

双缝干涉实验再研究

方银飞

(宁波市武岭中学 浙江 宁波 315502)

(收稿日期:2020-03-31)

摘要:由于中学阶段学生所学知识有限、数学能力不足,大多数教材只是用近似条件简单地分析了干涉条纹等间距分布,不仅未细说为何可以作这样的近似处理,也并未对实验中的某些现象作出解释说明,造成部分学生较大的困惑.现利用不同方法处理,借助C++程序,直观地解释了这些中学阶段没能解释的现象.

关键词:双缝干涉 衍射 仿真模拟

双缝干涉实验是光具有波动性的有力证据,干涉实验在中学物理实验中占有重要地位.通常大部分学生可以在实验过程中观察到光的干涉现象,但是也有不少心思细腻的学生不仅会观察到条纹的等间距分布,还会观察到许多奇怪的现象,比如:为什么条纹不是渐变的?为什么中央条纹会比较亮?为什么只能观察到中间少数几条亮纹?等等这些问题.由于考虑到中学生数学知识比较匮乏,要从数学上解释这些现象是行不通的,但是光用文字解释这些现象却又会显得苍白无力缺少证据,让人无法信服,许多教师会选择跳过这些现象,或者一笔带过,这难免让学生学得一头雾水,容易造成学生对干涉实验理解的困惑,对学生的求知欲也是一种打击.笔者借助C++程序仿真模拟了采用不同方法分析干涉实验,用一种全新的视角挖掘并解释了这些现象,并将原理阐释得更直观化、具体化,让学生更加容易理解和接受.

1 双缝干涉原理介绍

双缝干涉实验原理图如图1所示,利用单色光源入射狭缝S,使S成为缝光源发射单色光,在狭缝S前放置相距为 d 的狭缝 S_1 和 S_2 ,由于 S_1, S_2 处产生的次级光源是由同一缝光源产生的,是两列振动方向相同、频率相等、相位差恒定的相干光.这两相干光源发出的两列光波在空间上相互叠加发生干涉现象,在光屏上呈现一定的干涉图样^[1].光屏上与两个狭缝的距离是半波长偶数倍的地方会出现亮条纹,距离是半波长奇数倍的地方会出现暗条纹,最终在光屏上形成明暗相间的干涉条纹.这是光的波动

理论对于双缝干涉现象的理论解释.在具体的实验操作过程中会发现那些干涉条纹正好是等间距的,这可以根据光路图的几何关系算出光程差后得出,而且几乎所有的教材都会解释其中的原因.

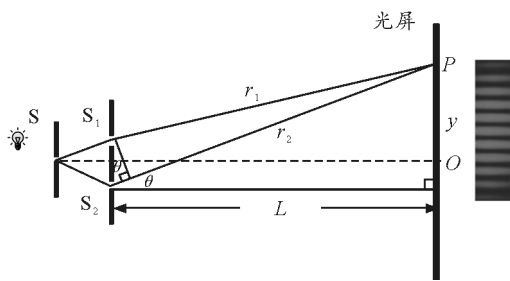


图1 双缝干涉实验原理图

2 采用近轴和远场近似处理

大多数教材分析条纹等间距问题时,均会利用近轴和远场近似条件,即利用 L 远大于双缝间距 d 和 L 远大于光的波长 λ 这两个条件.在一定精度范围内这样的近似处理可以极大地简化干涉条纹间距的计算^[2].

在 $L \gg d$ 和 $L \gg \lambda$ 近似条件下, $r_2 - r_1 \approx d \sin \theta$.考虑到 $L \gg d$,可以认为 $\sin \theta \approx \tan \theta \approx \frac{y}{L}$,最后得到等式 $y = \delta \frac{L}{d}$,其中光程差 $\delta = r_2 - r_1$.当光程差满足 $\delta = j\lambda, j = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ 时,即两列光波相互干涉增强,即 $y = j \frac{L}{d} \lambda$ 为亮条纹中心位置;同理, $\delta = (2j + 1) \frac{1}{2} \lambda, j = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ 为干涉相消条件,即 $y = (2j + 1) \frac{L}{d} \frac{\lambda}{2}, j = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ 为暗条纹中心

位置. 根据上述式子可得出明暗条纹是等间距的, 而通过 C++ 程序模拟得到的结果和实验得到的干涉图是相吻合的, 结果如图 2 所示.

