

## 走出“万有引力与航天”理解的误区\*

勾俊华 袁锦成

(南京市雨花台中学 江苏 南京 210012)

(收稿日期:2019-04-09)

**摘要:**在日常生活中能直观感知重力,但航天知识涉及天体之间的相互作用,学生无法直接感受,在学习本章知识时学生感觉模型抽象、公式繁多、结论复杂,追根溯源是对模型的认知不足,对物理量背后的物理意义把握不准,从而形成理解误区,本文结合日常教学和学生的听课及作业反馈,总结出本章知识理解的误区,以寻找理解的突破口.

**关键词:**万有引力 围绕天体 中心天体 卫星 加速度

万有引力定律是航天工程中极为重要的物理定律,航天工程从方方面面影响到我们的日常生活,高中阶段对万有引力定律的学习更多涉及抽象的物理模型,学生在掌握并应用万有引力定律的过程中常会遇到以下难点或误区.

**误区一:** $k$ 值由围绕天体的质量、轨道半径和周期决定.

开普勒第三定律的内容:所有行星轨道半长轴的三次方跟它的公转周期二次方的比值都相等<sup>[1]</sup>.在中学阶段将椭圆轨道当成圆轨道处理,内容可以更改为:所有行星轨道半径的三次方跟它的公转周期二次方的比值都相等,表达式为

$$\frac{r^3}{T^2} = k$$

**【例1】**若地球绕太阳运转轨道的半长轴为 $R_{地}$ ,周期为 $T_{地}$ ;木星绕太阳运转轨道的半长轴为 $R_{木}$ ,周期为 $T_{木}$ ;月球绕地球运转轨道的半长轴为 $R_{月}$ ,周期为 $T_{月}$ .

**常见错解:**(1)认为 $\frac{R_{地}^3}{T_{地}^2} = \frac{R_{月}^3}{T_{月}^2}$ ; (2)认为木星的质量或周期大于地球的质量或周期,所以有 $\frac{R_{木}^3}{T_{木}^2} >$

$\frac{R_{地}^3}{T_{地}^2}$ .

$$\frac{R_{地}^3}{T_{地}^2}$$

**错因分析:**没有弄清 $k$ 值的决定因素.天体做圆周运动的向心力由万有引力提供,即 $F_{引} = F_{向}$ ,则有

$$G \frac{Mm}{r^2} = m \left( \frac{2\pi}{T} \right)^2 r$$

化简得

$$\frac{r^3}{T^2} = \frac{GM}{4\pi^2} = k$$

由此可以看出,天体做圆周运动的 $k$ 值,由中心天体的质量决定,与围绕天体的质量、轨道半径和周期等因素都没有关系.地球绕太阳运转的中心天体是太阳,而月亮绕地球运转的中心天体是地球,两者的 $k$ 值是不同的.木星和地球所围绕的中心天体都是太阳,两者的 $k$ 值是相同的.

**误区二:**星球周围的重力加速度是固定不变的.很多学生认为星球周围的重力加速度是保持不变的,都等于星球表面的重力加速度.

**【例2】**如图1所示,同一轨道平面内的3颗人造地球卫星A、B、C,速度大小分别为 $v_A, v_B, v_C$ ,已知轨道半径 $r_A < r_B < r_C$ ,试比较 $v_A, v_B, v_C$ 的大小.

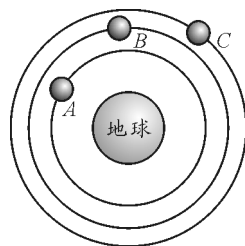


图1 例2题图

**常见错解:**认为卫星做圆周运动的向心力等于卫星的重力,即

\* 江苏省教育科学“十三五”规划立项课题“高中生‘物理概念’梯度性建立的教学策略研究”的系列研究成果之一,课题编号:B-b2018/02/135

$$F_{\text{向}} = G_{\text{物}}$$

故

$$m \frac{v^2}{r} = mg$$

则可以得出

$$v = \sqrt{gr}$$

因为

$$r_A < r_B < r_C$$

所以得出

$$v_A < v_B < v_C$$

**错因分析:**认为虽然轨道半径不同,但重力加速度保持不变.其实3颗人造地球卫星A,B,C处的重力加速度是不同的,重力加速度来源于重力,而物体受到重力的原因是因为物体受到地球对它的引力,不考虑地球自转时,可以认为物体受到的重力等于地球对物体的引力,所以有  $F_{\text{引}} = G_{\text{物}}$ ,即

