

动态电路的戴维南分析法及数值可视化模拟*

付 鹏 程 李 智

(信阳高级中学 河南 信阳 464000)

(收稿日期:2019-12-16)

摘 要:运用戴维南定理处理两例电路动态分析问题,分别从理论计算和 MATLAB 电路仿真阐述和验证结果,将教学中问题的定性讨论下沉至定量计算,给出严谨的解析解,期待激发师生研究型学习的兴趣.

关键词:戴维南定理 动态分析 MATLAB Simulink

戴维南(Thevenin)定理表述任何一个线性含源二端网络总可以用一个恒压源 U_s 和一个内阻 R_0 串联来等效代替,替换后电路参数及特性不变,该理论在复杂电路简化中尤其实用^[1~3];Simulink 工具箱中 Simscape 在电路可视化和数据挖掘中运用广泛,直观地让学生“看到”动态电路的演变过程,聚焦极值点和暂态瞬间,有助于学生构建物理情境和理论验证.

【例 1】如图 1 所示,定值电阻 R_1, R_2, R_3, R_4 的阻值均为 R_0 ,理想电压表读数 U ,变化量的绝对值 ΔU ,理想电流表读数 I ,变化量的绝对值 ΔI ,在滑动变阻器的滑动端自右向左滑动的过程中,下列判断正确的是()

- A. U 增大, I 减小 B. $\frac{U}{I}$ 增大
C. 电源输出功率一定增大 D. $\frac{\Delta U}{\Delta I} < R_0$

答案: A, B, D.

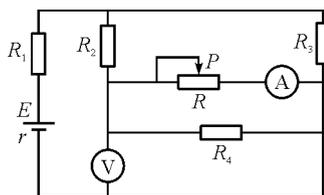


图 1 例 1 电路图

题中选项 A, B, C 可由闭合电路欧姆定律分析知, $I_{\text{干路}} \downarrow, U_{\text{内}} \downarrow, U_{\text{外}} \uparrow, I_{R_3} \uparrow, I_{R_2} \downarrow, U_{R_2} \downarrow, I_{R_4} \uparrow$, 故 $I_R \downarrow$, 考虑到 $I_{R_2} \downarrow$, 因此变化幅度 $|\Delta I_{R_4}| < |\Delta I_R|$, 因此

$$R_4 = R_0 = \frac{\Delta U}{|\Delta I_{R_4}|} > \frac{\Delta U}{|\Delta I_R|}$$

针对选项 D 除定性分析外,我们尝试定量计算,计算过程如下.

以滑动变阻器两端为二端(a, b)网络,其余部分等效为电压源,外电路仅为滑动变阻器,如图 2 所示,由

$$E_d = U_R + I_r d$$

知

$$\left| \frac{\Delta U}{\Delta I} \right| = r_d = [(R_1 + r) // R_3 + R_2] // R_4 =$$

$$\frac{2r + 3R_0}{3r + 5R_0} R_0 < R_0$$

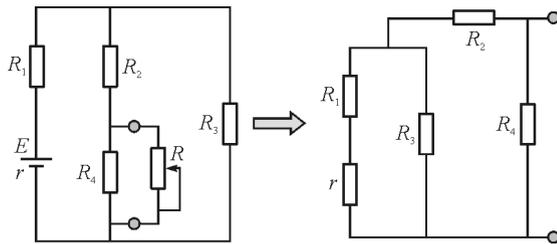


图 2 例 1 电路的戴维南等效电路图

* 河南省教育科学“十三五”规划重点课题“可视化交互式教育技术在高中物理教学中的应用研究”阶段研究成果,项目编号:[2018]-JKGHZBSYZX-027

作者简介:付鹏程(1988-),男,硕士,中教一级,主要从事高中物理教学与竞赛辅导.

