中学物理教学

认识规律本质 分清暂态稳态*

柯晓露
（福建教育学院理科研修部　福建 福州　350001）
陈艺君
（漳浦道周中学　福建 漳州　363200）
詹国荣
（漳浦县教师进修学校　福建 漳州　363209）

（收稿日期：2020－05－20）

摘　要：暂态与稳态是两种常见的物理变化过程，在中学物理教学中常将其混淆，给教与学带来不良影响．通过对一道福建省质检题的分析，揭示此类现象，给出鉴别的方法，启示其对教学的影响，以期引发同行注意．

关键词：物理规律　稳态　暂态　磁场中运动

在外界条件维持不变的情况下，许多物理事件经过发展变化最终会趋向某种稳定状态，如空中摆动的悬球，空中下落的物体，在平面上滑动的物体，汽车恒定功率下的运行，电容器的充放电，导电杆在磁场中的运动等等，这些过程终究会趋向一种稳定的状态：或静止，或匀速运动，或匀变速运动，或电流为零，或电流恒定，或电流均匀增加．在从开始至达到稳定的过程中，所经历的时间有的是有限的，有的却是漫长无限的，前者所达到的稳定状态通常叫稳态，后者在漫长的时间过程中，逐渐趋近稳定状态而又永远不能达到稳定状态的过程通常称为暂（渐）态过程[1]．在中学物理教学中，教师经常将这两种过程混淆，造成对学生的误导，甚至经常编制错误的试题进行考查，影响考试的信度效能，干扰学生正确的思维，压抑教师的专业进取，给科学态度与科学责任的全面贯彻落实带来影响．本文通过对一道省质检试题的分析，试图：

（1）例举被误当为稳态的暂态现象；

（2）探究双导电杆在磁场中运动的规律，给判别两种不同过程予以示例；

（3）分析错误对教学的影响，警示同行注意．

1　对 2020 年福建省高三毕业班质检理综第 21 题的商榷

【原题】如图 1 所示，水平面内固定有两根平行的粗糙长直金属导轨，两根相同的导体棒 AB，CD 置于导轨上并与导轨垂直，整个装置处于竖直方向的匀强磁场中．从 $t=0$ 时开始，对 AB 棒施加一个与导轨平行的水平外力 F，使 AB 棒从静止开始向右做加速度大小为a_0 的匀加速直线运动．导轨电阻不计，两棒均与导轨接触良好，最大静摩擦力近似等于滑动摩擦力．下列关于 CD 棒的速度 v、加速度 a、安培力 $F_安$ 和外力 F 随时间 t 变化的关系图像可能正确的是（　　）

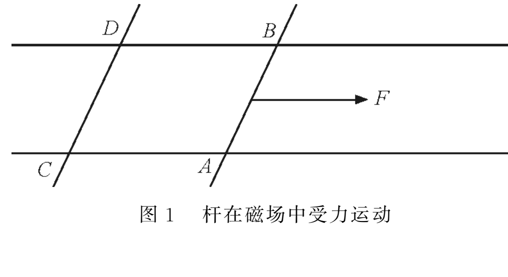
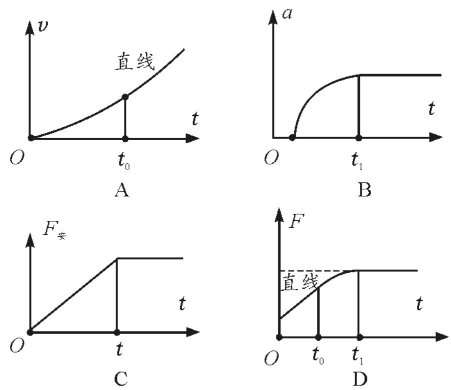


图 1　杆在磁场中受力运动

* 福建省教育科学“十三五”规划 2019 年度课题“概念学习进阶与科学论证整合的物理教学研究”的阶段研究成果，项目编号：FJJKCG19－196

作者简介：柯晓露（1982－　），女，硕士，讲师，主要从事中学物理教学研究和中学物理教师学科培训工作．



命题者提供的参考答案是 B,D.