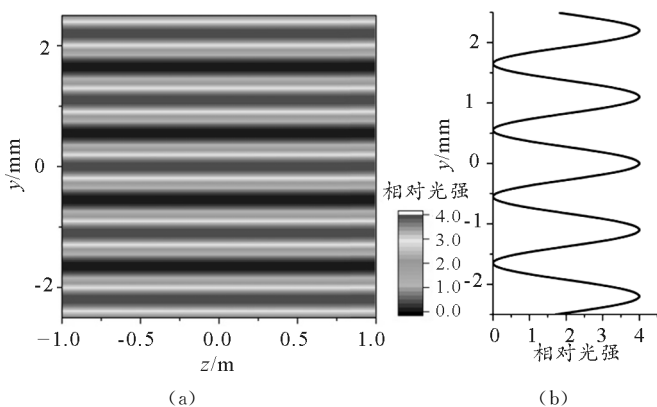


图 2 近轴、远场近似处理后的干涉模拟结果
($\lambda = 550 \text{ nm}, L = 1.0 \text{ m}, d = 0.5 \text{ mm}$)

从图 2(a) 可以清楚地发现, 在光屏上得到的是明暗相间并且间隔相等的干涉条纹, 另外从图 2(b) 坐标可知两个波峰之间距离约为 1.1 mm, 这与教材中分析的任意 2 条亮条纹间距理论计算公式 $\frac{L}{d}\lambda$ 是一致的. 但仔细观察会发现: 模拟得到的明暗条纹分布是渐变的, 而实验过程中大家肉眼观察到的条纹似乎是交替突变的. 其实从理论上来说, 明暗条纹分布确实应该是渐变的, 只是人的眼睛无法观察出渐变效果所致. 可见有的时候亲眼所见也未必就是真的^[3].

虽然在计算过程中利用近轴和远场近似可以简化问题, 而且在一定精度范围内也能解释实验现象, 但也因此掩盖了一些实验事实, 不利于学生更加全面地了解杨氏干涉实验. 那倘若不作近轴和远场近似, 可以发现些什么不一样的内容呢?

3 不作任何近似处理

假如不作近轴和远场近似, 可以将光路原理图修改为图 3 所示, 此时光程差为^[4]

$$\delta = r_2 - r_1 = \sqrt{\left(y + \frac{1}{2}d\right)^2 + (L^2 + z^2)} - \sqrt{\left(y - \frac{1}{2}d\right)^2 + (L^2 + z^2)} \quad (1)$$

其中 y, z 分别是 P 点的位置坐标. 设小孔 S_1 和 S_2 处光源波函数为

$$E_1 = A_0 \cos\left[\omega\left(t - \frac{r_1}{c}\right) + \varphi_1\right] \quad (2)$$

$$E_2 = A_0 \cos\left[\omega\left(t - \frac{r_2}{c}\right) + \varphi_2\right] \quad (3)$$

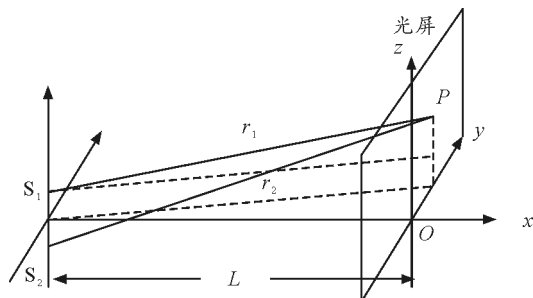


图 3 不作近轴、远场近似的光路图

A_0 为振幅, ω 为角频率, c 为光速, φ_1 和 φ_2 分别为初始相位. 根据式(2)、(3)可知, P 处波函数为

$$E = E_1 + E_2 =$$

$$A \cos\left[\omega t - \frac{\omega}{2c}(r_1 + r_2) + \frac{1}{2}(\varphi_1 + \varphi_2)\right] \quad (4)$$

其中

$$A = 2A_0 \cos\left[\frac{\omega}{2c}(r_2 - r_1) - (\varphi_2 - \varphi_1)\right]$$

令 $\varphi_2 = \varphi_1$, 可以得到

$$A = 2A_0 \cos\left[\frac{\omega}{2c}(r_2 - r_1)\right] \quad (5)$$

根据光强与振幅之间的关系, 可得

$$I = 4I_0 \left[\cos \frac{\pi}{\lambda}(r_2 - r_1)\right]^2 \quad (6)$$

I_0 为小孔 S_1 和 S_2 处光强.

