

## 对汽车运行时某些力学问题的分析

张牧泽 魏琦

(滕州市第一中学东校 山东 滕州 277599)

(收稿日期:2019-02-26)

**摘要:**在不考虑风阻的情况下对汽车进行受力分析,推导出了汽车加减速时前后车轮对地面压力的改变情况;利用等效性思想推导出了影响汽车安全性的影响因子及公式,并据推导出的公式解释了与汽车相关的一些现象与问题,如道路损毁与汽车的关系、汽车弹射起步现象、汽车刹车点头现象、汽车的极限爬坡能力与车身构造间的关系等.

**关键词:**汽车 等效重心 压力 加速度

随着汽车大量走进人们的生活,许多与汽车相关的现象与问题也走进了人们的视线,对汽车进行简单的受力分析可以解释这些与汽车相关的现象和问题.

设在直线道路上行驶的小汽车为前驱,质量为  $m$ ,路面摩擦因数为  $\mu$ ,重力加速度为  $g$ ,汽车加速度为  $a$ ,汽车的重心为  $C$ (人系好安全带后在车内不再移动,即本文默认汽车的重心相对汽车位置固定),重心  $C$  到地面的距离为  $h$ ,过汽车重心的重力  $G$  到前后两车轮的支点  $A$  和  $B$  的力臂分别为  $l_1$  和  $l_2$ .则汽车的受力情况如图 1 所示.其中汽车所受重力为  $G$ ,在前后两轮  $A, B$  处受到支撑力为  $N_1, N_2$ ,前后轮受到的驱动力与摩擦力为  $f_1$  与  $f_2$ .

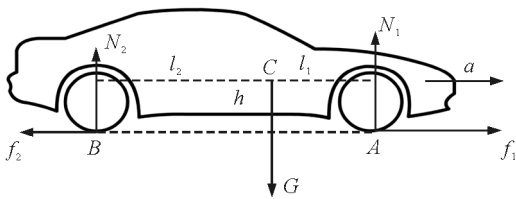


图 1 水平道路行驶汽车受力示意图

根据高中力学知识有

$$f_1 - f_2 = ma \quad (1)$$

$$N_1 + N_2 = G \quad (2)$$

由于力  $N_1, N_2, f_1, f_2$  不过汽车的重心  $C$ ,因而会产生旋转力矩.利用杠杆知识以  $C$  为支点可得

$$N_1 l_1 - N_2 l_2 + f_1 h - f_2 h = 0 \quad (3)$$

由式(1)(2)(3)可导出

$$N_1 = \frac{Gl_2 - mah}{l_1 + l_2} \quad (4)$$

$$N_2 = \frac{Gl_1 + mah}{l_1 + l_2} \quad (5)$$

特别的,当汽车静止或匀速直线运动时有

$$N_1 = \frac{Gl_2}{l_1 + l_2} \quad (6)$$

$$N_2 = \frac{Gl_1}{l_1 + l_2} \quad (7)$$

实际上由式(6)和式(7)利用杠杆知识分别以  $A$  和  $B$  支点进行力矩计算也可导出.

**问题 1:**汽车加减速时为什么会“点头”“抬头”.

由式(4)(5)可知,当汽车在加速运动时,前后轮对地面的压力( $N_1, N_2$  的反作用力)是随加速度  $a$  的改变而改变的,其改变量为  $\frac{mah}{l_1 + l_2}$ .当汽车加速向前时,前轮对地压力减小,车头上翘(与减振器的非线性支撑有关),后轮压力增大,车尾后座.汽车减速时,前轮对地压力增大,车头下沉,后轮压力减小,车尾上扬,这就是为什么汽车减速时车头会下沉(点

头)的原因.

**问题 2:**十字路口的道路损毁为什么会比一般路段严重.

行走在城市道路上,很容易发现,十字路口或者人行横道附近的道路损毁程度要远大于一般路段.

式(4)和式(5)可以用来解释这一现象,汽车在十字路口的加速或减速运动使汽车前或后轮对地面产生了

额外压力  $\frac{mah}{l_1+l_2}$ ,这使得路面受重压而损毁加剧.

实际上,汽车对道路的损毁源于两种效应.一个是对道路的压力造成的垂直剪切损毁,这会造成道路开裂或下陷.另一个是地面与车轮的摩擦力特别是由滚动摩擦变为滑动摩擦时造成的水平锉削式损毁,这会造成道路表面粗糙呈粗砂纸状.