显然,从提供的参考答案看,命题者认为 CD 杆经历一段有限的时间(如选项 B 中的 t_1)后,将会达到加速度恒定的稳态;加在 AB 杆上的外力经历一定的时间(如选项 D 中的 t_1)后,其大小也可达到恒定的稳态. 但事实是否如此呢?我们有必要对其进行定量探究,以辨真伪.

对 AB 和 CD 杆进行受力分析,应用牛顿第二定律和电磁感应定律,有

AB 杆

$$F-\mu mg-BIL=ma_0 \tag{1}$$

CD 杆

$$BIL-f_2=ma_2 \tag{2}$$

回路电流

$$I=\frac{BL(a_0t-v_2)}{2R} \tag{3}$$

式中 m,R,μ 为杆的质量、电阻及其与导轨间的滑动摩擦系数,L 为导轨间的距离,a_2,v_2 为 CD 杆的加速度、速度.

1.1　CD 杆的运动速度 v_2 及加速度 a_2 的计算

(1) 当 $t=0$ 至 $t_1=\dfrac{2\mu mgR}{B^2L^2a_0}$ 时

起初 CD 杆保持静止. AB 杆匀加速运动,其速度 v_1 随时间增大,产生的感生电动势也增大,回路中的感生电流随之增加,CD 杆受到的安培力也随之增加,但其大小在小于最大静摩擦力 μmg 时,CD 杆一直保持静止,这段时间:$a_2=0$,$v_2=0$,代入式(2)和式(3)有

$$f_2=\frac{B^2L^2a_0t}{2R}$$

当 $f_2=\mu mg$ 时,得

$$t=t_0=\frac{2\mu mgR}{B^2L^2a_0}$$

也就是说,t 在 $[0,t_0]$ 内,$v_2=0$,$a_2=0$.

(2) 当 $t\geqslant t_0$ 时,CD 杆开始运动,其 $f_2=\mu mg$,a_2,v_2 不再为零,将 f_2 的值及式(3)代入式(2)并写成微分式

$$\frac{B^2L^2(a_0t-v_2)}{2R}-\mu mg=m\frac{\mathrm{d}v_2}{\mathrm{d}t}$$

即

$$\frac{\mathrm{d}v_2}{\mathrm{d}t}+\frac{B^2L^2}{2Rm}v_2=\frac{B^2L^2a_0}{2Rm}t-\mu g \tag{4}$$

式(4)是变量不可分离的一阶线性微分方程,无法直接进行积分获取其解,只能先通过其对应的齐次方程求特解,再将带有积分常数的特解通过参数变换求得该方程的通解.

一般地,对于方程 $\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}+P(t)v=Q(t)$,其通解为[2]

$$v=\exp\left[-\int p(t)\mathrm{d}t\right]\left\{\int Q(t)\exp\left[\int p(t)\mathrm{d}t\right]\mathrm{d}t+C\right\} \tag{5}$$

对照式(4),这里的

$$p(t)=\frac{B^2L^2}{2Rm}\qquad Q(t)=\frac{B^2L^2a_0}{2Rm}t-\mu g$$

为便于书写,命 $\dfrac{B^2L^2}{2Rm}=\lambda$,则式(4)的

$$\int p(t)\mathrm{d}t=\int\lambda\mathrm{d}t=\lambda t \tag{6}$$

$$\int Q(t)\exp\left[\int p(t)\mathrm{d}t\right]\mathrm{d}t=\int(\lambda a_0t-\mu g)\exp(\lambda t)\mathrm{d}t=$$
$$\lambda a_0\int t\exp(\lambda t)\mathrm{d}t-\mu g\int\exp(\lambda t)\mathrm{d}t \tag{7}$$

因为

$$\mathrm{d}[t\exp(\lambda t)]=\exp(\lambda t)\mathrm{d}t+t\mathrm{d}\exp(\lambda t)=$$
$$\exp(\lambda t)\mathrm{d}t+\lambda t\exp(\lambda t)\mathrm{d}t$$