经过程序仿真得到如图 4 所示 $\lambda = 550 \text{ nm}, L = 1.0 \text{ m}, d = 0.5 \text{ mm}$ 的干涉图样.

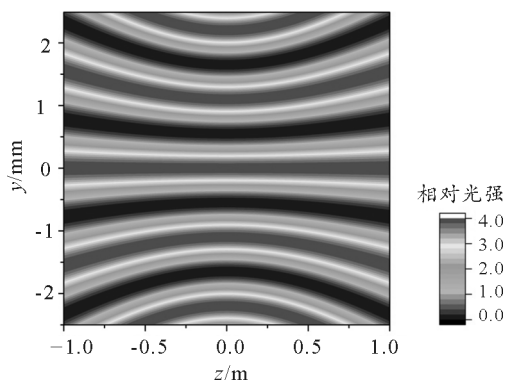


图 4 不作近似处理的 C++ 模拟结果
($\lambda = 550 \text{ nm}, L = 1.0 \text{ m}, d = 0.5 \text{ mm}$)

可以发现: 干涉条纹是呈典型双曲线形状, 且对称分布在中央明纹两侧, 而不是等间距的直条纹分布. 从上面的光路原理图 3 和式(1)可以发现, 光程差 δ 与 L 和 d 有关, 而满足 $r_2 - r_1 = \text{常量的那些点}$ 构成的轨迹实际上是以 S_1 和 S_2 为轴的双叶旋转双

曲面,反映在光屏上的干涉条纹就是对称分布在中央明纹两侧的双曲线形状^[5].

为了更清楚地展现这种弯曲现象,现以亮条纹中心位置为基准,用C++程序对比分析不同参数下 ± 20 级干涉条纹的情况.

(1) $\lambda=500\text{ nm}$, $d=0.5\text{ mm}$, L 分别为 0.5 m , 1.0 m , 1.5 m , 2.0 m 的分布情况,如图5所示.

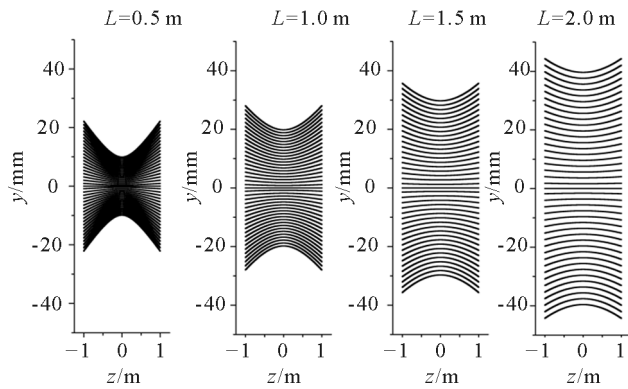


图5 不同 L 对干涉条纹弯曲度的影响

(2) $\lambda=500\text{ nm}$, $L=1.0\text{ m}$, d 分别等于 0.3 mm , 0.5 mm , 0.7 mm , 0.9 mm 的分布情况,如图6所示.

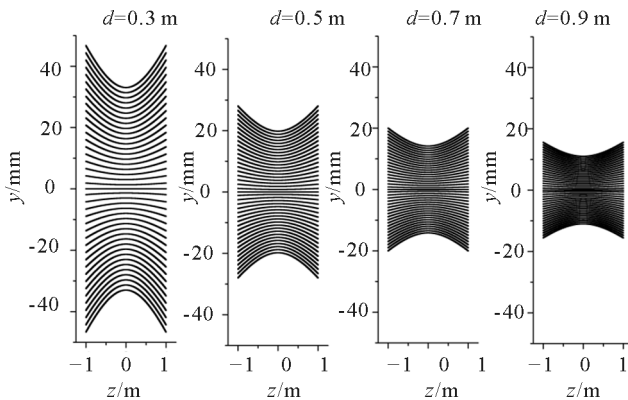


图6 不同 d 对干涉条纹弯曲度的影响

(3) $d=0.5\text{ mm}$, $L=1.0\text{ m}$, λ 分别为 400 nm , 500 nm , 600 nm , 700 nm 的分布情况,如图7所示.

