

牛顿环实验真实暗纹级数的研究

张博涵

(石家庄第一中学 河北 石家庄 050031)

(收稿日期:2018-10-26)

摘要:通过对牛顿环实验真实暗纹级数的理论分析,采用新的拟合方法,并以曲率半径和级数为参数,使用R语言和1stOpt软件工具,定量处理了多组暗纹级数测量数据.结果表明,该方法是计算牛顿环真实暗纹级数的有效方法.

关键词:牛顿环 等厚干涉 数据拟合

1 引言

牛顿环的等厚干涉实验是大学物理实验中最为广泛、最为普遍的一个实验.基本方法是通过读数显微镜对牛顿环的干涉条纹进行测量,进而计算出平凸镜的曲率半径.为了提高其曲率半径的测量精度,科研人员从各方面都进行了详细的研究.曹佳妍等人运用误差分析了测量暗环的最佳级数^[1];徐少刚、谭亮等人探讨了软件在数值处理中的作用^[2,3].周勇、宋淑珍等人重点分析了牛顿环中心圆斑大小对测量结果的影响^[4,5].

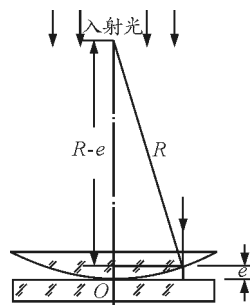
在压力的作用下,平凸镜在接触面附近发生了不可避免的弹性形变,使得暗斑“吞噬”了若干条明暗圆环,因此,实验只能精确测出暗环的直径,却不能确定暗纹的真实级数.所以,既然暗斑不可避免,我们将注意力转移到如何能够确定暗环的真实级数,进而提高计算曲率半径的精度.同时,确定真实暗纹级数对于牛顿环在测量薄膜、玻璃弹性模量、液体折射率等方面具有积极意义.

2 原理与公式

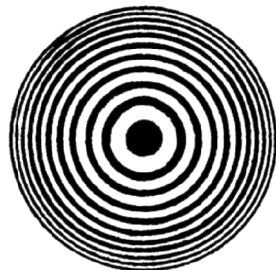
牛顿环装置如图1(a)所示,平凸镜的曲率半径

为 R ,离接触点 O 任一距离 r 处的空气薄膜厚度为 e .考虑到光疏到光密的半波损失,故在薄膜上下表面反射的两束光的光程差为

$$\delta = 2e + \frac{\lambda}{2}$$



(a) 牛顿环仪的光路图



(b) 干涉条纹

图1 牛顿环仪的光路图及干涉条纹

根据干涉条件,当光程差为半波长的奇数倍时,有

$$\delta = 2e + \frac{\lambda}{2} = (2k + 1) \frac{\lambda}{2} \quad k = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (1)$$

作者简介:张博涵(2002-),男,在读高中生.

指导教师:杜国强(1979-),男,副教授,主要研究方向为物理学;张江(1977-),男,教授,主要研究方向为数据科学,科学计算与计算统计学.

则干涉结果光强极小,形成暗纹.

由几何关系可知

$$R^2 = (R - e)^2 + r^2 = R^2 - 2Re + e^2 + r^2 \quad (2)$$

略去二阶无穷小量 e^2 , 则得到任一暗环的半径为

$$D_k^2 = 4kR\lambda \quad k=0, 1, 2, 3, \dots \quad (3)$$

特别指出, 不忽略二阶无穷小量 e^2 时,

$$D_k^2 = 4kR\lambda - \lambda^2 k^2 \quad k=0, 1, 2, 3, \dots \quad (4)$$

本文将按式(4)计算.

3 数据处理与分析

对于牛顿环的暗环, 我们测量了上百组数据(以暗斑偏大这一情况为例), 设级数调整系数为 m , 数据处理分别采用以下 3 种方法.

(1) 逐差法: 一般采用的方法是把测量的偶数个数据对半分前后两组, 后一组的数据与前一组的数据逐差再取平均. 而对于此次测量数据, 球面的曲率半径公式为

$$\bar{R} = \frac{D_m^2 - D_n^2}{4(m-n)\lambda} \quad (5)$$

(2) 拟合法: 牛顿环数据中, 每一个 k 级数的暗纹, 都相应有一个 D_k^2 , 考虑到暗斑的影响, 拟合直径的时候, 一般都采用

$$D_k^2 = ak + b \quad (6)$$

的形式, 便可以拟合出曲率半径.

(3) 级数拟合: 因为玻璃的弹性压力或者灰尘等影响, 使得实际上的暗斑直径远比理论值大得多, 因此, 一级或二级, 甚至三级的暗环都淹没于零级暗斑之中, 拟合的结果就会相差很大. 所以, 在拟合的时候, 我们重新考虑了每一条暗环的级数, 将其作为未知量, 设

$$k = m + n \quad m = 6$$

则

$$D_{(m+n)}^2 = 4(m+n)R\lambda$$

同时拟合可以得到 n 和 R 的数值.

以表 1 的实验数据为例, 我们运用上述方法, 采用 R 语言和 1stOpt 软件为工具^[6,7], 很好地解决了此问题. 我们分别编写了 R 语言和 1stOpt 程序, 计算了球面半径, 并进行了对比(球面半径的真实值为 2 000 mm). 由表 1 可知, 运用级数拟合的方法, 可

以更精确地得到曲率半径.

