平面简谐波波函数中相位演变的“上下游”理解法

李泽朋　周青军　魏　通　杜明润
（中国民航大学理学院　天津　300300）

（收稿日期:2018-12-19）

摘　要:平面简谐波波函数求解是普通物理教学中的重要知识点,对其理解和掌握为后续波的叠加、驻波以及波的干涉等知识学习奠定基础.提出学习平面简谐波波函数时相位演变的“相位河”“上下游”理解法,将任意点与已知振动函数的参考点间相位差别形象化为“相位河上下游”关系.若任意点的振动早于参考点,则等效其位于参考点的“上游”,其相位应大于参考点相位;若任意点的振动晚于参考点,则等效其位于参考点的“下游”,相位应小于参考点相位.“相位河上下游”法可形象化理解波传播时的相位演变,亦可弱化波传播方向在求解波函数过程中的影响,因此可方便快捷地求解平面简谐波波函数.

关键词:平面简谐波波函数　相位河　上下游

大学物理的授课过程中,平面简谐波波函数的理解和掌握是重要的知识点,是学生们学习过程中容易出错的知识疑点,该知识的理解对后续波的叠加、驻波以及波的干涉等知识学习至关重要,这要求学生更方便和高效地掌握平面简谐波波函数的求解方法[1~3].

平面简谐波的波源振动为简谐振动,该振动在均匀各向同性介质中沿单一方向传播,传播方向上各处介质重复波源振动形式,仅相位与波源不同.在讲授求解平面简谐波波函数时,一般给定振源的振动方程;或在已知传播方向上,给定某一参考点(如坐标原点)的振动方程,利用任意点与参考点间相位超前或落后,求得任意一点的振动函数,即平面简谐波波函数[3~6].但比较任意点与参考点间相位超前或落后问题对部分学生稍显抽象,不易深刻理解.为方便理解平面简谐波波函数求解过程中相位超前或落后问题,本文提出将相位演变行为与“河流上下游(相位河)”形象地对应起来,可以方便理解相位的超前或落后行为,同时弱化传播方向在波函数求解过程中的影响,可方便快捷地理解和求得平面简谐波波函数表达式.

1　“相位河上下游”理解法用于平面简谐波波函数求解过程的相位演变

波传播方向上质点相位各不相同,相位反应了各点振动与波源(或已知参考点)相比振动的超前或落后关系.假定平面简谐波在各向同性均匀介质中传播,且传播过程中没有能量损失(传播介质不变),只需求解得到任意点与参考点间的相位差即可求解得到任意点平面简谐波波函数.因此,为便于理解平面简谐波传播过程的相位演变问题,将波沿传播方向的相位演变形象地看做“相位河”的流动.特别强调的是,“相位河”的流动是平面简谐波在传播方向上相位演变的形象化对应,并不意味着波传播过程中参与振动的各处质点元沿传播方向“流动”.利用“相位河”形象理解法,在求解平面简谐波波函数过程中,可以根据“相位河”上下游间的形象差别关系,方便地求出任意点与参考点间的振动早晚或相位差别,进而方便地写出待求任意点平面简谐波波函数.

利用“相位河上下游”形象化理解法,需确定任意点(待求点)在“相位河”中位于参考点(已知点)

作者简介:李泽朋(1979-　),男,博士,副教授,主要从事纳米材料结构与性能、大学物理与实验教学等研究.

的“上游”或“下游”. 若任意点(待求点)的振动早于参考点,可形象地理解为其在“相位河”中位于参考点的“上游”,其相位应大于参考点相位,便可在参考点相位值基础上加上相应相位差 $\Delta\varphi = 2\pi\frac{|\Delta x|}{\lambda}$(或者时间因子上加上$\frac{|\Delta x|}{u}$);相反若任意点(待求点)的振动晚于参考点,可理解为其在“相位河”中位于参考点的“下游”,相位应小于参考点相位,则可在参考点相位值基础上减去相应相位差 $\Delta\varphi = 2\pi\frac{|\Delta x|}{\lambda}$(或者时间因子上减去$\frac{|\Delta x|}{u}$). 如此在参考点(已知点)振动方程相位部分加或减相应的相位差$\left(\Delta\varphi = 2\pi\frac{|\Delta x|}{\lambda}\right)$便得到任意点(待求点)的振动方程,即为任意点的波函数. 若平面简谐波传播过程中,存在反射,反射后尽管波传播方向改变,但反射后的某点波函数相位与反射前某点波函数相位相比仍属“下游”相位. 若存在因反射导致的半波损失,则需在待求点波函数相位部分加或减 π. 如图 1 举例示意.