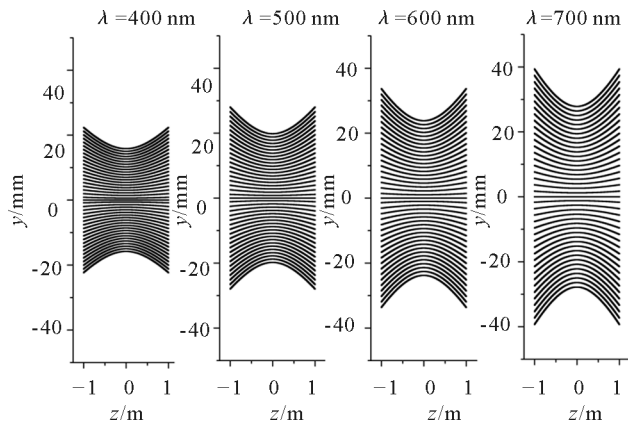


图7 不同 λ 对干涉条纹弯曲度的影响

对比上述模拟结果可以发现:在一定的范围内, L , d 和 λ 对干涉条纹弯曲度均有影响, L 越大、 d 越大、 λ 越小,则干涉条纹越趋近于直条纹,并且干涉条纹级数越低条纹越直.那为什么往往在实验中观察到的干涉条纹总是笔直的呢?这是因为衍射效应的影响,使得大家只能观察到少数处于中心位置的条纹,而处于中心位置的低级干涉条纹一般是比较直的;更重要的是实验观察视角非常的窄(约10条明暗条纹的宽度),在有限的观察范围内条纹几乎就是笔直的,这完全可以将图4的 z 轴取值范围缩短至毫米量级时得到验证.而且实验操作时设置的 L 往往比较长,弯曲现象进一步被削弱了.综合这几方面因素,干涉实验观察到的条纹可以认为是直的,在一定范围内用远场和近轴近似处理双缝干涉问题是没有问题的,况且远场和近轴处理还极大地简化了数学计算.

4 考虑衍射调制

另外,在学生具体实验操作过程中会发现:通常只能看到若干条处于中间位置低级别干涉条纹,越往两侧条纹越暗,甚至消失了.很多教师可能会将其解释为理想实验和实际操作在正常范围内的“差异”,或者直接忽略了这个现象.

实际上在双缝干涉实验中,假如缝隙宽度足够小(或者认为 $d \ll \lambda$),那么光屏上确实应该可以看到无数条干涉条纹,但是考虑到双缝本身也是具有一定宽度的,无法满足 $d \ll \lambda$,因此就需要考虑衍射效应给实验结果带来的影响.假设光是平行直射到双缝挡板的,光屏放置在双缝正对面 L 处,那么该实验实际上就成了菲涅耳双缝衍射了,或者可以理解成衍射调制的双缝干涉,光场强度分布情况可以用菲涅耳-基尔霍夫衍射积分公式计算^[6]

$$E(z) = \frac{1}{\sqrt{\lambda x}} e^{i(kx - \frac{3\pi}{4})} \int_{-\infty}^{+\infty} E(z_0) e^{\frac{ik(z-z_0)^2}{2x}} dz_0$$

其中 $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ 为角波数.通过C++程序计算,可快速地模拟出衍射调制下的双缝干涉.从图8可以发现,当考虑了衍射效应之后,中心明条纹亮度较强,两侧越靠外的明条纹亮度则越低,到一定距离之后就观察不到光强分布了,这与学生实验中观察到的结果是完全吻合的.

