

短文荟萃

电场中 $v-x$ 图像的斜率最大场强最大吗

倪娜

(哈尔滨德强高中 黑龙江 哈尔滨 150036)

(收稿日期:2018-08-24)

【题目】一带正电的检验电荷 q , 仅在电场力作用下沿 x 轴从 $x = -\infty$ 向 $x = +\infty$ 运动. 其速度 v 随位置 x 变化的图像如图 1 所示, $x = x_1$ 和 $x = -x_1$ 处, 图线切线的斜率绝对值相等且最大. 则在 x 轴上 ()

- A. $x = x_1$ 和 $x = -x_1$ 两处, 电场强度相同
- B. $x = x_1$ 和 $x = -x_1$ 两处, 电场强度最大
- C. $x = 0$ 处电势最低

D. 从 $x = x_1$ 运动到 $x = +\infty$ 过程中, 电荷的电势能逐渐减小.

原答案: B, D.

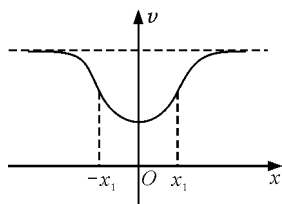


图 1 题目题图

该题在各教辅资料里经常遇见, 而且流传已久, 甚至在模拟题中也常常出现. 对于选项 B, 不论在网络中还是在各资料中所有答案都是定性的说明, “在 $x = x_1$ 处, 斜率最大, 所以场强最大”, 而大家多又随波逐流, 为了不使谬误永传, 在此对本题做出定量分析, 与大家探讨.

1 建立模型辩对错

结合题意和图 1, 可建立模型. 在竖直线上有相距 $2R$ 的等量正电荷, x 轴为等量正电荷连线的中

24 Jefferson W. Streepey. Using iPads to illustrate the impulse-momentum relationship. The Physics Teacher, 2013, 51(1):54

25 Vogt, Patrik, Kuhn, et al. Analyzing collision processes with the smartphone acceleration sensor. The Physics Teacher, 2014, 52(2):118 ~ 119

26 杨鹏. 让智能手机为课堂助力——尝试两款手机软件在教学中的使用. 物理通报, 2014(04):75 ~ 79

27 鞠传信, 李玉峰. 基于物理磁力工具箱的智能手机辅助磁学实验创新设计. 中学物理, 2015, 33(18):47 ~ 48

28 Enrique Arribas, Isabel Escobar, Carmen P Suarez, et al. Measurement of the magnetic field of small magnets with a smartphone: a very economical laboratory practice for introductory physics courses. European Journal of Physics, 2015, 36(6):065002

29 Jochen Kuhn, Patrik Vogt. Analyzing acoustic phenomena with a smartphone microphone. The Physics Teacher, 2013, 51(2):118

30 李玉峰. 用智能手机辅助声学实验创新设计. 实验教学

与仪器, 2014, 31(11):35 ~ 36

31 张振. 巧用智能手机做物理实验. 物理通报, 2013(11):72 ~ 75

32 欧剑雄. 智能手机在多普勒效应实验中的应用. 物理实验, 2015, 35(11):13 ~ 16

33 陈桂鹏. 安卓智能手机在中学物理教学中的应用研究. 中国现代教育装备, 2012(20):67 ~ 68

34 邓蒙, 张雄, 杨为民, 等. 手机软件在物理实验中的运用. 物理通报, 2016(02):66 ~ 67, 70

35 何其荣, 赵兴华. 利用智能手机外接温度传感器测定温度——智能手机上的中学物理实验创新. 中学物理, 2017, 35(12):47 ~ 48

36 李玉峰, 李志红. 基于智能手机的硬币科学探究. 中学物理, 2014, 32(16):30 ~ 31

37 何家新. 用智能手机做水瓶琴实验. 求知导刊, 2015(08):149

38 李锡均, 程敏熙, 江敏丽. 数字传感器新载体——智能手机在物理实验中的应用综述. 大学物理, 2018, 37(02):53 ~ 59, 63

垂线(或均匀带电圆环中轴线),以两电荷连线中点为原点,带电粒子 q 从无穷远处沿 x 轴正向运动,如图2所示.