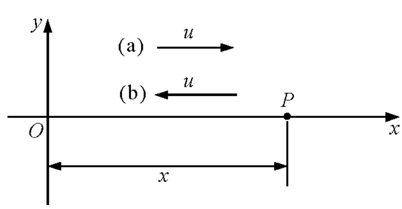

图 1　平面简谐波传播示意图

一平面简谐波(横波)在各向同性均匀介质中沿 x 轴传播(图 1),已知坐标原点 O 的振动方程为

$$y = A\cos(\omega t + \varphi) \tag{1}$$

按照前述提到的“相位河上下游”形象化理解方式,(a) 向右传播时任意点 P 与参考点(已知点)O 相比,在“相位河”中位于已知点 O 的“下游”,P 点振动晚于参考点 O,则在参考点 O 的振动方程式(1)相位部分减去落后的相位差

$$\Delta\varphi = 2\pi\frac{|\Delta x|}{\lambda} = 2\pi\frac{x-0}{\lambda} = 2\pi\frac{x}{\lambda} \tag{2}$$

($|\Delta x|$ 为参考点传播到 P 点的距离),即得到 P 点振动方程

$$y = A\cos\left(\omega t - 2\pi\frac{x}{\lambda} + \varphi\right) \tag{3}$$

(b) 当波向左传播时,任意点 P 与参考点(已知点)O 比较,在“相位河”中位于已知点 O 的“上游”,P 点振动早于参考点 O,需在参考点 O 的振动方程式(1)相位部分加上超前的相位差式(2),可得到任意点 P 点振动方程

$$y = A\cos\left(\omega t + 2\pi\frac{x}{\lambda} + \varphi\right) \tag{4}$$

式(3)和式(4)即为任意点 P(右传 / 左传)波函数.

上述示意题目模型较为理想,因此“相位河上下游”形象化理解并求解波函数过程,表面看来没有方便许多,但后续例题将会展示该方法在求解波函数中的快捷作用. 该方法不仅可以形象化理解相位超前 / 落后关系,同时该形象化方法还可以降低波函数求解过程中波传播方向的分类要求(例 2 有涉及),因此属于简单、实用、形象化方法. 在平面简谐波波函数的学习过程中,涉及的题目类型多样,可在不同情形下使用该方法.

2　例证

【例 1】一平面简谐波以速度 $u=20$ m/s 沿 x 轴正向直线传播,如图 2 所示,波长为 10 m,已知 A 点简谐运动方程为

$$y_A = 3\times10^{-2}\cos(4\pi t) \tag{5}$$

y,t 单位分别为 m,s. 若以 B 为坐标原点,表达出该波的波函数.

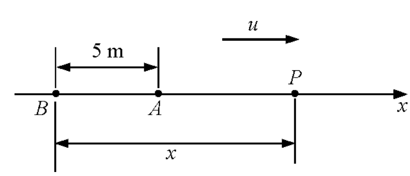

图 2　平面简谐波传播示意图

分析解答:按照参考书常见的求解过程,波向右传播,A 点与 B(坐标原点)点相比相位落后,计算 B 点相位超前 A 点

$$\varphi_B - \varphi_A = -2\pi\frac{x_B - x_A}{\lambda} = \pi \tag{6}$$

得到 B 点的振动方程为

$$y = 3\times10^{-2}\cos(4\pi t + \pi) \tag{7}$$

此方程即为参考点(原点)的振动方程. 依据该波沿 x 轴正向传播,将任意点 P 坐标带入相应标准方程

$$y = 3 \times 10^{-2} \cos\left[4\pi\left(t - \frac{x}{20}\right) + \pi\right] \tag{8}$$

便得到任意点的振动方程即为该平面简谐波波函数.

上述求解过程的思路为先求出原点(参考点)B的振动方程,结合波传播方向,将任意点坐标x带入标准方程,即得到波函数方程.

若采用前述介绍的"相位河上下游"理解法,经判断,任意点P位于"相位河"中已知点A的"下游",P点振动与已知点A相位差为

$$2\pi\frac{x-5}{\lambda} = 2\pi\frac{x-5}{10} \tag{9}$$

依据"下游点"减去相位差,将已知A点振动方程式(5)相位部分减去式(9),即可得到任意点P的振动方程

$$y_P = 3 \times 10^{-2} \cos\left(4\pi t - 2\pi\frac{x-5}{10}\right) \tag{10}$$

或以时间落后计算,由已知点A传播至任意点P所花时间为$\frac{x-5}{20}$ s,将已知点A振动方程式(5)中时间因子减去$\frac{x-5}{20}$得到任意点P的振动方程

$$y_P = 3 \times 10^{-2} \cos\left[4\pi\left(t - \frac{x-5}{20}\right)\right] \tag{11}$$

即为任意点波函数.利用该方法求解过程较为简单.

"相位河上下游"理解法在求解含反射情形下反射波函数时,更为方便.

【例 2】如图 3 所示,一列波以波速u沿x轴正向传播,已知原点O振动方程为

$$y = A\cos(\omega t + \varphi) \tag{12}$$

距离原点L处有一墙面(反射面M),求反射波在P点的波函数(墙面反射时,无能量损失,但存在半波损失).