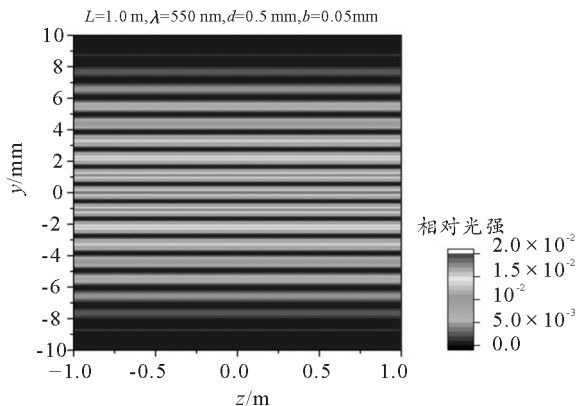


图8 考虑了衍射效应后的双缝干涉

笔者还对比了相同条件下不同缝宽对干涉结果的影响。根据图9可以发现：缝宽 b 对光强分布影响非常大。缝宽越大，能观察到的条纹数目就越少，有时甚至只能观察到中央零级明条纹，而且缝宽越大，中心明纹与两侧次级明纹之间的光强分布差距也越大；与之相反，缝宽较小时，不仅光强分布较为均匀，能够观察到的亮纹数目也多。显然缝宽越小，衍射效应对干涉结果的调制就越弱，这是符合理论分析的，但传统的实验仪器是很难通过调节缝宽揭示这个现象的，这也正是计算机辅助教学的意义所在。

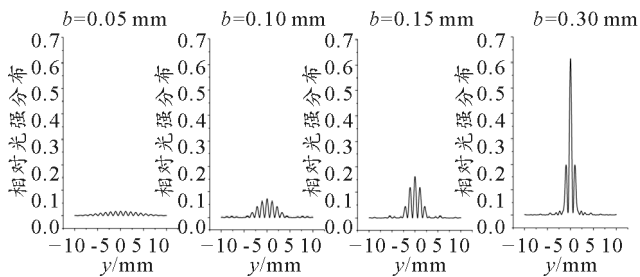


图9 $\lambda = 550 \text{ nm}$, $L = 1.0 \text{ m}$, $d = 0.5 \text{ mm}$ 情况下,不同缝宽对光强分布的影响

5 总结

本文先分析了双缝干涉的形成原理,用C++程序模拟了近轴、远场近似下的杨氏双缝干涉实验,验证了明暗条纹宽度计算公式的正确性,并与未作近似处理的模拟图样进行了一定的比较,说明了在一定范围内用近轴和远场近似解决双缝干涉问题的合理性,解释了未作近似处理的条纹为何有些弯曲而实际观察到的条纹却是笔直的.本文还用程序模拟仿真了不同缝宽对干涉条纹总数的影响,揭示了由于衍射调制导致中心明条纹较亮、两边明条纹较暗的现象,剥离了分析传统实验难以消除的干扰因素,帮助学生更加正确、全面、深入地理解双缝干涉实验.尽管有些知识超出了中学物理教学范围,但作为教师,为学生疏通心中疑惑,解释这些现象背后的原因是必要的,况且借助仿真模拟极大地降低了理解的难度.

参考文献

- 1 赵凯华.新概念物理教程(光学)[M].北京:高等教育出版社,2004.105
- 2 张国文.部分相干电磁光束在杨氏双缝实验中的偏振特性[J].光子学报,2009,38(4):941~946
- 3 孙萍.空间光调制器特性及其在数字全息中的应用[J].物理实验,2016,36(11):1~6
- 4 张登玉.杨氏双缝干涉实验中的光程差[J].广西物理,2008,29(3):42~46
- 5 姚启钧.光学教程[M].北京:高等教育出版社,2008.16
- 6 郭小花.菲涅耳多缝衍射的数值计算[J].大学物理实验,2011,24(1):55~58

Restudy on Double Slit Interference Experiment

Fang Yinfei

(Ningbo Wuling High School, Ningbo, Zhejiang 315502)

Abstract: Due to the limited knowledge and mathematical ability of high school students, most course books only use approximate conditions to analyze the equal spacing distribution of interference fringes. It does not explain in detail why such an approximate treatment can be made, nor does it explain some phenomena in the experiment, which may bring great confusion to students. In this paper, with the assistance of C++ program, we adopt different methods to deal with them and explain these phenomena intuitively, which can not be explained during high school studying.

Key words: double slit interference; diffraction; simulation