表 1 实验数据及计算结果的对比

实验级数	L/mm	R/mm	D^2/mm^2	拟合级数
15	23.617	32.852	85.285	18
14	23.743	32.721	80.604	17
13	23.878	32.584	75.794	16
12	24.021	32.443	70.939	15
11	24.169	32.297	66.056	14
10	24.316	32.144	61.285	13
9	24.491	31.989	56.228	12
8	24.652	31.820	51.380	11
7	24.817	31.635	46.485	10
6	25.012	31.453	41.493	9
R/mm	逐差法	2 066.99		
	拟合法	2 067.02		
	级数拟合	2 000.21		

特别说明一下, 从数据统计拟合的角度, 由真实多次测量计算可知, 采用 R 语言, 运用统计分析的方法, 可以得到更准确的曲率半径, 并可以给出相关的 Std. Error, t value, $\text{Pr}(>|t|)$ 值等信息. R 语言计算结果如下:

Formula: x \$ D2 ~ f(R, lambda, m, n)

Parameters:

Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)

R 2.067e+03 5.181e+00 399 < 2e-16 ***

m 2.544e+00 3.348e-02 76 1e-12 ***

...

我们还可以调整牛顿环螺丝的松紧程度, 并对牛顿环多次测量, 以某 3 次测量为例, 如表 2 所示.

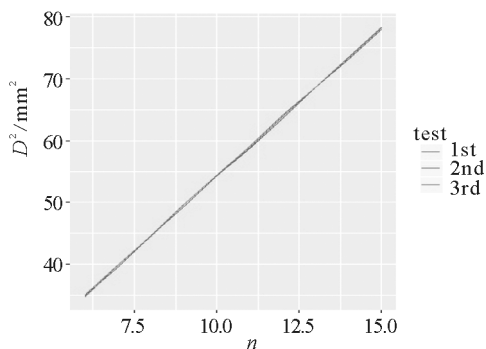


图 2 暗环直径平方随 n 的变化曲线图

表2 牛顿环实验测量数据及计算结果

实验级数	$ x_1 - x_2 $	D^2/mm^2	$ x_1 - x_2 $	D^2/mm^2	$ x_1 - x_2 $	D^2/mm^2
15	8.843	78.20	8.852	78.36	8.828	77.93
14	8.570	73.44	8.574	73.51	8.556	73.21
13	8.290	68.72	8.288	68.69	8.292	68.76
12	7.996	63.94	8.012	64.19	7.975	63.6
11	7.675	58.91	7.689	59.12	7.667	58.78
10	7.376	54.41	7.373	54.36	7.362	54.2
9	7.046	49.65	7.048	49.67	7.021	49.29
8	6.663	44.40	6.678	44.60	6.671	44.5
7	6.317	39.90	6.319	39.93	6.290	39.56
6	5.915	34.99	5.888	34.67	5.905	34.87
R	2.038×10^3		2.049×10^3		2.036×10^3	
R_std_err	6.787		8.126		6.408	
m	1.293		1.239		1.266	
m_std_err	4.042×10^{-2}		4.792×10^{-2}		3.812×10^{-2}	

由图2,表2可以看出,在此特例中,测量结果具有很好的一致性和稳健性.R的平均值为 2.041×10^3 mm.级数调整系数 m 为2(取整后的结果).

4 反演验证

从表1还可以看出,同一个暗环,测量的和拟合的级数相差3个.测量的级数反而是错的?拟合的级数一定是准确的?为了说明这个问题,我们分析了暗环级数与直径的关系,如图3所示.可以看出,实验测量的直径变化曲线与理论曲线相差3个级数,而拟合的曲线与理论曲线符合得很好,这也说明我们拟合的级数是正确无误的.

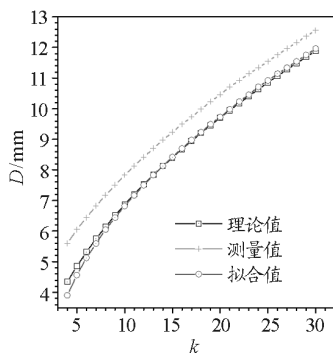


图3 暗环直径随级数的变化曲线图

5 结论

运用级数、半径同时拟合的方法,对实验数据进

行数据处理,并与传统的数据处理方法做了对比.该方法不仅能精确得出平凸透镜的曲率半径,还能得出各个暗环的级数和暗环半径,是对该实验数据处理方法的一种创新.同时,真实暗纹级数的确定,对于牛顿环测量薄膜、玻璃弹性模量、液体折射率等具有很好的指导意义.

致谢:非常感谢河北地质大学物理实验中心杜国强、张江老师的指导,以及物理实验协会同学的帮助.

参考文献

- 曹佳妍,顾菊观,苏婷燕.牛顿环最佳测量环数的探讨.大学物理实验,2014,27(4):45~47
- 徐少刚,夏雪琴.Matlab软件在牛顿环实验数据处理方法上的创新.大学物理实验,2014,27(5):97~99
- 谭亮,高雄健,仇志天,等.C语言和Origin7.5软件在实验中的应用——以牛顿环测纯水折射率为例.物理通报,2013(1):77~80
- 周勇,顾佳鹏,李金玉.牛顿环中心圆斑大小对测量结果影响的研究.大学物理实验,2017,30(3):125~127
- 宋淑珍,张永利,王教方.牛顿环中心暗斑大小对测量结果影响的研究.大学物理实验,2006,19(3):33~35
- 薛毅,陈立萍,统计建模与R软件.北京:清华大学出版社,2007
- Kabacoff R. R in Action: Data Analysis and Graphics with R. Manning Publications Co,2015