

质点沿半球面下滑问题研究

李开玮

(广东理工学院工业自动化系 广东 肇庆 526100)

(收稿日期:2019-12-17)

摘要: 本文研究轨道倾角发生变化的情况,即质点沿半球面下滑的问题,通过分析发现质点将与球面发生分离,求解了质点与球面分离时的速度与位置,并扩展到球面不固定时的情况.

关键词: 半球面 下滑 分离

在文献[1]中,作者探讨了斜面不固定时,滑块的运动规律,在斜面问题中,斜面的倾角始终不变,本文将研究质点沿半球面下滑的问题.

1 问题来源

如图1所示,质量为 M ,半径为 R 的光滑半球固定在水平面上,一质点 m 由球面顶点从静止开始下滑,求质点与球面分离时的位置、速度.

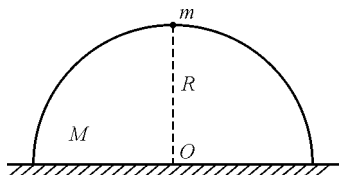


图1 问题示意图

分析: 如图2所示,假设质点速度为 v ,质点与球心连线与竖直方向夹角为 θ ,球面对质点支持力为 N .

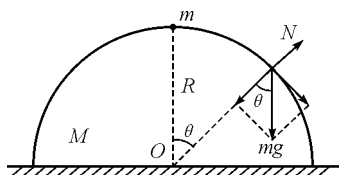


图2 质点受力分析

对质点根据受力分析有

$$mg \sin \theta = m \frac{dv}{dt} = m \frac{dv}{d\theta} \frac{v}{R} \quad (1)$$

由式(1)得

$$v = \sqrt{2gR(1 - \cos \theta)} \quad (2)$$

当质点与球面分离时 $N=0$,这时有

$$mg \cos \theta = m \frac{v^2}{R} \quad (3)$$

联立式(2)、(3)可得,质点与球面分离时

$$\theta = \arccos \frac{2}{3}$$

$$v = \sqrt{\frac{2}{3}gR}$$

当半球面不固定,水平面光滑时,质点将在什么位置与半球面分离?

2 问题扩展与讨论

如图3所示,当半球面不固定时,质点沿半球面下滑,半球面必然沿水平面向左运动,设质点与球心连线与竖直方向夹角为 β , m 相对于球面线速度为 v_1 ,相对于地面水平速度为 v_{3x} ,竖直速度为 v_{3y} , M 相对于地面速度为 v_2 ,则根据相对运动关系有

$$v_{3x} = v_1 \cos \beta - v_2 \quad (4)$$

$$v_{3y} = v_1 \sin \beta \quad (5)$$

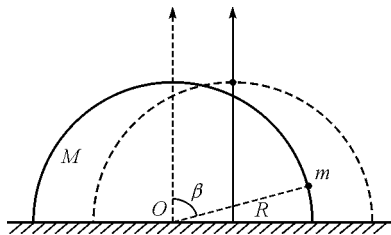


图3 球面不固定时,质点运动示意图



重视实验细节 凸显方法教育

薛燕敏

(江阴市第一中学 江苏 无锡 214400)

(收稿日期:2019-12-26)

摘要:实验探究是高中物理的重要组成部分,对物理教学整体效果起着十分重要的作用.实验探究中重视对细节的锤炼,做到精益求精,可以在实验探究中将方法教育凸显出来,从而提升实验探究的效率,最大化地优化课堂教学效果.

关键词:细节 方法 探究 效果

实验探究是高中物理教学中非常重要的组成部分,其教学效果关乎物理教学质量的高低.成功的实验探究可以增强学生学习物理的自我效能感,让学生喜欢物理,激发学生学习物理的兴趣;富有成效的实验探究,可以为学生学习物理概念、规律,解决物理问题等奠定基础,提升物理课堂的教学效率.所

以,教师都十分重视实验探究,都想方设法提升实验探究的效率.然而实验探究不仅要师生在态度上重视,更要在课堂教学的细节上千锤百炼,精心预设才能够,在课堂中有生成,能够在课堂教学中超越知识的传授,让学生体验物理方法,最大化地提升探究效果.

对系统,根据功能原理有

$$mgR(1 - \cos \beta) = \frac{1}{2}m(v_{3x}^2 + v_{3y}^2) + \frac{1}{2}Mv_2^2 \quad (6)$$

由于水平面光滑,根据动量守恒有

$$mv_{3x} = Mv_2 \quad (7)$$

令 $k = \frac{M}{m}$,由式(4)~(7)可得

$$v_1 = \sqrt{2gR(1 - \cos \beta) \frac{k+1}{k + \sin^2 \beta}} \quad (8)$$

$$v_2 = \sqrt{2gR(1 - \cos \beta) \frac{\cos^2 \beta}{(k + \sin^2 \beta)(k+1)}} \quad (9)$$

当 m 与 M 分离时, m 对 M 压力为零,此时 M 水平方向不受任何外力,受力平衡,因此这个瞬间,半球面为惯性参考系,此时对 m ,以半球面为参考系,根据圆周运动规律有

$$mg \cos \beta = m \frac{v_1^2}{R} \quad (10)$$

联立式(8)、(10)可得

$$\cos^3 \beta - 3(k+1)\cos \beta + 2(k+1) = 0 \quad (11)$$

由式(11)可知 β 与半球面跟质点的质量之比 k

有关,当 $k=1$ 时,式(11)变为

$$\cos^3 \beta - 6\cos \beta + 4 = 0 \quad (12)$$

解式(12)得

$$\cos \beta = \sqrt{3} - 1 \approx 0.732$$

当 $k \rightarrow \infty$ 时,由式(11)可得 $\cos \beta = \frac{2}{3}$,这与半球面固定时的情况一致,对比发现,当半球面不固定时,分离前质点在半球面上走过的距离要短,当质点初速度大于零时,质点将更快与半球面分离.

3 结束语

本文探讨了质点沿半球面下滑的问题,当半球面固定时, $\cos \theta = \frac{2}{3}$ 时,质点与半球面分离,当半球面不固定时质点与半球面分离时的 β 角与 k 有关,当半球面与质点质量之比越大时,质点离开半球面的位置越趋近于半球面固定时的情况.

参考文献

- 1 李开玮.斜面问题探讨[J].物理通报,2017(4):48~49