

浅议试题命制中浮体平衡的稳定性问题

唐建国

(苏州市胥江实验中学校 江苏 苏州 215004)

(收稿日期:2020-03-16)

摘要:探讨了一类与浮力相关的习题,指出了浮体的平衡既要满足二力平衡,也要符合浮体平衡的稳定性要求.结合流体力学的相关知识,推导出浮体平衡的稳定条件,并给出了命制相关习题时的一些建议.

关键词:浮体 漂浮 平衡 定倾中心 稳定性

在初中物理教学中,有一类关于物体漂浮的习题比较常见,如以下例题:

【例题】边长为 0.1 m 的正方体木块,漂浮在水面上时,有 $\frac{2}{5}$ 的体积露出水面,如图 1 所示,求木块的密度.

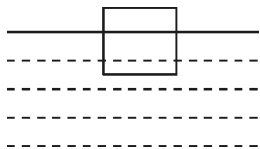


图1 例题题图

由于此类题目综合考察了二力平衡、阿基米德原理和密度的知识,因此广受命题者的青睐,甚至也常见于各地的中考试卷中.然而让命题者忽视的是,呈现给学生的示意图虽然符合二力平衡的条件,却没有考虑到漂浮的物体(以下称浮体)平衡时的稳定性^[1].

考虑如图 2(a) 所示的一个对称浮体.在初始状态,浮体是平衡的,重心 C 在上,浮力 F 的作用点浮心 D 在下,通过 CD 的连线称为浮轴.当浮体受到微小的扰动,浮体发生等体积倾斜,即浮体排开液体体积不变,浮力的大小不变,但浮心移至 D' 点,如图 2(b) 所示.此时浮力作用线与浮轴的交点称为定倾中心,记作 M 点,当浮体偏转的角度 θ 较小时,可以认为定倾中心 M 点的位置不变. M 点至 D 点的距离 MD 称为定倾半径,记作 R .根据流体力学的知识,浮体的稳定性是由浮体的重心 C 和定倾中心 M 的相对位置决定的^[2].

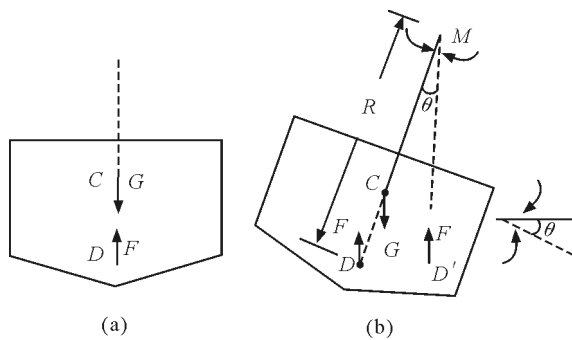
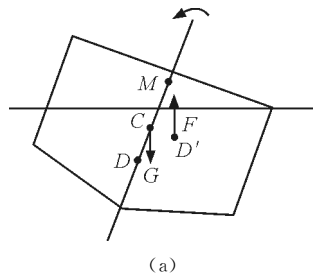


图2 对称浮体

(1) 当重心 C 在定倾中心 M 之下时,浮力和重力组成一个扶正力矩,如图 3(a) 所示,使物体从偏斜位置恢复到原来的平衡状态,这种情况称为稳定平衡.

(2) 当重心 C 和定倾中心 M 重合时,浮体在任何倾斜位置都能保持平衡,如图 3(b) 所示,这种情况称为随遇平衡.

(3) 当重心 C 在定倾中心 M 之上时,浮力和重力组成一个倾覆力矩,如图 3(c) 所示,浮体无法从偏斜位置恢复到原来的平衡位置,这种情况称为不稳定平衡.



