

一道万有引力好题

李志强

(华中师范大学第一附属中学 湖北 武汉 430223)

(收稿日期:2018-10-02)

摘要:在教学过程中,发现一道万有引力的好题.在讲解此题时,学生在课堂互动中给出了非常精彩的多解法,这些解法涵盖了对万有引力定律整章知识的综合运用,无形之中起到了很好的复习作用.

关键词:万有引力 好题 多解 复习

在万有引力这一章的所有知识基本学完后,笔者在一堂课上给学生解决练习题中的疑难点,遇到了下面这一道题.

【例题】两颗人造卫星绕地球逆时针运动,卫星1、卫星2分别沿圆轨道、椭圆轨道运动,圆的半径与椭圆的半长轴相等,两轨道相交于A、B两点,某时刻两卫星与地球在同一直线上,如图1所示,下列说法中正确的是()

- A. 两卫星在图示位置的速度 $v_2 = v_1$
- B. 两卫星在A处的加速度大小相等
- C. 两颗卫星在A或B点处可能相遇

D. 两卫星永远不可能相遇

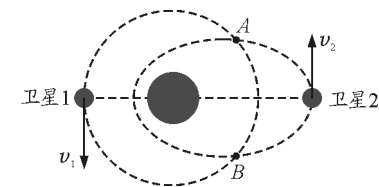


图1 例题题图

此题中,选项B、C、D均比较容易判断.由万有引力定律和牛顿第二定律可以知道,两卫星在A点的加速度大小相等.两颗卫星轨道半长轴相等,中心天体相同,由开普勒第三定律可知,它们周期相等,因此当卫星1位于轨迹下半周时,卫星2位于轨迹

联立式(1)和式(2)得

$$l_2 - l_1 = at^2 \quad (3)$$

$$3l_1 - l_2 = 2v_0 \quad (4)$$

设O与A的距离为 l ,则有

$$l = \frac{v_0^2}{2a} \quad (5)$$

联立式(3)、(4)、(5)得 $l = \frac{(3l_1 - l_2)^2}{8(l_1 - l_2)}$.

点评:“并非在所有的场合下繁复的计算都是必要的,有时定性的方法来得更为有效”,该题可以从题目给出的已知条件、物理量的单位关系出发,对解的结果从整体上做概貌定性猜想.因为导出的最后结果必须用已知物理量表示,而已知物理量只有AB间的距离 l_1 ,BC间的距离 l_2 ,因此,结果一定为已知长度 l_1, l_2 的组合,其单位也一定是长度单位m的组合,要么是m,或 m^2, m^3 等等,由此可以判断只有选项C满足要求.

从物理学科的视角出发,分析问题,解决问题,是物理学科的特点.这种能力和观念,是学科能力和学科素养的重要体现.通过物理量纲分析,在有些问题中,虽然并不一定都能得到完全定量的结果,但是在检查反映物理规律的方程时,计量方面可能就只差一个未知的系数,我们以此可以做出定性或半定量判断,甚至还可提供寻找物理现象某些规律的线索^[2].在习题课堂的学习与训练中,这些观念和学科特征的体现,教师可以通过习题的精心选择,对学生加以渗透和培养.

致谢:本文写作过程中曾得到昆明市五华基础教育科学研究中心赵坚先生悉心指导,在此感谢!

参考文献

- 1 蒋永贵.指向核心素养的学习目标研制.课程·教材·教法,2019(9):29~35
- 2 赵凯华.定性与半定量物理学.北京:高等教育出版社,2008

上半周,所以它们永远不会相遇。

但对于选项 A 的解释并不是非常容易,笔者在和学生互动时,学生的思维活跃程度令人惊喜,他们给出了以下多种解释方法。

解法 1:

利用卫星变轨的知识.如图 2 所示,想象一个与椭圆轨道远地点相切的圆形轨道,记为轨道 3.设卫星在轨道 3 上运行的速度为 v_3 ,根据万有引力定律和圆周运动规律,我们可以知道 $v_3 < v_1$.而根据卫星变轨的知识,卫星必须从椭圆轨道的远地点适当加速才能进入与之相切的圆轨道,因此 $v_2 < v_3$.综上所述, $v_2 < v_1$.