汽车在路口的加减速行为造成对道路的压力增加,加剧了垂直剪切损毁效应;摩擦力的增大加剧了水平锉削损毁效应.总之,这使得道路工况变差,损毁加剧.

式(4)和式(5)也提醒我们在道路建设时,要考虑到这一点:用静止车辆的参数来设计道路有可能使道路承受能力不足,以致达不到使用寿命要求.

**问题 3:**小汽车是不是车身越大就越安全.

汽车加速或减速时前后轮对地面压力的改变,我们也可以用等效性思想转化为匀速状态下的汽车运动来分析.在这种思想下,我们给出等效重心偏移量的概念,如图 2 所示.

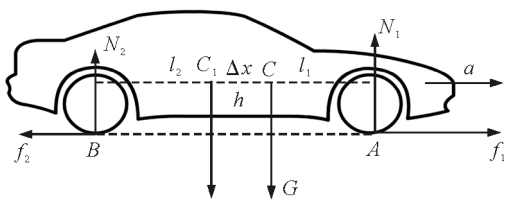


图 2 水平道路行驶汽车等效重心偏移示意图

当汽车加速运动时,设等效重心位置为  $C_1$ ,且  $C_1$  相对于  $C$  的等效重心偏移量为  $\Delta x$ .由式(4)(6)和式(5)(7)可得

$$N_1 = \frac{G(l_2 - \Delta x)}{l_1 + l_2} = \frac{Gl_2 - mah}{l_1 + l_2} \quad (8)$$

$$N_2 = \frac{G(l_1 + \Delta x)}{l_1 + l_2} = \frac{Gl_1 + mah}{l_1 + l_2} \quad (9)$$

由式(8)或式(9)可得

$$\Delta x = \frac{mah}{G} = \frac{ah}{g} \quad (10)$$

此式表明汽车加速时的等效重心偏移量仅与加速度  $a$  和汽车的重心高度  $h$  有关,与车身长度无关.

汽车的安全性与汽车加减速时等效重心偏移量密切相关.汽车刹车时不发生前滚,其等效重心不应位于  $A$  点之前,即  $\Delta x \leq l_1$ ,将式(10)代入可得

$$a \leq \frac{gl_1}{h} \quad (11)$$

考虑极限工况下的汽车刹车,车轮抱死,地面与车轮的滑动摩擦力产生向后的加速度大小为  $\mu g$ ,故而有

$$\mu h \leq l_1 \quad (12)$$

式(11)和式(12)说明汽车的安全性与汽车的轴距、重心高度、重心的前后分配比例,还有轮胎与地面的摩擦系数有关,但与车重无关.显然,这两个公式告诉我们,汽车的重心越高越不安全,驾驶越激烈越不安全.

一般而言,小汽车车身大,那车身就长,汽车的重心  $C$  到力  $N_1$  的力臂  $l_1$  就长,汽车的安全性更有保障.这也是我们常听到:车身越重越大,车开起来越稳(安全).

另外,这种观点我们也可以类比到汽车过弯侧倾现象及驾驶性能上.显然,车身越宽,车重心越低,汽车的高速过弯能力越强(摩擦力足够的情况下汽车不会侧翻).

**问题 4:**汽车为什么会弹射起步,前驱车与后驱车的弹射起步哪个效果更佳.

由式(10),当汽车以加速度  $a$  起步时,等效重心向后偏移,等效重心偏移量为

$$\Delta x = \frac{mah}{G} = \frac{ah}{g}$$

当等效重心  $C_1$  落在  $B$  点之后,也就是等效重心偏移量  $\Delta x > l_2$ ,即

$$a > \frac{l_2 g}{h} \quad (13)$$

时,汽车的前轮会离地,会“弹射”起步.

由式(8),令  $N_1 < 0$ ,即前轮处地面提供负的支撑力时,同样会得到式(13).

汽车起步时的加速度满足式(13)时,汽车车头

离地,会以弹射方式起步.弹射起步后,前驱车会由于车头离地使得动力传递失效,无法继续加速;而后驱车由于车尾下沉,因而不会失去动力,故仍可继续加速,使车头持续离地.从这一点看,后驱车起步(弹射)效果要好(车头滞空时间长,更好看).