$$\frac{GMm}{r^2} = mg$$

则

$$g = \frac{GM}{r^2}$$

由表达式可知,重力加速度随着离地心距离的增大而减小.正确的解法是利用卫星做圆周运动的向心力等于万有引力,即  $F_{\text{引}} = F_{\text{向}}$ ,则

$$\frac{GMm}{r^2} = m \frac{v^2}{r}$$

则有

$$v = \sqrt{\frac{GM}{r}}$$

因此,随着轨道半径的增大,线速度是减小的,即  $v_A > v_B > v_C$ .

**误区三:**发射速度为卫星的运行速度.

第一宇宙速度,指物体在地面附近绕地球做匀速圆周运动的速度,其数值  $v = 7.9 \text{ km/s}$ .即要想成为一颗人造卫星,其发射速度必须大于等于  $7.9 \text{ km/s}$ .卫星进入轨道后,  $F_{\text{引}} = F_{\text{向}}$ ,即

$$\frac{GMm}{r^2} = m \frac{v^2}{r}$$

则有

$$v = \sqrt{\frac{GM}{r}}$$

由此可知当卫星进入圆形轨道稳定运行时的速度一定小于  $7.9 \text{ km/s}$ .卫星在发射升空时,有外界的火箭推力,不能单纯地认为卫星受到的地球引力等于卫星的向心力,但是卫星进入圆形轨道后稳定运行时的向心力由地球的引力提供,这是发射速度和运行速度最根本的区别所在.

**【例3】**如图2所示,在地面上发射一个飞行器,

进入椭圆轨道 II 并绕地球运行,则在椭圆轨道远地点卫星的线速度大小范围是多少?

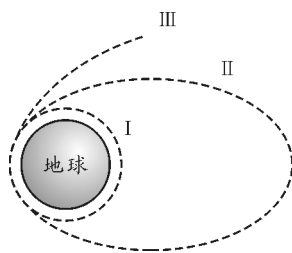


图2 例3题图

**常见错解:**认为卫星在椭圆轨道远地点的速度  $v$  应满足  $7.9 \text{ km/s} < v < 11.2 \text{ km/s}$ .

**错因分析:**没有分清发射速度和运行速度的区别,不能看到椭圆轨道就认为速度介于第一宇宙速度和第二宇宙速度之间,实际上其发射速度  $v$  满足  $7.9 \text{ km/s} < v < 11.2 \text{ km/s}$ ,而在远地点运行的速度是小于  $7.9 \text{ km/s}$  的.

**误区四:**赤道上物体比近地卫星、同步卫星的线速度和向心加速度大.

设地球半径为  $R$ ,近地卫星轨道半径为  $r_{\text{近}}$ ,同步卫星轨道半径为  $r_{\text{同}}$ ,由于近地卫星通常轨道半径在  $200 \text{ km}$  以下,和地球半径相比较小,因而可近似认为  $r_{\text{近}} = R < r_{\text{同}}$ .从向心力的来源分析,要注意区分赤道上物体和卫星的异同,赤道上物体向心力由地球对其引力和地面对它的支持力的合力共同提供,即  $F_{\text{向}} = F_{\text{引}} - F_{\text{支}}$ ,而卫星的向心力则完全由万有引力提供.

**【例4】**如图3所示,地球赤道上的物体  $e$ 、近地卫星  $p$  和同步卫星  $q$  均在赤道平面上绕地心做匀速圆周运动.设  $e, p, q$  的线速度大小分别为  $v_1, v_2, v_3$ ,向心加速度分别为  $a_1, a_2, a_3$ ,比较三者速度和加速度大小.