【例2】如图3所示, R_0 和 R_2 为两个定值电阻, 电源的电动势为 E , 内电阻为 r , 滑动变阻器最大阻值为 R_1 , 且 $R_1 > (R_0 + r)$. 现将滑动变阻器的滑片 P 由 b 端向 a 端滑动, 关于理想电流表 A_1 和 A_2 示数变化情况, 下列说法正确的是()

- A. A_1 示数不断减小
 B. A_1 示数先减小后增大
 C. A_2 示数不断增大
 D. A_2 示数先增大后减小

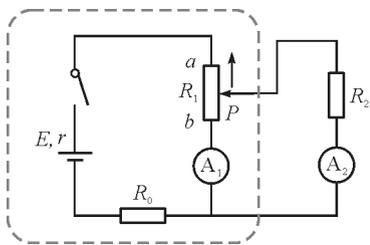


图3 例2电路图

滑动变阻器并联式接法是中学物理常见模型, 随着滑片由 b 到 a 滑动, 回路串并联电阻变化将影响干支路电流, 这里我们将通过理论计算得出结果.

(1) 戴维南定理计算

将图中虚线框中部分等效为二端网, 采用等效电源 (E_d, r_d) 替代, 电路如图4所示, 框中部分被 M 和 N 两端点左侧电路替代; 令滑片 P 及上方部分电阻为 R_{1a} , 下方至 b 端电阻为 R_{1b} ($R_1 = R_{1a} + R_{1b}$). 电路结构为 R_2 与 R_{1b} 并联后再与 $(r + R_0 + R_{1a})$ 串联, 随着滑片向上滑动, R_{1a} 减小 R_{1b} 增大; 等效电动势等于原电路 M 和 N 端开路时电压

$$E_d = \frac{E}{r + R_0 + R_1} R_{1b}$$

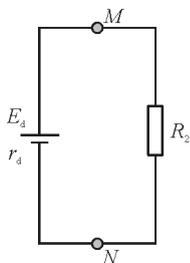


图4 例2电路简化后的等效电路图

等效内阻为左侧网络中电源置零时所对应的无

源网络总电阻, 即为 R_{1a}, r 及 R_0 串联后再和 R_{1b} 并联

$$r_d = R_{1b} // (R_{1a} + R_0 + r) = \frac{R_{1b}(R_{1a} + R_0 + r)}{R_1 + R_0 + r}$$

环路电流即通过 R_2 的 I_2

$$I_2 = \frac{E_d}{r_d + R_2} = \frac{ER_{1b}}{R_{1b}(R_{1a} + R_0 + r) + R_2(R_1 + R_0 + r)} = \frac{E}{[r + R_0 + R_{1a}] \left[\frac{R_2}{(R_1 - R_{1a})} + 1 \right] + R_2}$$

当变量 R_{1a} 减小时电表 A_2 示数持续增加; 考虑到原电路中 $I_2 R_2 = I_1 R_{1b}$, 所以

$$I_1 = \frac{ER_2}{R_{1b}(R_{1a} + R_0 + r) + R_2(R_1 + R_0 + r)}$$

由于

$$R_{1b}(R_{1a} + R_0 + r) \leq \frac{(R_1 + R_0 + r)^2}{4}$$

取等条件

$$R_{1b} = \frac{r + R_0 + R_1}{2}$$

即

$$I_1 \geq \frac{4ER_2}{(R_1 + R_0 + r)(4R_2 + R_1 + R_0 + r)} = I_{1\min}$$

变化中电表 A_1 示数有最小值, 示数变化先减后增, 故题目答案为选项 B, C; 电路简化后结构清晰, 便于理解且方法通用.

(2) MATLAB 仿真模拟

Simulink^[4,5] 是 MATLAB 中的一种可视化仿真工具, 是基于框图设计环境实现动态系统建模、仿真和分析的一个软件包; 在直流动态电路分析时, 首先在库 (Library) 中找到元件, 按照电路图将元件连接起来. 用传感器测量电流、电压时, 需要转换模块 (PS-Simulink Converter) 将物理模型信号和仿真模型信号对接; 此外, 模拟系统要连接 Solver Configuration 模块, 注意回路接地. 用 MATLAB 软件对例 2 进行仿真模拟, 程序流程图如图 5 所示.

