

# 电阻 电容和电感元件在交流电中的 星-三角等效变换研究和仿真\*

肖立勇 陈云枫

(六盘水师范学院电气工程学院 贵州 六盘水 553001)

(收稿日期:2019-05-29)

**摘要:**基于纯电阻的Y- $\Delta$ 等效变换和交流电的相量运算规则,对电阻、电容和电感元件的星形连接和三角形连接进行等效变换,在变换过程中利用基尔霍夫电压和电流定律,并结合相量的代数式、指数式和极坐标式来对相应方程进行运算,最后得出电阻、电容和电感的Y- $\Delta$ 等效变换公式,并对其进行相应的仿真实验验证。通过计算和仿真发现,对于纯元件电路中,当 $Z_L + Z_C = 0$ 时其等效变换可以进行,否则就不能进行等效变换。

**关键词:**等效变换 相量运算 电路仿真

## 1 前言

随着现代科学技术的迅速发展和高等教育不断的改革,使电路部分的内容日益体现出其在生活和工业中的应用和推广的价值<sup>[1]</sup>,同时电路部分的知识与磁路、电动机、电气控制系统以及晶体管等有着紧密的关联。在已学的电学部分中,除了用支路电流法、节点电压法、网孔电流法和叠加原理等来分析和解决基本的电路外<sup>[2]</sup>,主要讲解了在直流电中的纯电阻星形连接和三角形连接的等效变换。本文运用相量的基本运算规则<sup>[3]</sup>,采用基尔霍夫电压、电流定律对交流电中电感、电容和电阻的Y- $\Delta$ 等效变换进行分析和推导<sup>[4~7]</sup>,并利用Multisim软件对计算的结论进行模拟验证。

## 2 电感、电容和电阻元件的基本概述

电感的基本特征是“通直流阻交流”,电容的基本特征就是“通交流阻直流”,在基本的直流电路中,其用法和分析比较简单,但在交流电中,电感和电容的阻碍作用会随着交流电的特征而改变,其阻碍作用用阻抗来表示,其中电感、电容和电阻的阻抗为

$$Z = \begin{cases} Z_L = j\omega L \\ Z_C = -\frac{j}{\omega C} \\ Z_R = R \end{cases} \quad (1)$$

其中的 $j$ 表示在交流电中,电压的相位超前电流 $\frac{\pi}{2}$ ,  
 $-j$ 表示电压的相位落后电流 $\frac{\pi}{2}$ 。

在运算过程中,将用到相量的运算,对于一般的物理函数,其相量基本表达形式有3种。如正弦电压 $u = U_m \sin(\omega t + \varphi_u)$ ,其相量式可以表示为

