



伏安法测电阻的方法研究

何述平

(西北师范大学教育学院物理教育研究所 甘肃 兰州 730070)

(收稿日期:2019-06-08)

摘要:研究了初中伏安法测电阻的电路选择方法和数据处理方法,完善了电路选择方法,拓展和规范了现行教科书的数据处理方法;依据标配电表和待测电阻参量给出了运用电路选择方法的可行结果,结合实测数据给出了运用数据处理方法的合理结果,提出了相应的教学建议。

关键词:伏安法 电阻 电路选择方法 数据处理方法 教学建议

1 引言

伏安法测电阻是义务教育教科书物理(九年级全一册)的基本内容^[1,2],伏安法是测电阻的基本方法.现行教科书的实验方案要点仅呈现了伏安法测电阻的图1电路^[1],并指出:为了减小误差,需要多次测量;根据每次测量的电压值和电流值算出电阻值,最后求出电阻的平均值^[1,2].然而,伏安法测电阻(测定性实验)可否采用图2电路?电路选择方法是什么(虽有典型的误差讨论^[3,4],并比较待测电阻与由电表内阻估算的临界电阻大小,确定电流表内外接^[4];但未考虑合理误差控制范围,测得值可能明显偏小或偏大,使学生质疑伏安法测电阻的可行性)?现行教科书提供的上述数据处理方法合理否?可否运用图像法(数据处理是物理实验的基本内容,往往被漠视或庸俗化)?就此进行相应研究,以期明晰伏安法测电阻的电路选择方法、数据处理方法,为一线教师的合理运用奠定物理基础.

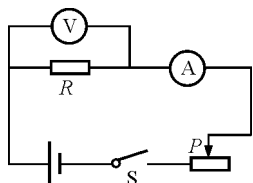


图1 测电阻电路1

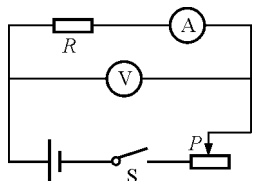


图2 测电阻电路2

2 电路选择方法

图1和图2分别为伏安法测电阻的电流表外、内接式,图1电压表测得的是待测电阻两端的电压,电流表测得的是通过待测电阻和电压表的总电流;图2电流表测得的是通过待测电阻的电流,电压表测得的是待测电阻和电流表的总电压.易见,无论哪种电路方式,伏安法均不能同时准确测得待测电阻两端的电压和通过的电流,进而不能准确测得待测电阻(因电表接入引起系统误差).因此,考察外、内接式的系统误差.

2.1 电路系统误差

对图1外接式电路,待测电阻的测得值为

$$R_{\text{外}} = \frac{U}{I} = \frac{RR_V}{R + R_V} \quad (1)$$

式中 U 和 I 为电表测得值, R_V 为电压表内阻.易见,测得值 $R_{\text{外}}$ 小于真实值 R ;相对系统误差为

$$\delta_{\text{外}} = \frac{|R_{\text{外}} - R|}{R} \quad (2)$$

由式(1)、(2)得^[3,4]

$$\delta_{\text{外}} = \frac{1}{1 + \frac{R_V}{R}} \quad (3)$$

式(3)表明:伏安法外接式测电阻时,仅电压表内阻 R_V 引起 $\delta_{\text{外}}$; R 比 R_V 越小, $\delta_{\text{外}}$ 越小($R_V \rightarrow \infty$ 时, $\delta_{\text{外}} \rightarrow 0$).

对图2内接式电路,待测电阻的测得值为

$$R_{\text{内}} = \frac{U}{I} = R + R_A \quad (4)$$

式中 U 和 I 为电表测得值, R_A 为电流表内阻.易见,

测得值 $R_{\text{内}}$ 大于真实值 R ; 相对系统误差为

$$\delta_{\text{内}} = \frac{|R_{\text{内}} - R|}{R} \quad (5)$$

由式(4)、(5)得^[3,4]

$$\delta_{\text{内}} = \frac{R_A}{R} \quad (6)$$

式(6)表明:伏安法内接式测电阻时,仅电流表内阻 R_A 引起 $\delta_{\text{内}}$; R 比 R_A 越大, $\delta_{\text{内}}$ 越小($R_A \rightarrow 0$ 时, $\delta_{\text{内}} \rightarrow 0$).