(a)

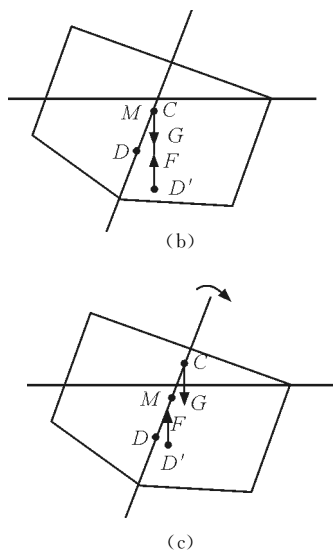


图3 重心C与定倾中心M的分析

在初中物理命制相关习题中,常常会选用密度分布均匀的长方体木块,如图4所示,令长方体木块的长为 L ,高 H ,宽为 B (垂直于纸面),木块的密度为 $\rho_{\text{木}}$,水的密度为 $\rho_{\text{水}}$,根据流体力学知识,定倾半径 $R = \frac{J}{V}$, J 为整个浮体与液面的交面对过其形心的轴线的面积惯性矩, V 为浮体所排开液体的体积。

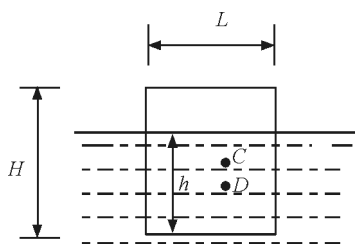


图4 长方体木块浮于水面

设长方体木块浮出水面时,吃水深度为 h ,面积惯性矩为 $J = \frac{1}{12}BL^3$,浮体排开液体的体积 $V = hBL$,因此 $R = \frac{J}{V} = \frac{L^2}{12h}$ 。若要浮体处于稳定平衡,重心 C 的位置要低于定倾中心 M ,即重心到浮心 D 的距离要小于定倾中心到浮心 D 的距离(也就是定倾半径)

$$\frac{1}{2}(H-h) < \frac{L^2}{12h}$$

即为
$$6 \frac{h}{H} \left(1 - \frac{h}{H}\right) < \left(\frac{L}{H}\right)^2$$

又由于浮力和重力相等,所以

$$\rho_{\text{水}} gBLH = \rho_{\text{木}} gBLh$$

简化为

$$\frac{h}{H} = \frac{\rho_{\text{木}}}{\rho_{\text{水}}}$$

代入平衡稳定条件得

$$6 \frac{\rho_{\text{木}}}{\rho_{\text{水}}} \left(1 - \frac{\rho_{\text{木}}}{\rho_{\text{水}}}\right) < \left(\frac{L}{H}\right)^2$$

不妨再令 $n = \frac{\rho_{\text{木}}}{\rho_{\text{水}}}$,则

$$6n(1-n) < \left(\frac{L}{H}\right)^2$$

根据上式,教师在命制相关习题的时候,要考虑给出的已知物理量要符合浮体的平衡条件的约束。

(1) 若木块是正方体($B=L=H$)或者截面是正方形的长方体($L=H$),上式变为

$$6n(1-n) < 1$$

整理得到: $6n^2 - 6n + 1 > 0$ 解不等式得到

$$n > \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{6} \approx 0.7886$$

或
$$n < \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{6} \approx 0.2113$$

只有当 n ,也就是木块密度和水的密度的比值满足上述条件,呈现给学生的木块的平衡状态才能稳定。所以,本文一开始给出的题目,木块的密度与水的密度的比值为0.6,其显示的平衡状态是不稳定的,实际实验中这种平衡状态下的木块会很容易倾覆。

(2) 若木块是长方体($L \neq H$),为了让木块的平衡能稳定, $\frac{L}{H}$ 的比值要满足一定的条件

即
$$\left(\frac{L}{H}\right)^2 > 6n(1-n)$$

倘若木块的密度与水的密度的比值 n 为0.6,则要满足 $\frac{L}{H} > 1.2$,木块的平衡才能稳定。

通过上述讨论,教师在命制此类题目时要考虑全面,浮体的平衡既要满足二力平衡的条件,也要符合平衡稳定性的约束,要让纸面上呈现给学生的条件、图能经得起实验的检验。

参考文献

- 1 陈清梅. 浮体稳定性的研究[J]. 大学物理, 2003(7): 16, 34
- 2 莫乃榕. 工程流体力学[M]. 武汉: 华中科技大学出版社, 2000. 25 ~ 27