

“四点共圆”突破关联运动中的难点

周耀虎

(合肥一六八中学 安徽 合肥 230601)

(收稿日期:2019-10-08)

摘要:关联速度问题一直是高中物理学习中的难点,导致学生在处理后面与能量关联的题目时物理模型建立不起来,无法顺利突破.本文从基本情境出发,逐层递进,条分缕析学生的思维过程和错误原因,然后提出正确的思路 and 解决办法,并提炼为经验结论——“四点共圆”,最后通过一道变式题的讨论,指出思维定势的可怕与举一反三的重要性.

关键词:关联运动 思维定势 四点共圆

关联运动一直是高中物理学习中的一个重点与难点,在两个及两个以上物体的运动问题中,关联速度的分析尤其重要,是学生学习中的拦路虎和易错点,具有典型性.正确建立连接体间的速度关联关系,是求解连接体有关速度问题的切入点,也是求解有关连接体综合问题的关键.

1 经典错题分析原因

【情景】如图1所示装置,两辆小车以相等的速率 v_0 向相反的方向对称地牵引物体,求此时(轻绳于竖直方向夹角为 θ)物块的速度 v .

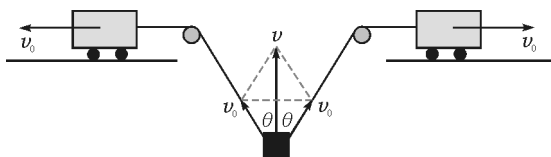


图1 错误的速度分解

不少学生可能会这样做:按图1的形式将两个 v_0 直接合成

$$\frac{v}{2} = v_0 \cos \theta \quad (1)$$

得到

$$v = 2v_0 \cos \theta \quad (2)$$

式(2)是一个错误的结果,那么错在哪里呢?

问题的关键在于,学生忘记力与速度的合成是有区别的:物体运动对两根绳子产生的效果是独立的,速度分解如图2所示.

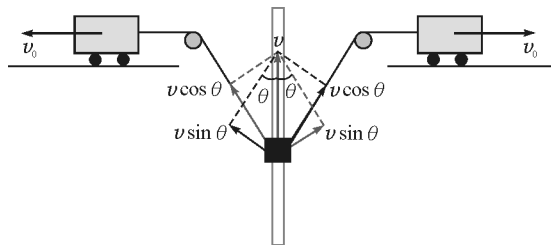


图2 正确的速度分解

不管以哪根绳子分解,因为绳子长度不变,所以总有

$$v \cos \theta = v_0 \quad (3)$$

因此

$$v = \frac{v_0}{\cos \theta} \quad (4)$$

2 一般情况探寻规律

【变式】如果两车的速度大小不相等,如图3所示 $v_1 > v_2$,两绳子夹角为 α ,求此时物体的速度大小和方向.

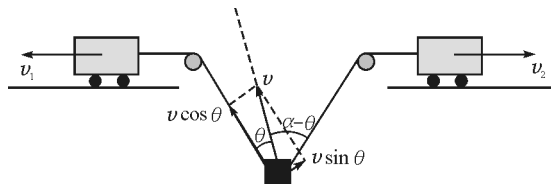


图3 合速度分解到左边沿绳和垂直于绳

由于两车速率不相等,所以物体的速度不再是竖直向上的,问题由之前的特殊情况变成一般情况,

分析如下.

设物体的速度与左边绳子的夹角为 θ , 由于两根绳子总长度都不变, 按图 3 方式把速度分解到左边沿绳和垂直于绳方向, 得到

$$v_1 = v \cos \theta \quad (5)$$

同理按图 4 方式把速度分解到右边沿绳和垂直于绳方向, 得到

$$v_2 = v \cos(\alpha - \theta) \quad (6)$$

由式(5)和式(6)联立可

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{\cos \alpha \cos \theta + \sin \alpha \sin \theta}{\cos \theta} = \cos \alpha + \sin \alpha \tan \theta \quad (7)$$

由式(7)解得

$$\begin{aligned} \tan \theta &= \frac{v_2 - v_1 \cos \alpha}{v_1 \sin \alpha} \\ \theta &= \arctan \frac{v_2 - v_1 \cos \alpha}{v_1 \sin \alpha} \end{aligned} \quad (8)$$

将式(8)化简得

$$\cos \theta = \frac{1}{\sqrt{1 + \tan^2 \theta}} = \sqrt{\frac{v_1^2 \sin^2 \alpha}{v_1^2 + v_2^2 - 2v_1 v_2 \cos \alpha}} \quad (9)$$

将式(9)代入式(5)或式(6)均可得到

$$v = \frac{\sqrt{v_1^2 + v_2^2 - 2v_1 v_2 \cos \alpha}}{\sin \alpha} \quad (10)$$

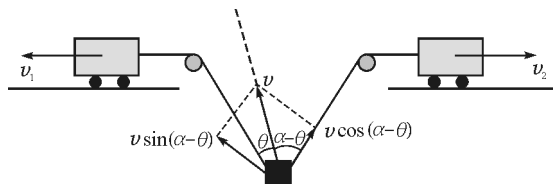


图 4 合速度分解到右边沿绳和垂直于绳

如果每次都是这样分析, 确实很麻烦, 学生就算理解了, 做起来还是不能得心应手, 所以, 我们可以把图 3 和图 4 合并为一个图, 总结为: “四点共圆”, 具体做法如图 5 所示.