**问题 5:**前驱汽车的加速性能是不是仅与发动机的功率有关.

考虑到  $f_1$  与  $f_2$  的形成机制不同,我们引入滚动摩擦因数  $\lambda$  和静摩擦因数  $\mu$ . 则

$$f_1 = \mu N_1 \quad f_2 = \lambda N_2$$

为使前驱汽车能向前加速运动,必须有  $f_1 > f_2$ . 即  $\mu N_1 > \lambda N_2$ , 将式(4)和式(5)代入可得

$$a < \frac{\mu l_2 - \lambda l_1}{(\lambda + \mu)h} g \quad (14)$$

由于滚动摩擦因数  $\lambda$  远小于静摩擦因数  $\mu$ , 上式可近似为  $a < \frac{l_2}{h} g$ . 这是一个令人吃惊的公式. 它说明在摩擦因数足够大的前提下,前驱汽车的极限加速性能仅与汽车的重心分配方式和重心高度有关,与发动机的功率无关,也就是说前驱车装上再大功率的发动机也不能使它的加速度超过  $\frac{l_2}{h} g$ . 同时这个公式也说明,乘客坐前排有希望得到更激烈的驾驶体验.

**问题 6:**为什么应避免在坡道上激烈驾驶汽车.

对于坡角为  $\theta$  的坡道上行驶的汽车,其受力情况如图 3 所示. 同样的,有如下方程

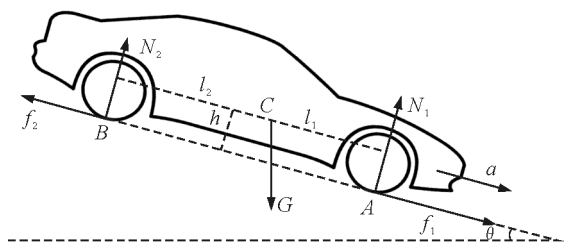


图 3 坡道行驶汽车受力示意图

$$\begin{aligned} f_1 + G \sin \theta - f_2 &= ma \\ N_1 + N_2 &= G \cos \theta \end{aligned} \quad (15)$$

$$N_1 l_1 - N_2 l_2 + f_1 h - f_2 h = 0$$

由方程组(15)可得

$$N_1 = \frac{Gl_2 \cos \theta + Gh \sin \theta - mah}{l_1 + l_2} \quad (16)$$

$$N_2 = \frac{Gl_1 \cos \theta - Gh \sin \theta + mah}{l_1 + l_2} \quad (17)$$

特别的,当汽车在坡道上停止或匀速运动即加速度  $a = 0$  时,有

$$N_1 = \frac{Gl_2 \cos \theta + Gh \sin \theta}{l_1 + l_2} \quad (18)$$

$$N_2 = \frac{Gl_1 \cos \theta - Gh \sin \theta}{l_1 + l_2} \quad (19)$$

式(18)和式(19)表明,在坡道上的汽车相对于地面上的汽车可以认为车重降低,重心前(下坡)后(上坡)移.汽车在坡道上加减速运动时,由式(16)和式(17)可知,汽车前后轮受到的支撑力仍会发生改变,其改变量仍为  $\frac{mah}{l_1 + l_2}$ , 与坡角大小无关.

同样的,如图 4 所示,我们也可以得到坡道上行驶的汽车加速或减速时等效重心偏移量  $\Delta x$ , 其大小为

$$\Delta x = \frac{ah}{g \cos \theta} \quad (20)$$

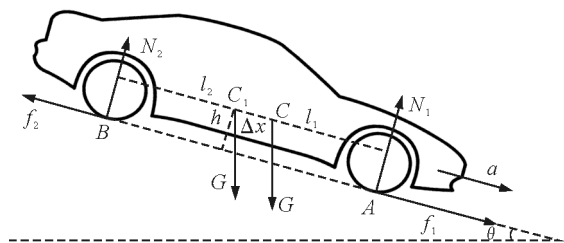


图 4 坡道行驶汽车等效重心偏移示意图

对比式(10)和式(20)可知,坡道上行驶相对于平地行驶的汽车可以认为汽车的等效重心升高了,这也说明汽车的安全性降低了.

