



重温 2010 年江苏高考物理试题

——不是抛物线是双曲线

杨德云 蒋天林

(江苏省六合高级中学 江苏 南京 211500)

(收稿日期:2019-01-22)

摘要:有些棘手的物理问题,如果凭借空想,往往很难想清楚.但是,如果建立数学模型,使用数学来解决物理问题,往往可以使难题无法下手的困难迎刃而解.

关键词:双曲线 江苏高考 运动的合成与分解 物理竞赛

双曲线是位于平面中的一种平滑曲线,可以定义为与两个固定的点的距离差是常数的点的轨迹.在高中的解析几何中,学到的是双曲线的中心在原点,图像关于 x, y 轴对称的情形.双曲线的标准方程为

焦点在 x 轴上时为

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad (a > 0 \quad b > 0)$$

焦点在 y 轴上时为

$$\frac{y^2}{a^2} - \frac{x^2}{b^2} = 1 \quad (a > 0 \quad b > 0)$$

【原题】如图 1 所示,一块橡皮用细线悬挂于 O 点,用铅笔靠着线的左侧水平向右匀速移动,运动中始终保持悬线竖直,则橡皮运动的速度()

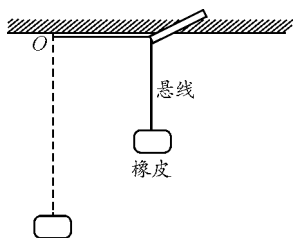


图 1 原题题图

- A. 大小和方向均不变
- B. 大小不变,方向改变
- C. 大小改变,方向不变

D. 大小和方向均改变

解析:如图 2 所示,设细线长为 l ,以 O' 为坐标原点,橡皮运动到 B 点坐标为 (x, y) ,由于“运动中始终保持悬线竖直”,所以有

$$y = l - (l - x)$$

$$y = x$$

结合题目条件由运动轨迹方程可知,橡皮水平方向和竖直方向都做匀速直线运动.若铅笔移动速度为 v_0 ,则橡皮实际运动是沿与水平方向成 45° 角的 $O'B$ 方向做匀速直线运动,速度为

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{2}v_0$$

所以本题的正确选项为选项 A.

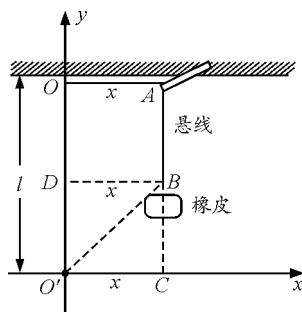


图 2 解析图

【进阶题】如图 3 所示,一块橡皮用细线悬挂于 O 点,现用一支铅笔贴着细线的左侧水平向右以速度 v_0 匀速移动,运动过程中保持铅笔的高度不变,

悬挂橡皮的那段细线始终保持竖直,则在铅笔未碰到橡皮前,橡皮的运动情况是()

- A. 橡皮在水平方向上做匀速运动
 B. 橡皮在竖直方向上做加速运动
 C. 橡皮的运动轨迹是抛物线
 D. 橡皮在图中所示位置时的速度大小为 v_0

$$\sqrt{1 + \cos^2 \theta}$$

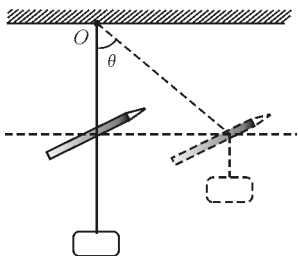


图3 进阶题题图

解析:悬挂橡皮的细线始终保持竖直,橡皮总是在铅笔的正下方,则橡皮在水平方向速度和铅笔的速度相同,故 A 正确。

将铅笔与绳子接触点的速度分解为沿绳方向和垂直于绳子方向,如图 4 所示,则沿绳子方向的分速度为 $v_0 \sin \theta$,橡皮在竖直方向的分速度等于沿绳子方向上的分速度,所以橡皮在竖直方向做加速运动,故 B 正确。

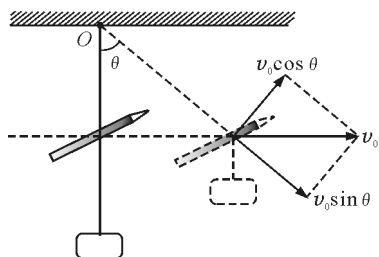


图4 铅笔与绳子接触点的速度分解

如图 5 所示,设细线长为 l ,铅笔高度为 h 且保持不变,橡皮运动到 A 点坐标为 (x, y) ,由于“运动中悬线始终保持竖直”,所以有

$$x = (l - h) \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$$

$$y = h - \left(l - \frac{l - h}{\cos \theta} \right)$$

变形后得(设 $a = l - h, a$ 为定值)

$$x = a \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$$

$$y = \frac{a}{\cos \theta} - a$$

结合以上两式消去三角函数可得

$$\frac{(y + a)^2}{a^2} - \frac{x^2}{a^2} = 1$$

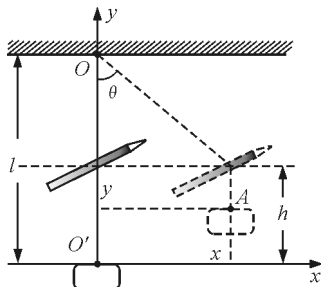


图5 橡皮运动轨迹求解分析图

由此可知方程对应的是双曲线,渐近线为 $y = \pm (x - a)$,橡皮实际运动的轨迹为双曲线的一部分(第一象限),如图 6 所示,故 C 错误。

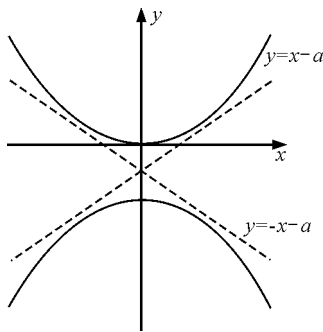


图6 双曲线

根据平行四边形定则得:橡皮在图示位置时的速度大小为

$$\sqrt{v_0^2 + (v_0 \sin \theta)^2} = v_0 \sqrt{1 + \sin^2 \theta}$$

故 D 错误。

在物理竞赛中,经常涉及到以下曲线方程:圆的方程、椭圆的方程、双曲线方程、抛物线方程,本文是一例直线和一例双曲线,供读者参考。

参考文献

- 1 李如虎. 巧解 2010 年江苏高考物理试题. 物理教师, 2010,31(10):63 ~ 64
- 2 杨海青. 基于认知规律的牵连速度进阶式教学设计. 物理通报,2017(10):40 ~ 43
- 3 李环生. 物理竞赛中涉及的曲线方程. 物理教师, 1998(1):43 ~ 44