

2020年 高考全国卷 I 理综第 18 题的多种解法比较*

陈新光

(福建师范大学附属中学 福建 福州 350007)

葛渊波

(福州第三中学 福建 福州 350003)

谢源浩

(福建师范大学附属中学 福建 福州 350007)

(收稿日期:2020-07-12)

摘要:理论基础扎实是物理取得高分的基本要求,倘若思路开阔、方法巧妙往往更能事半功倍.本文从不同角度给出了2020年高考全国I卷理综第18题的3种解法,并分析比较.

关键词:高考试题 不同解法 带电粒子偏转

1 原题呈现

【题目】一匀强磁场的磁感应强度大小为 B ,方向垂直于纸面向外,其边界如图1中虚线所示, ab 为半圆, ac, bd 与直径 ab 共线, ac 间的距离等于半圆的半径.一束质量为 m 、电荷量为 $q(q > 0)$ 的粒子,在纸面内从 c 点垂直于 ac 射入磁场,这些粒子具有各种速率.不计粒子之间的相互作用.在磁场中运动时间最长的粒子,其运动时间为()

- A. $\frac{7\pi m}{6qB}$ B. $\frac{5\pi m}{4qB}$ C. $\frac{4\pi m}{3qB}$ D. $\frac{3\pi m}{2qB}$

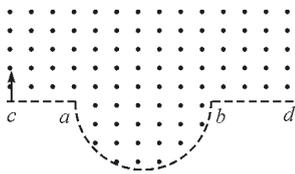


图1 高考原题题图

2 试题分析

本题主要考查知识点是不同速率的带电粒子在匀强磁场中的偏转情形,结合有界磁场边界(半圆形),要求学生分析粒子在磁场中运动的最长时间,

对学生的批判性思维能力要求颇高,具有较好的区分度.本文先给出网络上普遍的分析方法(解法1),再推导得到严谨的理论表达式(解法2),最后通过知识迁移、模型转化,给出巧妙解法(解法3).

解法1:放缩圆法

该方法源自网络提供,也是普遍的解法.由于粒子在磁场中运动的时间与粒子速度无关,只跟运动轨迹转过的圆心角有关,圆心角越大,运动时间越长,即 $t = \frac{\theta}{2\pi}T$.显然,当 $r \leq 0.5R$ 和 $r \geq 1.5R$ 时,轨迹转过的圆心角都是 π ,即时间是半个周期.如图2所示,本文重点考虑当 $0.5R < r < 1.5R$ 时,粒子从半圆边界射出,将轨迹半径从 $0.5R$ 逐渐放大,粒子射出位置从半圆顶端向下移动,轨迹圆心角从 π 逐渐增大,当轨迹半径为 R 时,轨迹圆心角最大,然后再增大轨迹半径,轨迹圆心角减小,因此当轨迹半径等于 R 时轨迹圆心角最大,即

$$\theta = \pi + \frac{\pi}{3} = \frac{4\pi}{3}$$

粒子运动最长时间为

$$t = \frac{\theta}{2\pi}T = \frac{240^\circ}{360^\circ} \frac{2\pi m}{qB} = \frac{4\pi m}{3qB}$$

* 福建省教学科学“十三五”规划2019年度立项课题“基于学业质量水平的物理实验拓展研究”的研究成果,课题编号:FJJKXB19-864;

2019年福建省基础教育课程教学研究立项课题“突出核心素养维度的试题评鉴指标体系的研究”的研究成果,课题编号:MJYKT2019-008

作者简介:陈新光(1985-),男,硕士,中教一级,主要从事高中物理教学和高中物理竞赛教学.

选项 C 正确.