2.2 电路选择方法

由上述系统误差分析知,应选择相对系统误差较小的电路作为实测电路;同时考虑到相对系统误差应控制于合理范围,就可相对准确测得待测电阻(否则,需要修正;详见下文).因此,伏安法测电阻的电路选择方法:选取 $\delta_{\text{外}}$ 和 $\delta_{\text{内}}$ 较小的电路,并控制于合理范围(如 $\leq 2.0\%$).结合初中物理实验的标配电表(直流安培计 J0407 型:2.5 级,0.6 A 挡, $R_A = 0.124 \Omega$; 直流伏特计 J0408 型:2.5 级,3 V 挡, $R_V = 3 \text{ k}\Omega$) 和待测电阻(定值, $R = 10.0 \Omega$) 参量,对图 1 和图 2 的外、内接式电路,由式(3)、(6)可算得

$$\delta_{\text{外}} = 0.3\% \quad \delta_{\text{内}} = 1.2\%$$

依据伏安法测电阻的电路选择方法知:图 1 和图 2 的外、内接式电路均可行,且图 1 外接式电路更可行.

2.3 测得值的修正

由式(3)、(6)知,若待测电阻、电表欠匹配,可能引起显著的相对系统误差(如 $> 2\%$),此时应进行修正;由式(1)、(4)分别得

$$R_{\text{外修}} = \frac{R_V R_{\text{外测}}}{R_V - R_{\text{外测}}} \quad (7)$$

$$R_{\text{内修}} = R_{\text{内测}} - R_A \quad (8)$$

式(7)、(8)分别为伏安法外、内接式测电阻时修正值(即真实值)的表达式.

3 数据处理方法

图像法、平均法是物理实验数据处理的基本方法,也是解决拟合(回归)直线时方程数多于变量数的方法^[5],据此简明推证伏安法测电阻数据处理的图像法和平均法.

3.1 图像法

对图 1 和图 2 电路,不考虑电表引起的系统误差;分别选取电流 I 和电压 U 作为自变量,图像法有以下两种方式.

3.1.1 图像法的方式 I

由电阻概念式,有

$$U = RI \quad (9)$$

式(9)表明: U 与 I 呈正比函数关系(定值电阻, R 为恒量).图像法处理 n 组测量数据(I_i, U_i),得 $U-I$ 图线为过原点的直线,斜率为电阻 R .

3.1.2 图像法的方式 II

由电阻概念式,有

$$I = \frac{1}{R}U \quad (10)$$

式(10)表明: I 与 U 呈正比函数关系(定值电阻, R 为恒量).图像法处理 n 组测量数据(U_i, I_i),得 $I-U$ 图线为过原点的直线,斜率的倒数为电阻 R .

3.2 平均法

对图 1 和图 2 电路,不考虑电表引起的系统误差;依据物理实验数据处理的平均法^[5,6], n 组测量数据代入式(9)或式(10),得 n 组线性方程

$$U_i = RI_i \quad (11)$$

$$\text{或} \quad I_i = \frac{1}{R}U_i \quad (12)$$

$i=1, 2, \dots, n$ (定值电阻, R 为恒量);式(11)、(12)分别求和,均可得

$$R = \frac{\sum_{i=1}^n U_i}{\sum_{i=1}^n I_i} \quad (13)$$

简化式(13),得

$$R = \frac{\bar{U}}{\bar{I}} \quad (14)$$

$$\text{式中} \quad \bar{U} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n U_i$$

$$\bar{I} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n I_i$$

式(14)表明了平均法取平均效果的意义.由式(13)或式(14)、测量数据(I_i, U_i)可确定电阻 R .

4 方法运用结果

取定值电阻($R = 10.0 \Omega$)为待测电阻,分别按图 1 和图 2 电路,由初中物理实验的标配电表(同上)测 6 组 I 和 U 数据,如表 1 所示(实验原点为第 1 组数据);依次运用上述伏安法测电阻的数据处理方法,结果如下.