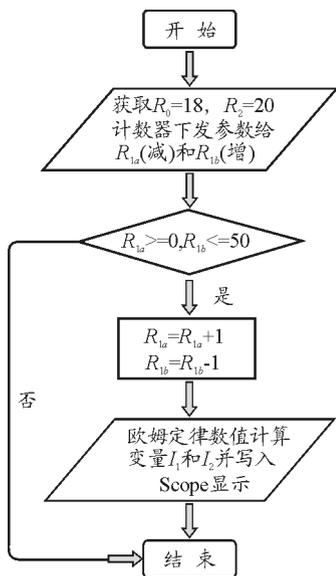


图5 例2 MATLAB 仿真模拟程序设计流程图

元件参数方面, 直流电压源 ($E = 10 \text{ V}$, $r = 2 \Omega$), 电阻 R_0 设为 18Ω , R_2 设为 20Ω , 并联式滑动变阻器 R_1 总电阻 50Ω , 两电表为标准物理元件.

程序设计方面, 涉及电表变量分别为 I_1 和 I_2 , 滑动变阻器 R_1 采用两个可变电阻 (Variable Resistor) 构成, 对应变量为 R_{1a} 和 R_{1b} , 并由计数器 (时间步进为 0.1 s) 分别控制两变量等幅 ($\pm 1 \Omega$) 增减, 其中计数器 1 数值和定值 50 做差实现 R_{1a} 变量减小, 计数器 2 赋值实现 R_{1b} 增加; 滑片从 b 到 a 对应完整变化周期为 5 s , $R_{1b}|_t = 10t (0 < t < 5)$, 输出结果选择 2 个周期. 并联式滑动变阻器元件连接关系如图 6 所示.

两电表输出端连接双端示波器, 结果由波形面板 (Dashboard) 展示出来; 仿真结果如图 7 所示.

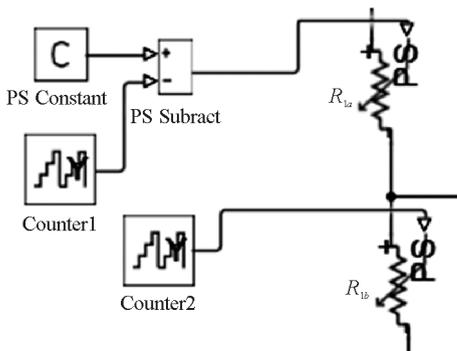
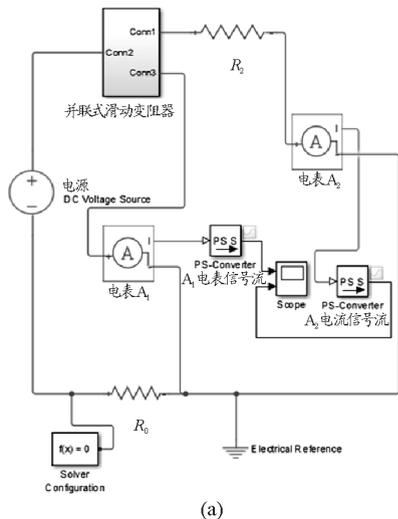
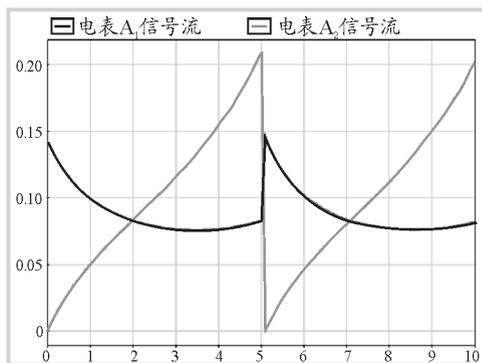


图6 滑动变阻器在 Simulink 中的实验方法



(a)



(b)

图7 MATLAB 模拟结果

从图中可以看出电表 A_1 信号流的数值先减后增, 电表 A_2 信号流持续增加 (非线性). 将参数代入理论结果计算得: 当

$$R_{1b} = \frac{2 + 18 + 50}{2} \Omega = 35 \Omega$$

此时, I_1 有最小值 76.19 mA . 对比示波器面板如图 8 所示, 可以看到当时间 $t = 3.5 \text{ s}$ 时, 即 R_{1b} 为 35Ω 时最小电流为 0.0762 A , 模拟结果和理论一致.