$$\dot{U} = U(\cos \varphi_u + j \sin \varphi_u) \text{ (代数式)} \quad (2)$$

$$\dot{U} = U \angle \varphi_u \text{ (极坐标式)} \quad (3)$$

$$\dot{U} = U e^{j\varphi_u} \text{ (指数式)} \quad (4)$$

其中的 $U$ 为有效值

$$U = \frac{U_m}{\sqrt{2}}$$

## 3 电感、电容和电阻电路的等效变换

### 3.1 电感、电容和电阻电路的Y- $\Delta$ 等效变换

电路等效变换的基本守则就是在等效变换后,

\* 省教改项目资助,项目编号:2018520116;六盘水师范学院实验教学示范中心资助,项目编号:LPSSYsyjxsfzx-201801

作者简介:肖立勇(1986-),男,硕士,讲师,主要从事大学物理和大学物理实验教学研究工作。

其端点的电压和电流不能改变。根据这一基本守则，对于三角形的Y-Δ等效变换的基本原理图如图1所示。

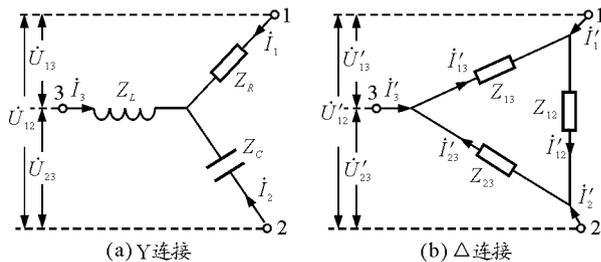


图1 星形连接和三角形连接等效变换示意图

在图1中的电感、电容和电阻的等效变换中星形连接包括电感L, 电容C和电阻R, 它们的阻抗分别用 $Z_L, Z_C, Z_R$ 来表示, 其端点1和2的电压相量为 $\dot{U}_{12}$ , 端点1和3的电压相量为 $\dot{U}_{13}$ , 端点2和3的电压相量为 $\dot{U}_{23}$ . 其等效变换后的三角形电路如图1中的Δ连接, 端点1和2等效变换后的阻抗为 $Z_{12}$ , 端点1和3等效变换后的阻抗为 $Z_{13}$ , 端点2和3等效变换后的阻抗为 $Z_{23}$ . 其中的 $\dot{I}_1 = \dot{I}'_1, \dot{I}_2 = \dot{I}'_2, \dot{I}_3 = \dot{I}'_3, \dot{U}_{12} = \dot{U}'_{12}, \dot{U}_{13} = \dot{U}'_{13}, \dot{U}_{23} = \dot{U}'_{23}$ .

在星形连接中, 根据支路电流法和节点电压法对电路进行分析, 可得

$$\begin{cases} \dot{I}_1 + \dot{I}_2 + \dot{I}_3 = 0 \\ \dot{U}_{12} = \dot{I}_1 Z_R - \dot{I}_2 Z_C \\ \dot{U}_{13} = \dot{I}_1 Z_R - \dot{I}_3 Z_L \\ \dot{U}_{23} = \dot{I}_2 Z_C - \dot{I}_3 Z_L \end{cases} \quad (5)$$

在三角形连接的电路中, 采用支路电流法和节点电压法对电路进行分析, 可得

$$\begin{cases} \dot{I}'_1 = \dot{I}'_{12} - \dot{I}'_{13} = \frac{\dot{U}'_{12}}{Z_{12}} - \frac{\dot{U}'_{13}}{Z_{13}} \\ \dot{I}'_2 = \dot{I}'_{23} - \dot{I}'_{12} = \frac{\dot{U}'_{23}}{Z_{23}} - \frac{\dot{U}'_{12}}{Z_{12}} \\ \dot{I}'_3 = \dot{I}'_{13} - \dot{I}'_{23} = \frac{\dot{U}'_{13}}{Z_{13}} - \frac{\dot{U}'_{23}}{Z_{23}} \end{cases} \quad (6)$$

计算过程中电感的阻抗 $Z_L = j\omega L$ , 电容的阻抗 $Z_C = -\frac{j}{\omega C}$ , 电阻的阻抗 $Z_R = R$ .

通过式(5)、(6)以及等效变换的条件, 可以得到

$$\begin{cases} Z_{12} = \frac{R}{\omega^2 LC} - R + \frac{j}{\omega C} \\ Z_{23} = \frac{L}{RC} + j\left(\frac{-1}{\omega C} + \omega L\right) \\ Z_{13} = R - R\omega^2 CL + j\omega L \end{cases} \quad (7)$$

### 3.2 电感、电容和电阻电路的Δ-T等效变换

电路的Δ-Y等效变换的示意图如图2所示, 根据等效的基本条件, 其中的 $\dot{I}_1 = \dot{I}'_1, \dot{I}_2 = \dot{I}'_2, \dot{I}_3 = \dot{I}'_3, \dot{U}_{12} = \dot{U}'_{12}, \dot{U}_{13} = \dot{U}'_{13}, \dot{U}_{23} = \dot{U}'_{23}$ .

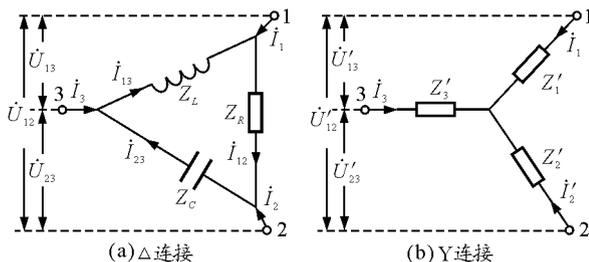


图2 三角形连接和星形连接等效变换示意图

对于三角形连接中, 根据电路的支路电流法和节点电压法对电路进行分析, 可得

$$\begin{cases} \dot{U}_{12} = \dot{I}_{12} Z_R \\ \dot{U}_{13} = -\dot{I}_{13} Z_L \\ \dot{U}_{23} = \dot{I}_{23} Z_C \end{cases} \quad (8)$$