表1 定值电阻的 I 和 U 数据

图1 外接式		图2 内接式	
I/A	U/V	I/A	U/V
0.00	0.00	0.00	0.00
0.08	0.78	0.08	0.80
0.12	1.18	0.12	1.20
0.16	1.58	0.16	1.62
0.20	2.00	0.20	2.04
0.24	2.40	0.24	2.48
0.28	2.80	0.28	2.85

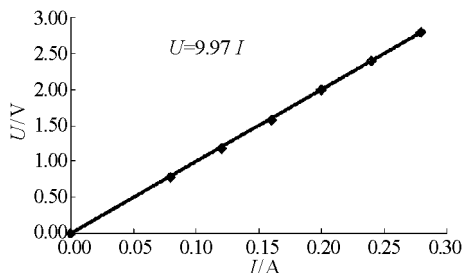
4.1 图像法的结果

图像法可分为作图图像法和回归图像法,现运用回归图像法,即现成的 Excel 程序^[7].

4.1.1 图像法方式 I 的结果

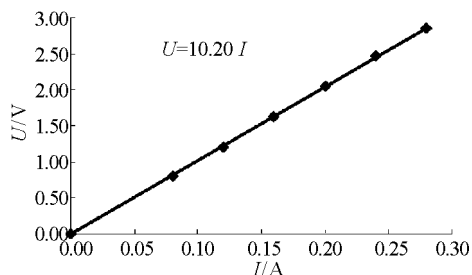
(1) 外接式结果

由式(9)、表1得外接式 $U-I$ 图像及其表达式,如图3所示;得 $R_{\text{外测}1} = 9.97 \Omega$.

图3 外接式 $U-I$ 图像

(2) 内接式结果

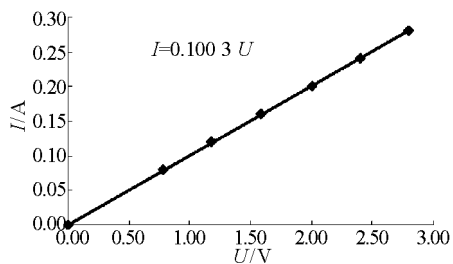
由式(9)、表1得内接式 $U-I$ 图像及其表达式,如图4所示;得 $R_{\text{内测}1} = 10.20 \Omega$.

图4 内接式 $U-I$ 图像

4.1.2 图像法方式 II 的结果

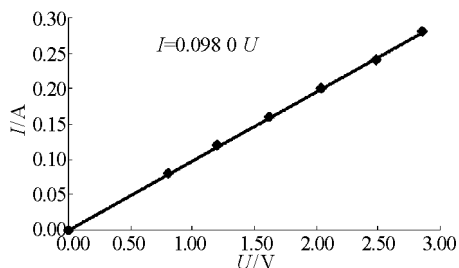
(1) 外接式结果

由式(10)、表1得外接式 $I-U$ 图像及其表达式,如图5所示;进而得 $R_{\text{外测}2} = 9.97 \Omega$.

图5 外接式 $I-U$ 图像

(2) 内接式结果

由式(10)、表1得内接式 $I-U$ 图像及其表达式,如图6所示;进而得 $R_{\text{内测}2} = 10.20 \Omega$.

图6 内接式 $I-U$ 图像

4.2 平均法的结果

由式(13)、表1分别得外接式 $R_{\text{外测}} = 9.94 \Omega$ 和内接式 $R_{\text{内测}} = 10.18 \Omega$.

上述伏安法测电阻数据处理方法的结果表明:图像法2种方式的结果分别相同,平均法的结果与图像法的非常接近;外、内接式的结果均合理,外接式的更合理[测得值与定值的相对偏差(系统误差、随机误差的综合)为:外接式图像法 0.3%、平均法 0.6%,内接式图像法 2.0%、平均法 1.8%].

4.3 测得值的修正结果

(1) 图像法的修正结果

由式(7)、(8)、图像法测得值、所用电表内阻分别得 $R_{\text{外图修}} = 10.00 \Omega$ 和 $R_{\text{内图修}} = 10.08 \Omega$.

(2) 平均法的修正结果

同理, $R_{\text{外平修}} = 9.97 \Omega$ 和 $R_{\text{内平修}} = 10.06 \Omega$.

比较修正值与对应测得值可知:修正的意义并不大,但提供了如何修正系统误差的实例.

5 方法讨论

5.1 图像法的特点

由式(9)、(10)知,图像法2种方式的形式不同,但实质均为正比函数的图像法,且具体为回归图像法(即准确的最小二乘法).