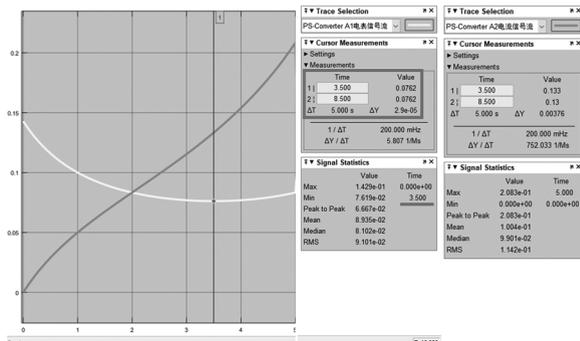


图8 模拟结果中的数值对比

右的常温下布朗运动现象,在屏幕左边播放,同时在屏幕右边打开数据采集窗口.用酒精灯对悬浊液进行加热,对比观察加热前后布朗运动剧烈程度的变化.

综合以上的分析,可见布朗运动不是固体分子的运动,也不是液体分子的运动,而是悬浮在液体中的固体小颗粒的运动,它的无规则运动反映了液体分子的无规则运动.而且温度越高布朗运动越剧烈.悬浮颗粒越小,布朗运动越明显.

3 实验效果评价

(1) 实验时将数码显微镜连接电脑并投影,全班学生可以很清楚地观察到实验现象,这就使得实验由学生单个观察转换为学生在课堂上实时共同观察,并且使得课堂上教师进行实时分析讲解成为可能,这不仅使实验更加直观化、普及化,而且极大地激发了学生的学习兴趣,提高了课堂效率,增强了课

(上接第 59 页)

运用戴维南定理简化分析动态电路,能够快速获得解析解,电路结构简单明了.新课程教学实践中牵引学生借由理论分析到数值模拟,能很好地帮助学生构建可视化的“物理情景”^[8],让繁多多变的电路参数和临界结点在学生脑中活络起来,深化对问题的洞察能力.

参考文献

- 1 姚春贤.戴维南定理及“使用条件”在最大功率传输问题中的应用[J].物理教学,2019(01):6~8,42
- 2 李璟.戴维南定理和诺顿定理在高中物理电学中的妙用[J].物理教学,2017(09):13~15

堂教学效果.

(2) 对布朗运动的研究对象的分析,让学生突破难点,认识到:布朗运动不是固体分子的运动,也不是液体分子的运动,而是固体小碳粒的运动,它间接反映液体分子无规则运动的特点.

(3) 利用 Tracker 软件追踪小碳粒的运动情况,可以很直观地说明小碳粒在做无规则的运动.

通过实验改进,使学生能更容易理解布朗运动及其产生原因,有助于学生建立正确的物质观,同时在教学过程中也关注了学生科学思维和科学探究能力的培养.

参考文献

- 1 赵云.利用时代性课程资源优化高中物理教学的探索与实践[D].呼和浩特:内蒙古师范大学,2007
- 2 陈海,李龙贵,侯刚.布朗运动的实验改进[J].实验教学与仪器,2005(12):18
- 3 郑维民,苏成仁.线性电路中基尔霍夫定理与戴维南诺顿定理的等效性研究[J].大学物理实验,2016(05):22~25
- 4 李岷钊.基于 Simulink 跟踪微分器的仿真分析[J].集成电路应用,2019(08):100~101
- 5 李献,骆志伟,于晋臣.MATLAB/Simulink 系统仿真[M].北京:清华大学出版社,2017
- 6 邢为民.分压式电路中滑动变阻器选择的定量分析[J].中学物理(高中版),2017,35(6):30
- 7 王坤.一个推论解决电路的动态分析问题[J].中学物理(高中版),2012,30(10):80
- 8 张文文.基于问题情景的高中物理教学改革探究[J].理化生教学与研究,2019,05(33):169