在图2中星形连接的电路中, 采用支路电流法和节点电压法对电路进行分析, 可得

$$\begin{cases} \dot{I}'_1 = \dot{I}_{12} - \dot{I}_{13} \\ \dot{I}'_2 = \dot{I}_{23} - \dot{I}_{12} \\ \dot{I}'_3 = \dot{I}_{13} - \dot{I}_{23} \end{cases} \quad (9)$$

$$\begin{cases} \dot{U}_{12} = \dot{I}'_1 Z'_1 - \dot{I}'_2 Z'_2 \\ \dot{U}_{23} = \dot{I}'_2 Z'_2 - \dot{I}'_3 Z'_3 \\ \dot{U}_{13} = \dot{I}'_1 Z'_1 - \dot{I}'_3 Z'_3 \end{cases} \quad (10)$$

计算过程中电感的阻抗 $Z_L = j\omega L$ , 电容的阻抗 $Z_C = -\frac{j}{\omega C}$ , 电阻的阻抗 $Z_R = R$ .

通过对式(9)、(10)以及三角形和星形连接等效变换的条件, 可得

$$\begin{cases} Z_1 = \frac{-\omega LR}{jR + \frac{1}{\omega C} - \omega L} \\ Z_2 = \frac{R}{j\omega RC + 1 - \omega^2 CL} \\ Z_3 = \frac{\omega R}{\omega RC - j + j\omega^2 CL} \end{cases} \quad (11)$$

### 3.3 结论分析

通过对电感、电容和电阻的三角形和星形交流电等效变换的结果分析,再结合电路元件阻抗表达的含义,即实部表示纯电阻,  $+j$  表示电感,  $-j$  表示电容,则由式(7)和式(11)发现,在纯电阻、电感和电容的等效变换中,纯电阻的值要大于零的数,则只有当  $Z_L + Z_C = 0$  时,电路的转化才成立,否则将要用到其他元件来组装负电阻,则根据图1和图2以及式(7)和式(11)可以写为:

Y- $\Delta$  等效变换

$$Z_{12} = \frac{1}{Z_L} \quad Z_{23} = \frac{1}{Z_R} \quad Z_{13} = \frac{1}{Z_C} \quad (12)$$

Y- $\Delta$  等效变换

$$Z'_1 = Z_L \quad Z'_{23} = Z_C \quad Z'_{13} = \frac{Z_L Z_C}{Z_R} \quad (13)$$

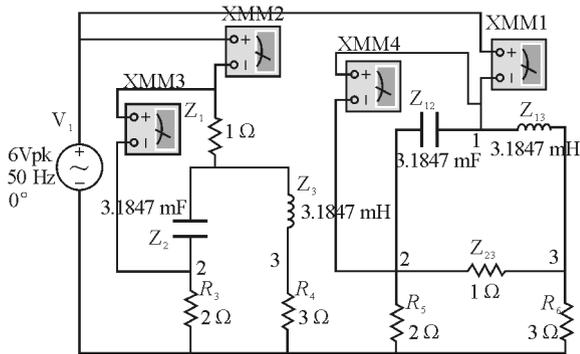
### 4 电感、电容和电阻电路等效变换仿真

根据上面推导的结论,将利用 Multisim 软件对其进行仿真,在星形连接到三角形的等效变换中,根据取不同的值进行仿真,由于 Y- $\Delta$  等效变换和  $\Delta$ -Y 等效变换模拟是相同的,我们只对 Y- $\Delta$  等效变换进行仿真模拟。

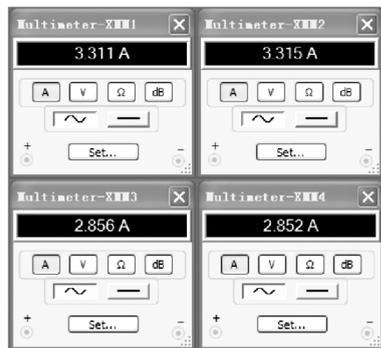
在星形连接等效变换成三角形电路中,取电源电压的输入为  $u = 6\sin(100\pi t)$ ,当电感和电容的容量满足  $LC = \frac{1}{\omega^2}$  时,取电阻  $R = 1 \Omega$ ,电感  $L = \frac{1}{100\pi}$  H,电容  $C = \frac{1}{100\pi}$  F,则经过等效变换有

$$\begin{cases} Z_1 = 1 \\ Z_2 = -j \\ Z_3 = j \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} Z_{12} = -j \\ Z_{13} = j \\ Z_{23} = 1 \end{cases}$$