汽车在下坡刹车时不会前滚应有  $N_2 > 0$ , 将式(17)(此式中的  $a$  应换成  $-a$ )代入可得

$$a < \frac{gl_1 \cos \theta}{h} - g \sin \theta \quad (21)$$

同理,汽车在上坡加速时不会后翻,应有

$$a < \frac{gl_2 \cos \theta}{h} - g \sin \theta \quad (22)$$

式(21)(22)与式(11)(13)对比可知,坡道上行驶的汽车相对于平地上行驶的汽车安全指标大大降低,为了安全起见,我们应避免激烈驾驶.

**问题 7:**汽车到底能爬多陡的坡.

由式(22)可知,为使汽车能正常上坡,必须保证

$$0 < a < \frac{gl_2 \cos \theta}{h} - g \sin \theta$$

解 $\theta$ 可得

$$\theta < \arctan \frac{l_2}{h} \quad (23)$$

同理可以得到汽车所能下的最大斜坡角度

$$\theta < \arctan \frac{l_1}{h} \quad (24)$$

式(23)说明,在动力充沛的前提下,前驱车的最大爬坡角度只与汽车的重心分配方式与重心高度有关。

这个公式也可以解释这一日常现象,载满人的微型汽车会停在陡坡上,下人后再继续爬坡。造成这一现象的原因除了发动机的功率因素外,载满人的汽车的重心过于靠后造成 $l_2$ 过短恐怕也是一个不

得不考虑的要素。类似的现象也可以用式(23)解释,载货的拖拉机在爬坡时会在车头上挂一个人或重物。

汽车身上的那些事儿还有很多,仔细思考,我们将会揭开车身上更多的面纱。期待更多车身上的面纱被揭开。

### 参 考 方 献

- 1 靳春士,王晓峰.汽车驱动方式的优缺点.汽车运用,2003(05):24
- 2 王前东.水平荷载作用下沥青路面力学响应数值分析.公路与汽运,2012(04):133~136
- 3 孙硕.汽车行驶中几个问题的力学分析.科技风,2016(19):173~174
- 4 张宇嘉.了解汽车中相关的力学知识更有利于安全驾驶.学周刊,2017(01):235~236
- 5 王鹏.汽车爬坡能力建模与控制仿真.汽车实用技术,2019(13):88~90

(上接第123页)

制图步骤:

准备工作:已经提前将图片保存在电脑中,关闭GeoGebra的代数窗口,隐藏坐标轴。

(1) 创建对象.点击“图片”工具在绘图区的左半部分插入图片,软件自动生成图片的左下角为点A,右下角为点B,且默认为点A和B分别为图片的顶点1和顶点2;

(2) 设置图片的顶点.在原图片的左上顶点构造点D,并在图片“设置”中的“位置”处,将点D设置为顶点4;接着,利用工具栏里的“线段”工具,构造顶点A和顶点B之间的线段,顶底A和顶点D之间的线段;然后,点击“平行线”工具,做过顶点D的AB线段的平行线,过顶点B的AD线段的平行线;最后,选择“交点”工具构造两直线的交点C,隐藏作为辅助过程的对象和并不需要显示的标签;

(3) 构造原图片及其顶点的镜像.点击工具栏“直线”,在绘图区中央垂直绘制一条过两点的直线;接着,点击“轴对称”工具,以直线为镜面构造原图片及其顶点的镜像;

(4) 展现物与像的关系.点击工具栏“线段”,连

接物与像相照应的点;点击“角”工具设置线段和镜面所成的夹角;最后,在图片“设置”中的“颜色”改变像的虚实程度,可以很直观地区分原图和镜像。

### 3 结 束 语

本文主要对GeoGebra解决中学物理教学的难点进行了阐述,并列举了应用实例,简述了制图过程,对信息技术与中学物理课堂相融合做了有益的尝试,取得了良好的教学效果。也希望在不久的将来,越来越多的一线教育工作者发现GeoGebra的优点,并将其应用于课堂教学中。

### 参 考 文 献

- 1 中华人民共和国教育部.普通高中物理课程标准(2017年版).北京:人民教育出版社,2017
- 2 Markus Hohenwarter, Judith Hohenwarter. Introduction to GeoGebra 6.0. International GeoGebra Institute, 2012
- 3 殷正徐,吴伟. GeoGebra 软件在高中物理课堂教学中的应用案例分析——以简谐振动和机械波为例.物理教师,2017,38(10):70~73
- 4 黄北京,刘毓球.用GeoGebra的矢量功能辅助力的合成教学.物理通报,2013(5):96~98