac{1}{2}gt^2\right)^2-v_0 gt^3\cos\alpha}$$

又由于

$$\alpha=\frac{\pi}{2}-\theta$$

则

$$s=\sqrt{(v_0 t)^2+\left(\frac{1}{2}gt^2\right)^2-v_0 gt^3\sin\theta}$$

位移方向与水平方向夹角

$$\varphi=\arctan\frac{v_0 t\sin\theta-\frac{1}{2}gt^2}{v_0 t\cos\theta}$$

（当 $\varphi$ 为正，表示位移斜向上，当 $\varphi$ 为负，表示位移斜向下.）

同样，用一般的解法来解（此处不再解），然后对比结果也是一样的. 所以

$$\boldsymbol{s}=\boldsymbol{v}_0 t+\frac{1}{2}\boldsymbol{a}t^2$$

可以用于匀变速曲线运动（但一定注意其矢量性），在上面的例子中，公式

$$\boldsymbol{s}=\boldsymbol{v}_0 t+\frac{1}{2}\boldsymbol{g}t^2$$

也再次体现了抛体运动是由匀速直线和自由落体两个运动合成的.

## 3　证明 $\boldsymbol{v}_t^2-\boldsymbol{v}_0^2=2\boldsymbol{as}$ 可以用于匀变速曲线运动

因为加速度为 $g$，则

$$\boldsymbol{v}_t^2-\boldsymbol{v}_0^2=2\boldsymbol{as}$$

变为

$$\boldsymbol{v}_t^2-\boldsymbol{v}_0^2=2\boldsymbol{gs}$$

根据向量的性质，上式变为

$$|\boldsymbol{v}_t|^2-|\boldsymbol{v}_0|^2=2|\boldsymbol{g}||\boldsymbol{s}|\cos\alpha$$

（$\alpha$ 为重力加速度与位移的夹角）

又由于

$h=|\boldsymbol{s}|\cos\alpha$（对于斜向上抛，$h$ 可以为正，也可以为负）

所以大小上满足

$$v_t^2-v_0^2=2gh$$

其与动能定理

$$mgh=\frac{1}{2}mv_t^2-\frac{1}{2}mv_0^2$$

变形后相同，则“$\boldsymbol{v}_t^2-\boldsymbol{v}_0^2=2\boldsymbol{as}$ 可以用于匀变速曲线运动”得证.

## 4　结束语

通过以上发现，匀变速直线运动的公式，在注意其矢量性后，确实可以用于匀变速曲线运动，所以在解平抛、斜抛类题目时可以不把 $v_t^2-v_0^2=2gh$ 看做是动能定理的导出公式，而看做是原始公式，因此出现在试卷上时，判它错误也是不恰当的. 对基础好的学生，教师们可以把以上公式的拓展适当提起，不仅有利于学生深刻理解抛体运动，更有助于锻炼学生挖掘看似简单规律的深层意义，对提高物理能力是很有帮助的.