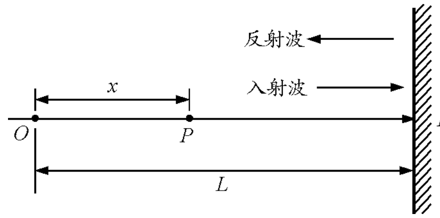

图 3　平面简谐波入射和反射传播示意图

分析解答:按照参考书的常见求解流程,考虑入射波向右传播,根据原点O的振动方程式(12),入射波传播方向上任意点P的振动方程为

$$y = A\cos\left[\omega\left(t - \frac{x}{u}\right) + \varphi\right] \tag{13}$$

该波继续向右传播到M点,将M点坐标代入,得到入射波M点的振动方程为

$$y = A\cos\left[\omega\left(t - \frac{L}{u}\right) + \varphi\right] \tag{14}$$

波在M点反射后由于存在半波损失,因此反射波M点的振动方程为

$$y = A\cos\left[\omega\left(t - \frac{L}{u}\right) + \varphi + \pi\right] \tag{15}$$

之后该波向左传播.

此后,反射波向左传播过程中以反射波M点为已知点(参考点),向左传播到P点时所用时间为$\frac{L-x}{u}$,因此利用反射波M点振动方程式(15),推导反射波中任意点P的振动方程.尽管反射波向左传播,由于已知点(参考点)M位于待求点P的右侧,故反射波中P点重复M点在$\frac{L-x}{u}$时刻前的振动,故在M点反射波振动方程式(15)中时间部分减去$\frac{L-x}{u}$,得到反射波任意点P的振动方程为

$$y = A\cos\left[\omega\left(t - \frac{L}{u} - \frac{L-x}{u}\right) + \varphi + \pi\right] \tag{16}$$

化简得到其振动波函数为

$$y = A\cos\left[\omega\left(t - \frac{2L-x}{u}\right) + \varphi + \pi\right] \tag{17}$$

考虑到P点的任意性,式(17)即为反射波的波函数.

若按本文提出的"相位河上下游"理解法:不论传播方向向左或是向右,反射波中P点的相位与已知点(参考点)O相比位于"相位河下游",因此与参考点O的振动相比,其相位落后;按照总共传播距离("相位河"相位演变)来计算(下游方向)相位落后.从O点传播到M点,再反射至P点,共计传播距离为$(2L-x)$,考虑到中间反射一次,因此具有附加相位差π,反射波到达P点后,P点最终的振动函数

为

$$y = A\cos\left[\omega\left(t - \frac{2L - x}{u}\right) + \varphi + \pi\right] \qquad (18)$$

式(18) 即为 P 点的反射波函数.

因此,采用该理解方式求解此类习题时,过程较为简单便捷,且因反射引起的传播方向改变时也可以简单处理.

3 结束语

"相位河上下游" 法是笔者教学实践中提出的一种处理简谐波问题的教学方法,它可以形象化理解波传播中的相位超前和落后关系,且在等效求解过程中对波传播方向分类要求低,求解过程中可忽略不同波传播方向的区别或传播方向的改变. 在面对复杂问题(如反射波) 时,弱化了波传播方向在求解波函数过程中的影响,将传播方向这一影响因素与相位的超前与落后归结在一起,可将理解平面简谐波波函数的求解过程变得形象化和简单化.

参 考 文 献

1 马文蔚,解希顺,周雨青. 物理学(下). 北京:高等教育出版社,2006. 48

2 张三慧. 大学物理(上). 北京:清华大学出版社,2011. 213

3 杨百愚,冯大毅,张崇辉,等. 如何"写"出平面简谐波的波函数. 物理与工程,2008,18(5):9 ~ 12

4 韩向刚. 以知识为载体,培养学生以问题为导向的思维方式:平面简谐波波函数推导. 物理与工程,2014(S1):96 ~ 97

5 李珏. 一维简谐波波函数的讨论. 广西物理,2001,22(3):25 ~ 27

6 张勇. 关于平面简谐波波函数相位问题的研究. 物理通报,2017(7):15 ~ 17

Upstream and downstream Understanding Method of Phase Evolution in Planar Harmonic Wave Function

Li Zepeng Zhou Qingjun Wei Tong Du Mingrun

(College of Science, Civil Aviation University of China, Tianjin 300300)

Abstract: The solution of plane harmonic wave function is an important knowledge point in general physics teaching. And the corresponding understanding lays the foundation for subsequent learning wave superposition, standing wave and wave interference. In this paper, the equivalent "upstream and downstream" of "phase river" method is introduced to understand the phase change in the plane harmonic wave function and this visualize the phase relationship between arbitrary point and reference point as "upstream and downstream". If the vibration at any point is earlier than the reference point, the any point is equivalent to the "upstream", and its phase should be larger than that of the reference point; if the vibration is later than the reference point, the any point is equivalent to the "downstream", and its phase should less than the reference point. The equivalent "upper and lower reaches" of "phase river" method would make it visualized in understanding phase wave propagation evolution, and weaken the influence of wave propagation direction in the solution of the wave function in the process. Thus, this can help solve the plane harmonic wave function easily.

Key words: plane harmonic wave function; phase river; upper and lower reaches