

巧用“斜率”求解高考物理运动学图像题

纪金忠

(江苏省大港中学 江苏 镇江 212028)

(收稿日期:2019-02-26)

摘要:学会利用函数图像分析、表达和解决物理问题,既是高中物理教学中的一个重点,也是高考能力考查的一个热点.正确认识运动学常见函数图像斜率的物理意义,并在高考试题解答时,巧妙应用图线斜率进行分析求解,能让问题解决更加简单方便,更具物理味道.

关键词:高考物理 函数图像 斜率

在高考中,运用函数图像表达、分析和解决物理问题一直是个热点问题.我们利用图像挖掘信息主要从函数图像的“轴”“面”“斜率”“截距”“交点”“拐点”“走向”等几个方面进行研究^[1].本文仅选择“斜率”这一视角,探讨利用函数图像的斜率求解江苏高考试卷中的两道运动学图像题.

1 运动学函数图像中“斜率”的物理意义

函数图像的斜率,一般表示纵轴物理量对于横轴物理量的变化率.图线上某点割线的斜率表示因变量对自变量的平均变化率;图线上某点切线的斜率表示因变量对自变量的瞬时变化率^[2].高中物理教材中的运动学图像主要有 $v-t$ 图像和 $x-t$ 图像两种.比如,匀变速直线运动的 $v-t$ 图像是一条倾斜的直线,如图 1 所示,图线斜率的绝对值,反映加速度的大小;如果物体做变加速直线运动,由 $a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ 可知,当 $\Delta t \rightarrow 0$ 时,平均加速度的大小即为瞬时加速度的大小,在图线上即为该时刻切线斜率的绝对值,图 2 表示物体做加速度逐渐减小的加速运动.同理,

在 $x-t$ 图像中,图线斜率的绝对值反映速度 v 的大小,如果 $x-t$ 图线是曲线,则图线上该时刻切线斜率

的绝对值表示瞬时速度的大小.

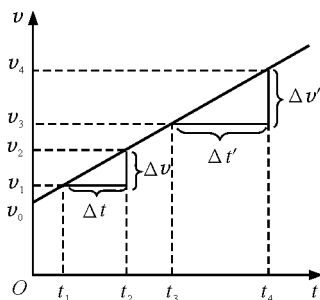


图 1 匀变速直线运动的 $v-t$ 图像

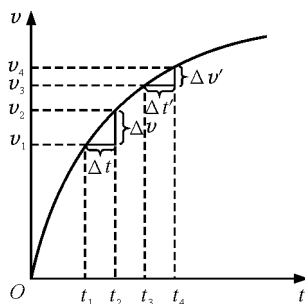
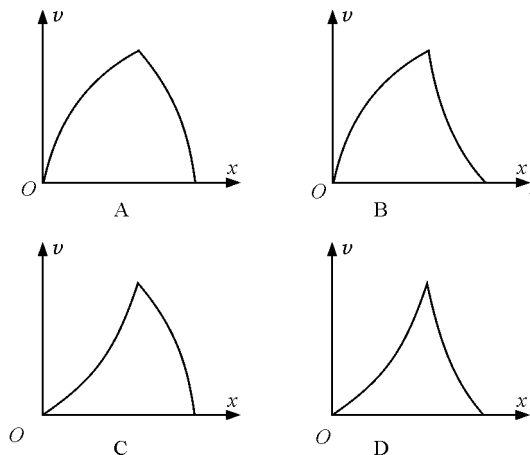


图 2 加速度逐渐减小的变加速直线运动的 $v-t$ 图像

2 借助“斜率”求解高考运动学图像问题

【例 1】(2014 年高考江苏卷第 5 题)一汽车从静止开始做匀加速直线运动,然后刹车做匀减速直线运动,直到停止.下列速度 v 和位移 x 的关系图像

中,能描述该过程的是()



函数解析法: 设 x_0 为加速变减速的拐点, v_0 为最大速度. 加速过程

$$v^2 = 2a_1x$$

$$0 < x < x_0$$

其中 a_1 为加速时的加速度, 则

$$v = \sqrt{2a_1} \sqrt{x}$$

这个函数表达式是一个指数为 0.5 的幂函数乘以一个正的常量, 根据高中函数知识, 可知其曲线上凸.

减速过程

$$v^2 - v_0^2 = -2a_2(x - x_0)$$

$$x_0 \leq x \leq \frac{v_0^2}{2a_2} + x_0$$

其中 a_2 为减速时加速度的大小, 整理后可得

$$v = \sqrt{v_0^2 + 2a_2x_0 - 2a_2x}$$

该非线性函数单调递减, 但其凹凸性较难判断, 可以考虑用特殊值法, 相应常量取特殊值可得

$$v = f(x) = \sqrt{9 - 3x}$$

易证

$$f(2) > \frac{[f(1) + f(3)]}{2}$$

故后面一段曲线下凹, 正确答案为选项 A^[3].

由于幂函数的图像在现行高中数学中的要求比较低, 后面一段的曲线凹凸性学生较难分析, 教师讲评时, 学生也表示较难理解.

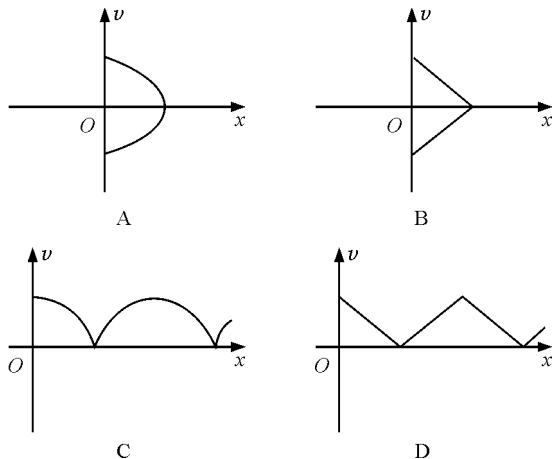
“斜率”法: 观察 4 个选项的图像可知, 解决问题的关键在于分析 $v-x$ 图线切线斜率的变化情况. $v-x$

图线切线的斜率即

$$k = \frac{\Delta v}{\Delta x} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \frac{\Delta t}{\Delta x} = \frac{a}{v}$$

其物理意义即切线斜率的绝对值反映加速度大小与速度大小的比值, 匀加速和匀减速阶段的加速度大小 a 均为常量, 加速阶段速度大小 v 增加, 故斜率绝对值减小; 减速阶段速度大小减小, 故斜率绝对值增加, 可知正确答案为选项 A.

【例 2】(2016 年高考江苏卷第 5 题) 小球从一定高度处由静止下落, 与地面碰撞后回到原高度再次下落, 重复上述运动, 取小球的落地点为原点建立坐标系, 竖直向上为正方向, 下列速度 v 和位置 x 的关系图像中, 能描述该过程的是()



解析: 该题与例 1 有异曲同工之妙, 下落的过程和碰撞后反弹过程即为一个匀加速过程和一个匀减速过程, 所不同的是两个过程的速度方向不同, 考虑到坐标原点的选择和正方向的规定, 同样用例 1 的斜率法, 易知正确答案为选项 A, 下落过程对应图线的下半部分, 反弹向上运动对应图线的上半部分.

参考文献

- 1 宋昌杰. 高中物理教学中函数图像信息的挖掘. 物理教学, 2015, 37(5): 24 ~ 26
- 2 展云飞. “函数图像”在高中物理教学中的作用. 中学物理, 2015, 33(15): 65 ~ 66
- 3 吴佳平. 定性与定量法研究非线性函数图像问题. 中学物理教学参考, 2015, 44(12): 29 ~ 31