虽然图像法的方式 I 和 II 均显合理,但谁更合理?依据拟合直线的自变量选取原则^[8],由表1

数据和电表参量估算得： $\frac{|dI|_{\max}}{I_{\max} - I_{\min}} = \frac{1}{19}$ （即测得量的最大绝对误差与其变化幅度之比）明显大于 $\frac{|dU|_{\max}}{U_{\max} - U_{\min}} = \frac{1}{37}$ （外接式，内接式 $\frac{1}{38}$ ）；因此，选取 U 比 I 作为自变量更合理，从而方式 II，即 $I - U$ 正比函数关系更合理。

至此，拓展了伏安法测电阻的数据处理方法，即回归图像法（有现成的 Excel 程序支撑），体现了初中物理实验与信息技术的融合。

5.2 平均法的合理运用

现行教科书^[1,2]采用的“后平均”法[由式(11)的线性方程先求出 n 组 R_i ，然后再求平均值]与物理实验间接测量数据处理算法抵触。依据间接测量数据处理算法的“先平均”法与“后平均”法的讨论^[9]知： R （待测量，间接测量量）与 I 和 U （直接测量量）有明确的函数关系[式(11)]， R 存在确定的实际值（定值电阻，恒量）；由式(11)的任一方程确定的 R_i 的波动性主要反映随机误差。因此，电阻测定的数据处理算法采用“先平均”法[式(13)直接计算 R 值]；而“后平均”法明显欠妥，且因两次运算引入计算误差。

至此，不仅指明了现行教科书^[1,2]中伏安法测电阻运用平均法的欠缺，而且规范了平均法的合理运用[式(13)的推证可作为运用实例]。

6 教学建议

基于上述探究，伏安法测电阻的教学建议如下。

(1) 初三物理实验仅要求学生沿用或设计实验电路

（外接式或内接式电路），但教师要明确实验电路的相对系统误差大小，应控制于 2.0% 以内，并提供与标配电表匹配的待测电阻。(2) 多次（至少 6 次，实验原点为 1 次）测量，以减小测量误差；测量数据尽可能分布于电表所能测的范围。(3) 鉴于图像的直观、形象性，可直接合理运用图像法；平均法的合理运用可置于相应练习或后续再呈现（也可先平均法，后图像法）。(4) 至于伏安法测小灯泡电阻（变量，热效应），现行教科书明智地呈现于本节的习题之中^[1,2]，体现了电阻作为物理量的认知逻辑顺序：恒量 \rightarrow 变量；此时，只可“逐点”计算热电阻，不可取平均值，自然也不可运用平均法。

参考文献

- 1 义务教育教科书·物理(九年级全一册)[M]. 北京:人民教育出版社,2013.80~82
- 2 义务教育教科书·物理(九年级全一册)[M]. 北京:北京师范大学出版社,2013.90~92
- 3 刘炳昇,魏日升. 初中物理教师实验技能训练[M]. 北京:高等教育出版社,1989.108~109
- 4 陶洪. 物理实验论[M]. 南宁:广西教育出版社,1996.172~174
- 5 龚镇雄. 普通物理实验中的数据处理的[M]. 西安:西北电讯工程学院出版社,1985.132,124~130
- 6 何述平. 平均法处理测电源电动势和内阻数据的研究[J]. 物理实验,2013,33(6):16~19
- 7 何述平. 图像法处理打点纸带的研究[J]. 物理教师,2013,34(1):57~60
- 8 朱鹤年. 新概念物理实验测量引论:数据分析与不确定度评定基础[M]. 北京:高等教育出版社,2007.18
- 9 朱鹤年. 物理实验研究[M]. 北京:清华大学出版社,1994.106~112

Research on the Method of Measuring Resistance by Voltammetry

He Shuping

(Research Institute of Physics Education, College of Education, Northwest Normal University, Lanzhou, Gansu 730070)

Abstract: The circuit selecting method and data processing method for measuring resistance by voltammetry in junior high school are studied, the circuit selecting method is perfected, and the data processing method in current textbooks is expanded and standardized; the feasible results of using circuit selecting method according to the parameters of standardly equipped ammeter and measuring resistance are given, the reasonable results of applying data processing method through measured data are given, and the corresponding teaching suggestions are put forward.

Key words: voltammetry; resistance; circuit selecting method; data processing method; teaching suggestion