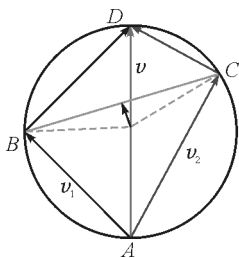


图 5 “四点共圆”

设 $v_1(AB)$ 和 $v_2(AC)$ 的夹角为 α , 作一个外接圆, AB 与 BD 相互垂直, AC 与 CD 相互垂直, 这两组均是沿不同绳子分解的速度分量, 从图中可以看出合速度 v 的大小就是圆的直径 AD 的长度, 我们只要求出圆的半径, 就可以知道合速度的大小.

根据余弦定理可得

$$BC = \sqrt{v_1^2 + v_2^2 - 2v_1 v_2 \cos \alpha} \quad (11)$$

从圆心向 BC 作垂线, 则等分 BC , 且 BC 与两半径组成的等腰三角形顶角的一半仍为 α , 由三角函数可求出圆的半径

$$R = \frac{\frac{BC}{2}}{\sin \alpha} \quad (12)$$

由式(11)和式(12)联立可得合速度为

$$\begin{aligned} v &= 2R = 2 \frac{\frac{BC}{2}}{\sin \alpha} = \frac{BC}{\sin \alpha} \\ &= \frac{\sqrt{v_1^2 + v_2^2 - 2v_1 v_2 \cos \alpha}}{\sin \alpha} \end{aligned} \quad (13)$$

只要把上述作图的思路讲清楚, 三步就可以求出合速度, 学生以后再遇到类似问题不仅是懂了, 更能快速地解出答案.

3 实战演练防止定势

突破了这类题, 并不代表以后就不会错, 平时要教育学生认真审题, 要防止出现思维定势, 下面再来看一道非常好的变式题.

【例题】图 6 为在平静海面上, 两艘拖船 A 和 B 拖着驳船 C 运动的示意图. A, B 的速度分别沿着缆绳 CA 和 CB 方向, A, B, C 不在一条直线上. 由于缆绳不可伸长, 因此 C 的速度在 CA, CB 方向的投影分别与 A, B 的速度相等, 由此可知 C 的()

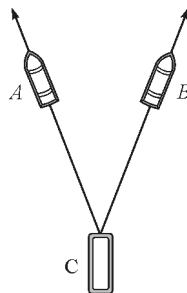


图 6 例题图示

(下转第 88 页)

水杯中的一部分水被排出并收集在小桶中.待示数稳定后,读出两弹簧测力计的示数,可发现测力计 B 示数的减小量刚好等于测力计 A 示数的增大量,则可以直接比较出重物所受浮力大小与重物排入接水桶中的水受到的重力大小的关系.

继续转动升降装置的转动手柄,不断降低重物的高度,重物进入水中的体积变化时,浮力大小的变化和对应的排开水所受重力大小的变化都可直接从测力计上读出.通过上述操作,可以探究出阿基米德原理.

3 结束语

阿基米德原理动态探究实验仪的设计,简化了传统实验设计的测量步骤,使实验现象更直观、明显、可比、可读.可以实现浸入液体中的重物受到的

浮力和重物排开水的重力的大小关系的同步比较,可以实现实验数据的连续采集,有利于节约实验时间,提高教学效率.实验设计中利用简单的材料进行实验探究,不仅节约实验成本,开阔学生的思维和视野,而且有助于学生很好地理解阿基米德原理的实质、掌握阿基米德原理.该实验仪器设计新颖,结构简单,易于操作,能重复使用,便于自制和推广.

参考文献

- 1 王正蛟.验证阿基米德原理的几种实验对比[J].物理通报,2017(5):85~84
- 2 林维杰.经典阿基米德原理实验过程的分析与改进[J].中学物理(初中版),2018(2):32~33
- 3 成际秋.中考实验探究题归类[J].中学教与学,2008(2):3~6
- 4 屈俊良,王爱芳.初中物理“浮力”教学探讨[J].物理通报,2001(5):25~27

(上接第 72 页)

- A. 速度大小可以介于 A, B 的速度大小之间
- B. 速度大小一定不小于 A, B 的速度大小
- C. 速度方向可能在 CA 和 CB 的夹角范围外
- D. 速度方向一定在 CA 和 CB 的夹角范围内

这道题很容易按照思维定势误选选项 A 和 C,但是由于船 C 的速度方向未知(不知道是往前走还是在转弯),可能在 AC 与 BC 绳子之间,也可能不在 AC 与 BC 绳子之间,故两船速度大小无法比较,从本文之前的分析来看,船 C 速度的某一个沿绳分速度一定等于拖船 A 或 B,则两拖船速度一定小于 C 船速度;故选项 A 错误, B 正确.

由于船 C 的合速度方向未知,若在 AC 与 BC 绳子之间,就可以利用“四点共圆”算出合速度的数值

$$v = \frac{\sqrt{v_1^2 + v_2^2 - 2v_1v_2 \cos \alpha}}{\sin \alpha}$$

也可能不在 AC 与 BC 绳子之间,速度分解如图 7 所示,这时候就要注意与之前的区别了.

故选项 C 正确, D 错误.

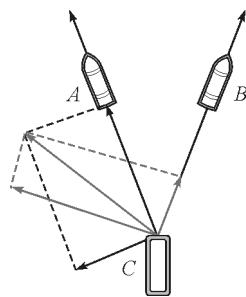


图 7 合速度不在两绳间的分解

4 结论

通过上面问题的讨论,可以看出不要以为有 3 个矢量,就简单地认为其中一个就是另外两个矢量合成的结果^[1].物理教学应该教会学生从这类问题中的错误汲取经验,错不过三,为后期的学习与复习打下好的基础,这样才是真正高效的复习.

参考文献

- 1 张争光,米文贵.从思维的惰性看双绳佯谬[J].中学物理教学参考,2014(3)