

# 对毕奥-萨伐尔定律建立过程中的一种分析方法

杨胜云 苏立波

(兴义民族师范学院物理与工程技术学院 贵州 黔西南 562400)

(收稿日期:2020-04-12)

**摘要:**作为求解载流导线周围磁感应强度的毕奥-萨伐尔定律,它的建立过程并非只是纯粹的实验,而是在毕奥的精巧实验基础上,再进行数学分析得到的结论.于是对毕奥-萨伐尔定律进行研究后发现,可以从一种简洁的分析方法得到此定律.

**关键词:**毕奥-萨伐尔定律 电流元 弯折载流导线

## 1 引言

1820年奥斯特发现电流的磁效应<sup>[1]</sup>,开辟了电与磁之间的联系,促进了电磁学的开端.奥斯特本人对他的发现只做了定性的研究,定量规律则是由毕奥与萨伐尔师生两人建立的.他们为了得到电流磁效应的定量表达式,设计了两个精巧实验<sup>[2,3]</sup>,实验的最终目的是得到电流元对某点磁极的作用力,由于不存在孤立的电流元,使得实验无法直接测量,于是他们请来拉普拉斯做数学分析<sup>[4]</sup>.对于毕奥-萨伐尔定律建立过程中的实验以及数学分析,教材中基本不做介绍,文献<sup>[5,6]</sup>给出了证明方法,但这种证明方法不太适合初学者了解.在文献<sup>[7]</sup>中给出类似于拉普拉斯的分析方法,该分析过程比较繁杂,为此本文将给出另一种分析方法,以较为简洁的过程得到此定律.

## 2 毕奥-萨伐尔定律建立的分析过程

毕奥与萨伐尔设计的第二个实验中,已经得到弯折载流导线对导线外 $P$ 点的磁极作用力表达式,实验原理如图1所示.

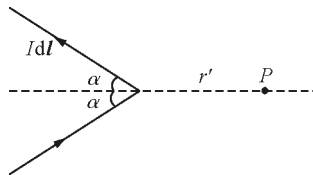


图1 毕奥与萨伐尔的第二个实验示意图

按照图1的实验,毕奥得到弯折载流导线对 $P$ 点的磁极作用力的表达式为

$$F = k \frac{I}{r'} \tan \frac{\alpha}{2} \quad (1)$$

式(1)中 $I$ 为电流, $k$ 为比例系数,由于整条弯折载流导线对 $P$ 点的磁极作用力垂直纸面向里,所以理所当然地假定每个电流元 $Idl$ 对 $P$ 点的磁极作用力也垂直纸面向里,则载流导线对 $P$ 点的作用力应为电流元对 $P$ 点作用力在导线上的积分,即

$$\int_L dF = k \frac{I}{r'} \tan \frac{\alpha}{2} \quad (2)$$

式(2)中的 $L$ 为弯折载流导线,由于弯折导线关于虚线对称,所以式(2)等号左边的积分可以分解为虚线上半部分积分的两倍,即

$$2 \int_{\frac{1}{2}L} dF = k \frac{I}{r'} \tan \frac{\alpha}{2} \quad (3)$$

图1中的几何分析如图2所示.

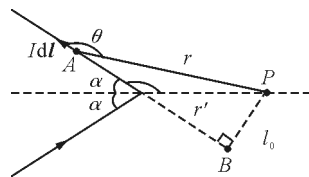


图2 弯折载流导线对 $P$ 点磁极作用力分析图

图2中,电流元 $Idl$ 的尾端所在位置设为 $A$ 点, $B$ 点为电流元 $Idl$ 的反向延长线上的一点, $PB \perp AB$ , $\triangle ABP$ 为直角三角形,设 $AB$ 边长为 $l$ .由图2中 $r$ 与 $\theta$ 确定了电流元 $Idl$ 与 $P$ 点的位置关系,则每

作者简介:杨胜云(1994-),男,在读本科生.

通讯作者:苏立波(1962-),男,讲师,主要研究方向为大学物理教学.