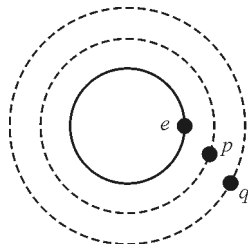


图3 例4题图

**常见错解:**以为所有物体做圆周运动的向心力

都由地球的引力提供,即

$$\frac{GMm}{r^2} = ma$$

则

$$a = \frac{GM}{r^2}$$

从而以为  $a$  与  $r^2$  成反比,得出错误的结论  $a_1 > a_2 >$

$a_3$ . 类似的,单纯由

$$\frac{GMm}{r^2} = m \frac{v^2}{r}$$

则有

$$v = \sqrt{\frac{GM}{r}}$$

从而以为  $v$  与  $\sqrt{r}$  成反比,得出错误的结论  $v_1 > v_2 >$

$v_3$ .

**错因分析:**学生在初学时会直接套公式,这是没有养成良好的受力分析习惯导致的.由受力可知,赤道上的物体向心力来源不同于人造卫星,解决这类问题的关键点是地球赤道上的物体  $e$  和同步卫星  $q$  具有相同的角速度和周期,利用  $v = r\omega$  和  $a = r\omega^2$ ,从而得出  $v_3 > v_1$  和  $a_3 > a_1$ ,而近地卫星和同步卫星可以利用引力等于向心力的规律对各参量进行比较,综上所述可以得出

$$v_2 > v_3 > v_1 \quad a_2 > a_3 > a_1$$

**误区五:**天体之间的距离就为天体做圆周运动的轨道半径.

学生在初学时,对字母的含义理解不透,往往乱套公式,将天体之间的距离和天体做圆周运动的轨道半径混为一谈.

**【例 5】**宇宙中两颗相距较近的天体称为“双星”,离其他天体非常遥远,它们以二者连线上的某一点为圆心做匀速圆周运动,如图 4 所示.已知双星的质量分别为  $m_1$  和  $m_2$ ,它们之间的距离为  $L$ ,求双星的运行周期  $T$ .

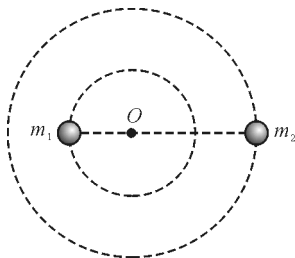


图 4 例 5 题图

动的向心力,对质量为  $m_1$  的星体分析,则有

$$\frac{Gm_1m_2}{L^2} = m_1 \left( \frac{2\pi}{T} \right)^2 L$$

得出

$$T = \sqrt{\frac{4\pi^2 L^3}{Gm_2}}$$

**错因分析:**对模型的认识不清晰,将“双星”模型和行星绕太阳做圆周运动模型混淆,认为双星间的距离就是各自做圆周运动的半径.由图 5 可知,  $r_1 + r_2 = L$ ,而双星间的引力提供了各自做圆周运动的向心力,所以它们的向心力相等.

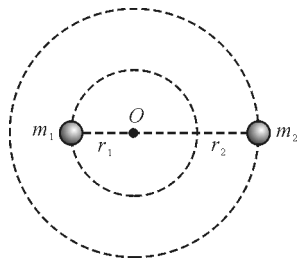


图 5 双星间距为各自做圆周运动半径之和

“双星”模型还有一个重要的特征,就是它们的角速度和周期是相等的,所以可得

$$m_1 \omega^2 r_1 = m_2 \omega^2 r_2$$

解得

$$r_1 = \frac{m_2}{m_1 + m_2} L$$

对质量为  $m_1$  的星体分析,则有

$$\frac{Gm_1m_2}{L^2} = m_1 \left( \frac{2\pi}{T} \right)^2 r_1$$

得出

$$T = \sqrt{\frac{4\pi^2 L^3}{G(m_1 + m_2)}}$$

**误区六:**卫星在变轨前后加速度发生变化.

卫星在 A 点变轨的示意图,如图 6 所示.