所以

$$\lambda t\exp(\lambda t)\mathrm{d}t=\mathrm{d}[t\exp(\lambda t)]-\exp(\lambda t)\mathrm{d}t$$

因此,式(7)第一项为

$$\lambda a_0\int t\exp(\lambda t)\mathrm{d}t=a_0\left\{\int\mathrm{d}\left[t\exp(\lambda t)\right]-\right.$$
$$\left.\int\exp(\lambda t)\mathrm{d}t\right\}=a_0t\exp(\lambda t)-\frac{a_0}{\lambda}\exp(\lambda t) \tag{8}$$

式(7)第二项

$$\mu g\int\exp(\lambda t)\mathrm{d}t=\frac{\mu g}{\lambda}\exp(\lambda t) \tag{9}$$

将式(8) 和式(9) 代回式(7) 得

$$\int Q(t)\exp\left[\int p(t)\mathrm{d}t\right]\mathrm{d}t=\left(a_0 t-\frac{a_0+\mu g}{\lambda}\right)\exp(\lambda t) \tag{10}$$

将式(6)、(10) 代回通式(5) 得式(4) 的通解为

$$v_2=\exp(-\lambda t)\left[\left(a_0 t-\frac{a_0+\mu g}{\lambda}\right)\exp(\lambda t)+C\right] \tag{11}$$

将 $\lambda=\dfrac{B^2L^2}{2Rm}$ 代回上式得

$$v_2=\left[a_0 t-\frac{2Rm\,(a_0+\mu g)}{B^2L^2}\right]+C\exp\left(-\frac{B^2L^2}{2Rm}t\right) \tag{12}$$

将边界条件 $t=t_0=\dfrac{2Rm\mu g}{B^2L^2a_0}$ 时，$v_2=0$ 代入式(12) 得

$$C=\frac{2Rm\,a_0}{B^2L^2}\exp\left(\frac{\mu g}{a_0}\right) \tag{13}$$

代回上式，由此求得 CD 杆的速度 v_2 为

$$v_2=\left[a_0 t-\frac{2Rm}{B^2L^2}(a_0+\mu g)\right]+\frac{2Rm\,a_0}{B^2L^2}\exp\left(\frac{\mu g}{a_0}\right)\exp\left(-\frac{B^2L^2}{2Rm}t\right) \tag{14}$$

由于式(14) 的适应范围在 $t\geqslant\dfrac{2Rm\mu g}{B^2L^2\,a_0}$，为方便讨论，我们令 $t=\dfrac{2Rm\mu g}{B^2L^2\,a_0}+t'$，这样，讨论的时间范围变为 $t'\geqslant 0$. 将上式的时间变换代入式(14) 得

$$v_2=\left(a_0 t'-\frac{2Rm\,a_0}{B^2L^2}\right)+\frac{2Rm\,a_0}{B^2L^2}\exp\left(-\frac{B^2L^2}{2Rm}t'\right) \tag{15}$$

起始时间归零后的式(15) 比式(14) 更简洁，物理意义更显而易见，式(15) 表征 CD 杆开始运动后，其速度 v_2 随时间 t' 的变化情况，该式可看成由两部分的分速度相加合成，即

$$v_2=v_a+v_b \tag{16}$$

其中

$$v_a=\left(a_0 t'-\frac{2Rm\,a_0}{B^2L^2}\right)$$

$$v_b=\frac{2Rm\,a_0}{B^2L^2}\exp\left(-\frac{B^2L^2}{2Rm}t'\right)$$

可以看出：v_a 是以 a_0 为加速度的匀变速运动. v_b 以 $\dfrac{2Rm\,a_0}{B^2L^2}$ 为初速度，加速度大小随时间不断减小的变减速运动，其速度大小随着时间的推移以指数快慢递减，CD 杆速度 v_2 由 v_a 和 v_b 相加合成.