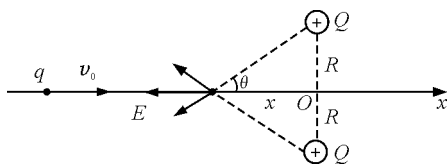


图2 模型图

由等量正电荷的电场分布可知,在中垂线上有两个场强最大的点,而场强最大的点处加速度最大,加速度对应的是 $v-t$ 图像的斜率,而不是 $v-x$ 图像的斜率.从而定性说明选项B是错的.

2 数学论证定是非

2.1 写出在中垂线上各点的场强表达式

场强大小表达式

$$E = \frac{2kQ}{R^2 + x^2} \cos \theta$$

式中 x 为坐标的绝对值.

由于

$$\cos \theta = \frac{x}{\sqrt{R^2 + x^2}}$$

由以上两式整理得

$$E = \frac{2kQx}{(R^2 + x^2)^{\frac{3}{2}}} \quad (1)$$

2.2 建立速度与场强的关系

设:检验电荷在无穷远处速度为 v_0 ,取无穷远电势为零,检验电荷位于 x 处时电势能为

$$E_p = \frac{2kQq}{r}$$

由能量守恒

$$\frac{1}{2}mv_0^2 + 0 = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{2kQq}{\sqrt{R^2 + x^2}}$$

整理上式得

$$v^2 = v_0^2 - \frac{4kQq}{m\sqrt{R^2 + x^2}} \quad (2)$$

2.2.1 建立 v^2 对位置坐标 x 的导函数关系

若以 v^2 为函数, x 为自变量,将函数 v^2 对 x 求导数得

$$(v^2)' = \frac{4kQqx}{m(R^2 + x^2)^{\frac{3}{2}}} \quad (3)$$

由式(1)和式(3)联立得

$$(v^2)' = \frac{2q}{m}E \quad (4)$$

由此可见,若以 v^2 为纵坐标 x 为横坐标,其斜率大小与场强成正比,即斜率最大电场强度也最大,符合原答案.

2.2.2 建立 v 对位置坐标 x 的导函数关系

若以 v 为函数, x 为自变量,将函数 v 对 x 求导数(即对式2求导),得

$$\begin{aligned} 2vv' &= \frac{4kQqx}{m(R^2 + x^2)^{\frac{3}{2}}} \\ v' &= \frac{2kQqx}{vm(R^2 + x^2)^{\frac{3}{2}}} = \\ &= \frac{2kQqx}{m(R^2 + x^2)^{\frac{3}{2}} \sqrt{v_0^2 - \frac{4kQq}{m\sqrt{R^2 + x^2}}}} \quad (5) \end{aligned}$$

3 讨论

将式(1)、(2)代入式(5)整理得

$$\begin{aligned} v' &= \frac{Eq}{m\sqrt{v_0^2 - \frac{2Eq}{mx}}(R^2 + x^2)} = \\ &= \frac{q}{m\sqrt{\frac{v_0^2}{E^2} - \frac{2q}{mEx}}(R^2 + x^2)} \quad (6) \end{aligned}$$

由式(6)可见,速度对 x 的导数(即 $v-x$ 图线的斜率),显然不与场强成线性关系,也就是原图线斜率最大时,并不能说明场强最大,而场强最大时, $v-x$ 图像的斜率并不一定最大.所以说,这是一道病题,如果原图(图1)的纵坐标改为 v^2 ,该题才能定性符合实际.

综上所述,对此题的处理,建议大家要么否定原答案,要么把纵坐标改为 v^2 ,才能保证试题的严谨性和科学性.

参考文献

- 张泉.世纪金榜选修3-1.杭州:浙江科学技术出版社,2013
- 吉林省吉林市高三第二次模拟考试理科综合(物理部分第6题),2014