一个电流元对  $P$  点贡献的磁极作用力  $dF$  必然是  $r$  与  $\theta$  的函数,令  $dF$  中  $r, \theta$  的函数为  $H(r, \theta)$ , 由等式(2)的关系可得  $dF$  正比于电流  $I$ , 据磁场和力的叠加原理,  $dF$  还与电流元长度  $dl$  成正比, 则

$$dF = H(r, \theta) I dl \quad (4)$$

将式(4)代入式(3)中得

$$2 \int_{\frac{1}{2}L} H(r, \theta) I dl = k \frac{I}{r^2} \tan \frac{\alpha}{2} \quad (5)$$

式(5)中只含有未知函数  $H(r, \theta)$ ,  $r, \theta$  都是变量, 需要统一积分变量, 由图2中的几何关系得

$$\frac{l_0}{r} = \sin(\pi - \theta)$$

$$\frac{l_0}{l} = \tan(\pi - \theta) \quad (6)$$

$$r = \frac{l_0}{\sin \theta}$$

$$l = -l_0 \cot \theta$$

由式(6)得

$$dl = l_0 \csc^2 \theta d\theta \quad (7)$$

将式(6)和式(7)代入式(5)得

$$\int_{\pi-\alpha}^{\pi} H\left(\frac{l_0}{\sin \theta}, \theta\right) I l_0 \csc^2 \theta d\theta = \frac{k}{2} \frac{I}{r^2} \tan \frac{\alpha}{2} \quad (8)$$

由于较远处的电流元对  $P$  点的影响非常小, 假定导线两端无限长, 所以  $\theta$  的积分区间为  $(\pi - \alpha) \rightarrow \pi$ . 由图2和式(6)可得  $\theta$  取  $(\pi - \alpha)$  时  $r' = r$ , 把  $r$  代入式(8)得

$$\int_{\pi-\alpha}^{\pi} H\left(\frac{l_0}{\sin \theta}, \theta\right) I l_0 \csc^2 \theta d\theta = \frac{k}{2} \frac{I}{l_0} \sin \alpha \tan \frac{\alpha}{2}$$

$$\int_{\pi-\alpha}^{\pi} H\left(\frac{l_0}{\sin \theta}, \theta\right) \csc^2 \theta d\theta = k \frac{1}{l_0^2} \sin \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\alpha}{2} \tan \frac{\alpha}{2}$$

$$\int_{\pi-\alpha}^{\pi} H\left(\frac{l_0}{\sin \theta}, \theta\right) \csc^2 \theta d\theta = k \frac{1}{l_0^2} \sin^2 \frac{\alpha}{2} \quad (9)$$

式(9)等号两边中的  $l_0$ , 严格意义上它是  $\alpha$  和  $r'$  的函数, 这里为了方便运算, 令  $l_0$  为定值, 这样规定并不影响结果. 则式(9)的等号两边只是  $\alpha$  的函数, 等号两边同时对  $\alpha$  求导得

$$H\left(\frac{l_0}{\sin(\pi - \alpha)}, \pi - \alpha\right) \csc^2(\pi - \alpha) =$$

$$k \frac{1}{l_0^2} \sin \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\alpha}{2}$$

$$H\left(\frac{l_0}{\sin(\pi - \alpha)}, \pi - \alpha\right) \csc^2(\pi - \alpha) = \frac{k}{2} \frac{1}{l_0^2} \sin \alpha$$

$$H\left(\frac{l_0}{\sin(\pi - \alpha)}, \pi - \alpha\right) = \frac{k}{2} \frac{1}{l_0^2 \csc^2(\pi - \alpha)} \sin \alpha$$

$$H\left(\frac{l_0}{\sin(\pi - \alpha)}, \pi - \alpha\right) = \frac{k}{2} \frac{1}{\left(\frac{l_0}{\sin(\pi - \alpha)}\right)^2} \sin \alpha$$

$$H\left(\frac{l_0}{\sin(\pi - \alpha)}, \pi - \alpha\right) = \frac{k}{2} \frac{1}{\left(\frac{l_0}{\sin(\pi - \alpha)}\right)^2} \sin(\pi - \alpha) \quad (10)$$

式(10)中将等号左边的未知函数的两个变量分别用  $r, \theta$  代换, 即

$$\begin{cases} r = \frac{l_0}{\sin(\pi - \alpha)} \\ \theta = \pi - \alpha \end{cases} \quad (11)$$

将式(11)代入式(10)得

$$H(r, \theta) = \frac{k}{2} \frac{1}{r^2} \sin \theta \quad (12)$$

将式(12)的  $H(r, \theta)$  函数代入式(4)得

$$dF = \frac{k}{2} \frac{I dl}{r^2} \sin \theta \quad (13)$$

再考虑矢量因素, 则式(13)改为

$$d\mathbf{F} = \frac{k}{2} \frac{I dl \times \hat{\mathbf{r}}}{r^2} \quad (14)$$

式(14)中  $\hat{\mathbf{r}}$  为  $\mathbf{r}$  方向的单位矢量, 证毕.