将 v_a 和 v_b 及两者合成后的 v_2 画成 $v-t$ 图像，如图 2 所示.

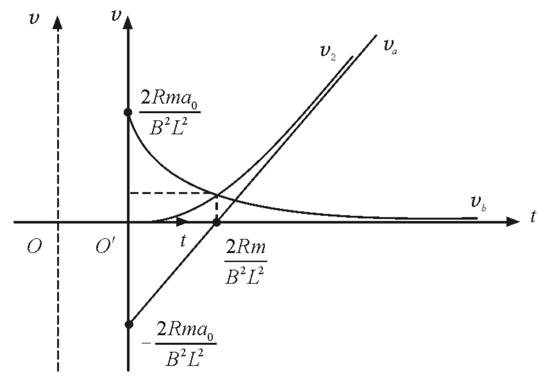


图 2　v_a，v_b，v_2 随时间 t' 的变化图像

由图 2 可见：

(1)CD 杆的速度 v_2 随时间 t' 变化的图像永远不可能是一条直线，而是随着时间的推移，逐步无限地迫近直线 v_a.

(2)CD 杆速度趋向稳定状态的快慢取决于式中指数的系数 $\dfrac{B^2L^2}{2Rm}$，因其倒数具有时间的量纲，故命 $\tau=\dfrac{2Rm}{B^2L^2}$ 称为时间常数. τ 越大，趋近稳态的速度越慢.

至此，我们清楚看出，CD 杆的速度 v_2 随时间 t' 的变化不可能达到稳态，而是一种无限接近稳态的暂态过程.

将式(15) 对时间 t' 求导得

$$a_2=a_0\left[1-\exp\left(-\frac{B^2L^2}{2Rm}t'\right)\right] \tag{17}$$

利用式(17) 画出 a_2-t' 图像，如图 3 所示.

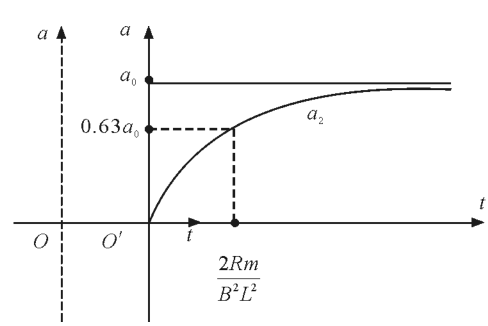


图 3　a_2-t' 图像

从式(17) 及图 3 可以看出：a_2 的大小随着时间 t' 的增加而增加，其值不断迫近 a_0，但因增加的速度越来越慢，永远在接近的过程中而无法到达 a_0，是个暂态过程.

1.2　关于 AB 杆所受外力 F 的计算

要维持 AB 杆以加速度 a_0 做匀加速运动，作用在其上的外力 F 应满足什么条件呢？

(1) t 在 $0 \sim \frac{2Rm\mu g}{B^2L^2a_0}$ 这段时间，由于 CD 杆静止，$v_2 = 0$，故由式(1)、(3) 得

$$F = (ma_0 + \mu mg) + \frac{B^2L^2a_0t}{2R} \tag{18}$$

显然，这段时间 F 的大小必须随 t 均匀增加.

(2) $t \geqslant \frac{2Rm\mu g}{B^2L^2a_0}$ 后，为讨论方便，同样令 $t = \frac{2Rm\mu g}{B^2L^2a_0} + t'$，讨论的时间变为 $t' \geqslant 0$. 这段时间 CD 杆的速度由式(15) 决定，将上面的时间变换式及式(15)、(3) 代入式(1) 得

$$F = 2(ma_0 + \mu mg) - ma_0\exp\left(-\frac{B^2L^2t'}{2Rm}\right) \tag{19}$$

式(19) 表征 $t' \geqslant 0$ 之后，外力 F 随时间变化的规律. 同样将式(19) 看成由两部分的力合成：$F = F_1 + F_2$. 其中 $F_1 = 2(ma_0 + \mu mg)$，这是一大小恒定的力，其物理意义非常明显，是用于克服两杆所受的摩擦及获得相同的加速度 a_0 所需的