其电路图如图3所示,其中  $R_3 = R_5 = 2 \Omega$ ,  $R_4 = R_6 = 3 \Omega$ ,XMM1和XMM2为交流电流表,XMM3和XMM4为交流电压表。



(a)  $R, L, C$ 等效变换仿真模拟电路图



(b)模拟结果对比图

图3 星形-三角形等效变换图

通过仿真发现,星形和三角形等效变换之后,流过端点1的电流不变,端点1和2的电压也保持不变。

### 5 总结

通过对电感、电容和电阻的星形与三角形等效变换发现,等效变换的条件为  $Z_L + Z_C = 0$ ,对于  $Z_L + Z_C \neq 0$  的情况下,电路的等效变换不成立.通过计算模拟验证,在满足等效变换的条件下,其理论推导和仿真模拟一致。

### 参考文献

- 王礼祥. N端星形电阻网络到N端网状电阻网络的等效变换[J]. 西南民族大学学报(自然科学版), 2008, 34(06): 1 218 ~ 1 223
- 覃缓贵. 基于multisim13.0负电阻在电源中作用的仿真[J]. 通信电源技术, 2016, 05(33): 105 ~ 107
- 倪欣来. n端线性电阻网络的等效变换[J]. 大学物理, 1999(07): 43 ~ 49
- 张永照, 杨万明, 张淑艳. 电阻Y形联接与 $\Delta$ 形联接等效变换的简单推导[J]. 大学物理, 1995(03): 18 ~ 19
- 刘松山. 对星形-多角形电路等效变换的研究[J]. 大学物理, 2014, 33(11): 15 ~ 19
- 许道展. 电路理论结合电路测试技术的探讨[J]. 北京工业大学学报, 1993(01): 66 ~ 73



## 基于学生自制教具的物理教学实践研究

杜晓娟 李春密

(北京师范大学物理学系 北京 100875)

(收稿日期:2019-05-08)

**摘要:**新课标强调实验教学在物理教学中的重要性,而学生自制教具作为实验教学方式之一,可使学生深度参与学习,强化认知,提升能力,进而发展核心素养.本文探讨了学生自制教具的特性等,并在“平抛运动”和“向心力”两节展开了教学实践.对教学实践教学效果分析发现,基于学生自制教具的物理教学确实有助于学生提升学习兴趣,提升模型建构能力、问题解决能力,发展物理学科核心素养;但由于学生自制教具的开放性,对教师提出了较高要求.

**关键词:**实验教学 学生自制教具 核心素养

### 1 研究背景

#### 1.1 新课标更加强调了实验的重要性

实验教学是物理教学的重要组成部分.新课标中强调要利用日常用品改进或开发实验,使学生有更多动手做实验的机会,更好地发展学生的实验技能和创新能力.这启示教师要注重实验对物理

教学的重要性,在物理教学中力求让学生多观察、多思考、多动手.

#### 1.2 我国物理教学对实验教学的重视度有待进一步加强

在我国现阶段物理教学中,很多学校因应试压力,实验常以讲代做,以练代学,学生只能被动学习,缺乏动手机会,进而对物理现象的感知、对物理知识

7 余丰人,林镇材. $n > 3$  星形电阻网络的等效变换研究

[J].中山大学学报(自然科学版),1999(04):29~31

## Study and simulation on $Y - \Delta$ Equivalent Transformation of Resistance, Capacitance and Inductance Components in Alternating Current

Xiao Liyong Chen Yunfeng

(School of Electrical Engineering of Liupanshui Normal University, Liupanshui, Guizhou 553001)

**Abstract:** Based on pure resistance as  $Y - \Delta$  the phasor of equivalent transformation and alternating current (ac) algorithm, in this paper, the resistance, capacitance and inductance components of star connection to conduct an equivalent conversion and the triangle connection. In the process of transformation by using kirchhoff's voltage and current law, combining with the algebraic expression of phasor, exponential equation and polar coordinates to corresponding operations, finally concluded as resistance, capacitance and inductance  $Y - \Delta$  equivalent transformation formula, and carries on the corresponding simulation. Through calculation and simulation, it is found that for a pure component circuit, the equivalent transformation can be performed when  $Z_L + Z_C = 0$ , otherwise the equivalent transformation cannot be performed.

**Key words:** equivalent transformation; phasor operation; circuit simulation