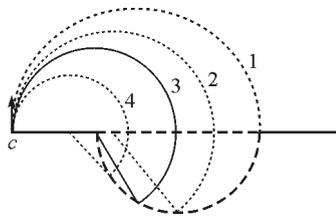


图2 放缩圆法示意图

解法 2: 解析法

由于当 $r \leq 0.5R$ 和 $r \geq 1.5R$ 时, 粒子运动时间都是半个周期, 学生容易想到, 在此不再赘述. 重点考虑当 $0.5R < r < 1.5R$ 时, 求出轨迹转过的圆心角 $\theta = \varphi + \pi$. 从 c 点射出粒子的运动轨迹如图 3 所示, 轨迹圆的圆心为 O 点, 从半圆磁场边界的 P 点离开磁场, M 点为磁场边界圆的圆心. 角度 φ 表示轨迹在圆形磁场中转过角度. 根据余弦定理有

$$\cos \varphi = \frac{(2R - r)^2 + r^2 - R^2}{2r(2R - r)} = \frac{2r^2 - 4Rr + 3R^2}{2r(2R - r)}$$

$$\text{令 } x = \frac{r}{R}$$

且由

$$0.5R < r < 1.5R$$

可知, x 的取值范围为 $0.5 < x < 1.5$. 则

$$\cos \varphi = f(x) = \frac{2x^2 - 4x + 3}{2x(2 - x)} = \frac{3}{2 - 2(x - 1)^2} - 1$$

从表达式可以看出, 当 $x = 1$ 时, 表达式 $f(x)$ 有最小值, 角度 φ 有最大值.

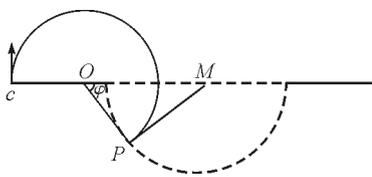


图3 解析法示意图

当 $f(1) = 0.5$ 时, $\cos \varphi = 0.5$, 在本题中 $\varphi = 60^\circ$, 即粒子在磁场中运动轨迹转过的圆心角度为 $\theta = \pi + \varphi = 240^\circ$.

解法 3: 图像法

基础模型——单边界磁场模型: 如图 4 所示, 当带电粒子从 M 点以 $\pi - \varphi$ 角度入射到 MN 上半区为匀强磁场的区域中, 从 N 点离开磁场. 根据圆的

对称性, 在磁场中运动转过的圆心角 $\theta = 2(\pi - \varphi)$.

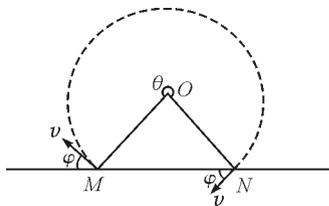


图4 粒子在单边界磁场中运动示意图

对于本题, 由于不同速度粒子都是在磁场中运动, 可以理解为固定 c 点与离开磁场边界点连线的单边界模型, 如图 5 所示, cN , cP 和 cQ 分别为 3 个单边界磁场模型. 从图中可以明显看出, 当 cP 与圆边界相切时, 边界线的偏离角度最大, 即相对 cP 单边界而言, 速度入射方向与边界 cP 的夹角最大, 进而可知轨迹转过的圆心角最大.

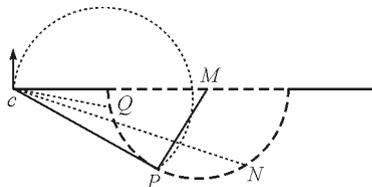


图5 转动单边界法示意图

当 cP 与圆相切时, MP 垂直于 cP , 根据几何关系可知, $\angle PcM = 30^\circ$, 即速度入射方向与单边界 cP 的夹角为 120° , 根据单边界磁场模型可知, 轨迹转过的圆心角 $\theta = 2(90^\circ + 30^\circ) = 240^\circ$, 粒子在磁场中运动的时间即为 $\frac{4\pi m}{3qB}$, 选项 C 正确.

3 总结

对比 3 种解法, 解法 1 是较为常规, 是绝大多数学生能够想到的方法, 也是平时教学中要求重点掌握的方法. 但是, 在卷面上手动画放缩圆比较困难, 轨迹转过圆心角的最大值不易找到; 解法 2 从物理模型中得到圆心角的数学表达式, 从公式中得到圆心角的最大值, 方法严谨, 但步骤繁琐, 对数学计算能力要求极高; 解法 3 利用知识迁移, 把带电粒子在单边界磁场中运动的相关结论迁移到本题解题中, 由圆心角的判断转化为磁场边界角的判断, 角度变化趋势直观, 计算简单, 是考试和平时学习中最佳选择方法.

以上仅是笔者的一些拙见, 还请同行批评指正.