$$F_2 = -ma_0\exp\left(-\frac{B^2L^2}{2Rm}t'\right)$$

这是与 F_1 方向相反的力，其物理意义反映了 CD 杆在趋向加速度 a_0 时是迟滞的. 在尚未达到 a_0 时，外力 F 自然要在 F_1 的基础上扣除迟滞部分(F_2)，指数部分是迟滞因子，反映 CD 杆加速度距目标 a_0 的滞后程度，在这里，物理学的美体现的淋漓尽致，每个物理公式似乎都在演绎着自然的历程，述说宇宙之道.

F，F_1，F_2 随时间 t，t' 的变化规律可画成图像，如图 4 所示.

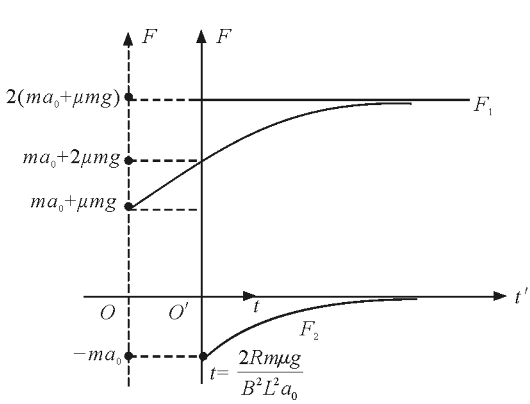


图 4　F，F_1，F_2 随时间 t，t' 的变化图像

从式(19) 及图 4 均可见：作用在 AB 杆上的外力 F 一直随着时间的增加而无限接近恒定值 $2(ma_0 + \mu mg)$，但永远无法达到这一稳态的过程. F 的变化也是个暂态过程. 至此，我们通过严格的计算证明了 CD 杆的运动与加在 AB 杆的外力变化过程均为暂态过程，原题答案中将其当成稳态是不妥的.

2　问题的启示

在中学物理教学中，将暂态过程误当成稳态的现象经常出现，如前面提到的汽车恒功率运行，空气中下落物体的运动，电容器的充放电过程等常有类似的错误. 造成这一现象的原因是：(1) 有的混淆稳态与暂态的区别；(2) 有的分不清哪些现象可达到稳态，哪些现象是无穷渐近的暂态；(3) 有的则是无原则不加说明地忽略两者的区别. 这些现象对物理教学的影响是显见的. 一是不符合客观事实，有违科学真理；二是误导学生正确的思维，尤其是对尖子生，这些学生凭着他们的聪明才智或通过提前自学，完全有可能区分暂态与稳态的不同过程，教师如混淆两者，势必干扰他们正确的思考，打击其特长的发展；三是如出现在试题上，会影响考试的信度和效能，如是选择性的考试，还会严重影响学生的未来；四是不利于鼓励教师深入钻研学科知识，压制教师的专业发展，长期以来，许多练习、试卷甚至重要的考试出现类似的错误，却鲜有人提出异议，大家习惯成自然，以讹传讹，结果发展到："假作真时真也假"的地步. 大家如果抱着人云亦云的态度，缺乏主动探索的意识和热情. 久而久之，可能对专业素养追求就会越来越淡薄.

科学态度与科学责任是我们对学生的核心素养要求，作为教师，本身必须先具备这种素养，正所谓给学生一点亮光，自己必须吸进光的海洋，一丝不苟，精益求精，是科学态度的精髓. 坚持真理，实事求是，不人云亦云，是科学责任的重要体现. 教给学生的知识，教师必须先想通弄明，知微见著. 也只有这样，才能切实落实好核心素养.

参考文献

1　赵凯华，陈熙谋. 电磁学(下册)[M]. 北京：人民教育出版社，1979. 50

2　樊映川. 高等数学讲义(下册)[M]. 北京：人民教育出版社，1964. 187