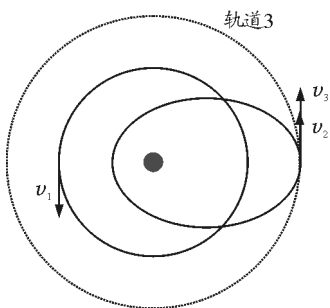


图 2 解法 1 分析示意图

解法 2:

如图 3 所示,考虑卫星 1,2 分别在图示位置的加速度为 a_1, a_2 .因为卫星 1 离地球球心更近,由万有引力定律和牛顿第二定律可知, $a_1 > a_2$.由于 a_1, a_2 分别与 v_1, v_2 垂直,所以 a_1, a_2 就是两颗卫星在各自位置上的向心加速度.根据向心加速度表达式可知, $a_1 = \frac{v_1^2}{\rho_1}, a_2 = \frac{v_2^2}{\rho_2}$,其中 ρ_1, ρ_2 分别是卫星 1,2 所在位置的曲率半径(注意:曲率半径描述的是曲线在局部区域的弯曲程度,弯曲程度越大,曲率半径越小,而不是指该点到地球球心的距离),由图 4 可知,题中椭圆长轴端点处的曲率半径小于圆的半径,即 $\rho_1 > \rho_2$,结合 $a_1 > a_2$,我们可以推知 $v_1 > v_2$.

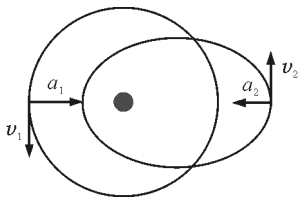


图 3 解法 2 分析示意图

解法 3:

利用开普勒第二定律.题中所说的圆轨道半径

与椭圆轨道半长轴相等,因此两颗卫星周期相同,设为 T .根据开普勒第二定律,卫星在一条轨道上的“面积速度”(即卫星与中心天体中心连线在单位时间内扫过的面积)恒定.设题中圆轨道和椭圆轨道围成区域的面积分别为 S_1, S_2 ,如图 4 所示, $S_1 > S_2$.卫星 1 和 2 的面积速度分别是 $\frac{S_1}{T}, \frac{S_2}{T}$,显然 $\frac{S_1}{T} > \frac{S_2}{T}$.如图 5 所示,取一段极短时间,设卫星 1、卫星 2 在这段时间内分别经过了弧 EF, CD .由于 $\frac{S_1}{T} > \frac{S_2}{T}$,则扇形 OEF 的面积大于 OCD 的面积,又由于 OE 小于 OC ,所以弧长 EF 大于 CD ,因此 $v_1 > v_2$.

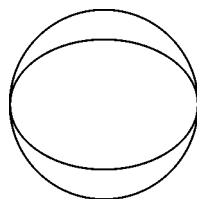


图 4 解法 2 分析 $\rho_1 > \rho_2$ 解法 3 分析 $S_1 > S_2$

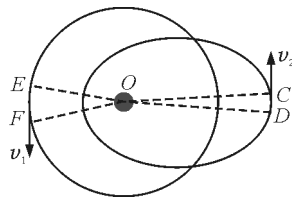


图 5 解法 3 分析 $v_1 > v_2$

一节普通的习题课,无意间仿佛变成了一节高效的复习课.此题的解法中涉及到开普勒第二、第三定律,万有引力定律、牛顿第二定律、圆周运动、卫星运动规律等知识,在同学们的讲解和分享过程中不知不觉对这些知识都进行了复习.尤其是解法 2,对于圆周运动向心加速度表达式的理解要求很高,要能区分曲线某一点的曲率半径与该点到中心天体球心的距离,这正是很多同学易产生困惑的难点.在这节课上,提出了解法的几位同学很有成就感,其他同学听完这 3 种解法,都啧啧称赞,显得很兴奋.这样一道好题不但给了学生思考和展示的机会,同时也是对万有引力定律这一章知识认真细致的复习.因此,我们的单元复习课和高三的复习课,也可以精心挑选和设计一些好题,让学生在开放的课堂氛围中思考、讨论,从而达到综合运用知识和复习的目的,比教师“一言堂”或者让学生做许多重复训练要好得多。