### 3 总结

毕奥与萨伐尔设计了两个特殊实验, 却能够在从中经过以上严格数学分析得到一般结论, 可见毕奥与萨伐尔设计实验的巧妙性. 但分析过程并非很容易就可以得到, 单从数学的角度看, 只是从积分的结果求解微分的过程, 由于几何关系的繁杂, 增加了分析过程的难度. 为此本文给出严格的数学分析方法, 并在分析过程中追求方法的简洁, 最终以较为简洁的方法得到此定律, 由此可见数学分析对物理定律建立过程中的重要意义.

### 参考文献

- 1 赵凯胜. 奥斯特对电磁学的贡献及影响[J]. 科技展望, 2017, 27(12): 268
- 2 高卓, 孙作江, 刘鹏, 等. 毕奥-萨伐尔定律的教学研究[J]. 物理与工程, 2014, 24(6): 43 ~ 46
- 3 王较过. 毕奥-萨伐尔定律的建立过程[J]. 四川师范大学学报(自然科学版), 2001, 24(6): 614 ~ 617
- 4 丁志刚, 李欣梦. 从实验出发讲解毕奥-萨伐尔定律[J].

新教育时代电子杂志(教师版),2014(8):201

5 呼和满都拉,冀文慧,杨洪涛,等.毕奥萨伐尔定律建立的探讨[J].物理通报,2014(11):18~23

6 付林兴,邓志武.毕奥-萨伐尔定律的推导[J].湘潭师范

学院学报(自然科学版),2006,28(1):28~29

7 穆良柱,陈熙谋.毕奥-萨伐尔定律建立过程中的数学分析[J].大学物理,2008,27(11):5~7

## An Analysis Method on the Process of Establishing Biot-Savart Law

Yang Shengyun Su Libo

(School of Physics and Engineering, Xingyi Normal University for Nationalities, Qian Xinan, Guizhou 562400)

**Abstract:** Biot-Savart Law is used to calculate the magnetic field intensity around the current carrying conductor. Its establishment process is not only a pure experiment, but also a conclusion based on Biot's delicate experiment and mathematical analysis. Then this paper studies Biot-Savart Law and finds that this law can be obtained from a simple analysis method.

**Key words:** Biot-Savart Law; current element; bending current carrying conductor

(上接第9页)

差值相对2018学年提高了1.8分;

(4)2019学年,实验班级成绩优秀率为23.5%,高于平行班级的11.5%;增幅也好于2018学年;

(5)两个学期的学生不及格率,实验班级均低于平行班级。

综上所述,实验班级成绩要好于其他普通班的成绩.同时也表明随着教学方式的优化,实验班级成绩得到进一步地提高,验证了教学模式的良好效果。

#### 4 结束语

线上学习平台为全校学习大学物理课程的学生提供了丰富的数字化教学资源,解决了教学资源在不同专业班级间共享的问题,有利于不同教师之间进行资源共享;而雨课堂强调面向教师课堂中特定选课学生,它更有助于公共基础课下教师教学独立性的发挥。

线上线下混合式教学,既浓缩了课堂教学精华,又发挥了在线学习优势,形成了大数据时代背景下的智慧教学新模式,实现了课堂教学立体化互动、教学资源智能化推送、教学评价即时化反馈、教学过程数据化决策<sup>[6]</sup>.课程教学从“教师为中心”转变为

“学生为中心”,从“单纯内容设计”转变为“有效策略设计”;教师从“简单的教”转变为“有效的引”,学生从“被动的听”转变为“主动的学”,有效地提升了学生学习的兴趣与主动性,为教师提高教学质量提供量化的数据支持,实现了线上与线下教学的无缝对接,切实提高了学生的“抬头率”,提高了课程教学质量。

#### 参考文献

- 1 李育洁,王云峰,何伟岩.大学物理的信息化多维教学模式探究[J].物理通报,2019(05):9~11
- 2 张孟,陆慧,张先梅,等.建立科学的考核方式提高大学物理课程学习成绩[J].物理与工程,2018,28(01):100~105
- 3 孙燕云,何钰,吴平,等.大学物理线上线下混合式大班教学模式初探[J].物理与工程,2019,29(5):85~89
- 4 韩思思,罗莹.大学物理教学研究现状与展望——基于10年核心期刊论文分析[J].大学物理,2018,37(06):50~56
- 5 张萍,DING Lin,张静.传统大学物理教学的困境及成因分析[J].物理与工程,2019,29(01):25~30
- 6 刘邦奇.智慧课堂的发展、平台架构与应用设计——从智慧课堂1.0到智慧课堂3.0[J].现代教育技术,2019,29(03):18~24