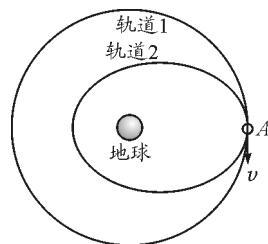


图 6 卫星变轨示意图

卫星从轨道 2 变轨至轨道 1 需要点火加速,轨

**常见错解:**双星间的引力提供了各自做圆周运

道2和轨道1相切于A点,很多学生认为卫星在轨道2上经过A点时的加速度小于它在轨道1上经过A点时的加速度,其理由是 $a = \frac{v^2}{r}$ ,点火加速后线速度变大,所以加速度变大。

**错因分析:**没有弄清曲率半径的变化,实际上线速度在增大的同时,轨道的曲率圆也在增大<sup>[2]</sup>,如图7所示,轨道2的曲率圆半径 $r_2$ 小于轨道1的半径 $r_1$ ,其加速度是不变的。

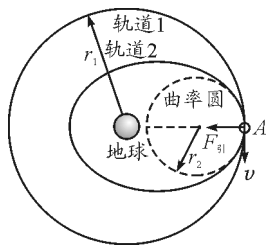


图7 卫星变轨分析

在变轨前后的不同轨道,A点处卫星的受力为地球对其引力

$$F_{引} = \frac{GMm}{r^2}$$

根据牛顿第二定律可知

$$F_{引} = ma$$

则

$$a = \frac{GM}{r^2}$$

虽然卫星从轨道2变轨至轨道1,但在A处,卫星和地球的距离仍为 $r$ ,所以卫星在轨道2上经过A点时的合加速度应该等于它在轨道1上经过A点时的合加速度。

卫星在不同轨道的相切点向心加速度是否也相同呢?首先要弄清卫星在一般椭圆轨道,速度发生变化的原理,如图8所示,卫星从远地点向近地点靠近时,引力分解为切向分力 $F_1$ 和法向分力 $F_2$ ,切向分力改变线速度的大小,使得线速度逐渐增大,法向分力改变线速度的方向,而法向加速度即为向心加速度,由法向分力提供。当卫星运行至近地点和远地点时,地球对它的引力完全和线速度垂直,引力没有切向分力,而只有法向分力,即卫星的向心力完全等于地球对它的引力,在变轨前后,引力不变则向心力

也不变,即卫星的向心加速度在不同轨道的相切点也是相同的。

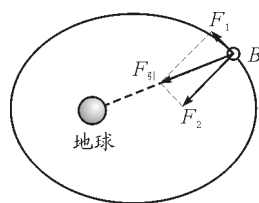


图8 卫星在一般椭圆轨道的受力分析

既然卫星在变轨前后的瞬间加速度不变,为什么卫星会绕椭圆轨道运动?分析图9,若卫星沿着曲率圆运动很小一段距离到达C点,受力分析可知,卫星受到地球的引力 $F_{引}$ 不指向曲率圆圆心,而是指向地心, $F_{引}$ 产生切向分力 $F_1$ 和法向分力 $F_2$ ,不能使卫星绕曲率圆做匀速圆周运动,而使卫星“偏离”曲率圆,沿着椭圆轨道,做变速曲线运动。

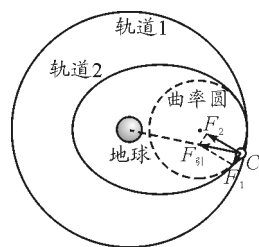


图9 卫星绕椭圆轨道运动原因分析

导致本章学习误区的根源,在于学生研究对象不清,譬如“卫星”和“地表的物体”、“重力加速度”和“向心加速度”等概念模糊。同时学生对研究对象的受力分析模糊不清,无法画出卫星的运动轨迹等多方面因素,也是导致学生对所学公式“张冠李戴”的原因。教者在讲授时要多方位、立体式引导学生对不同物理量加以深刻理解、指导学生画出简图,使较为抽象的物理模型更加形象化,降低思维跨度,从而走出理解的误区。

### 参考文献

- 1 人民教育出版社,课程教材研究所,物理课程教材研究中心.物理必修2[M].北京:人民教育出版社,2018.32~33
- 2 张勇.对卫星变轨过程中加速度的几点思考[J].中学物理,2015(4):97