

大学普通力学实验中单摆线弹性对重力加速度测量结果的影响*

朱旭鹏 李佳楠 廖峻 薛书文

(岭南师范学院物理科学与技术学院 广东 湛江 524048)

(收稿日期:2020-10-09)

摘要:文章尝试通过不同材料的摆线来改变单摆的弹性,以研究大学普通力学实验中摆线的弹性对重力加速度测量结果的影响,同时通过多线验证探究了摆长对重力加速度不确定度的影响,相关结果在提高实验教师对单摆运动理解、把控学生探索数据的正确性方面具有一定的意义。

关键词:弹性摆线 单摆 重力加速度 不确定度

单摆实验通过伽利略发现和研究后,在历史长河中被不断地改进和应用.当下,在大学普通物理实验教学中,通过单摆来测量重力加速度的大小同样是既简单又可以极大引起学生探究兴趣的实验项目之一^[1].当一个质点用一条长度不变、质量不计的线悬挂时,可以在重力的作用下沿着某一铅垂面做简谐振动.这一被称作为单摆的结构,其运动周期可以通过经典的单摆公式来计算,周期值与摆长和重力加速度有关系.反过来,通过测量单摆的周期可以间接测量出当地的重力加速度^[2].但是,事实上用来悬挂质点的摆线是具有弹性的,那么整个单摆振动过程中,弹性对摆动周期如何影响,弹性对重力加速度的测量值如何影响,是大学学生的兴趣点之一,掌握摆线弹性对重力加速度测量值的影响是充分理解单摆实验教学的重要因素。

1 参数设置及材料选择

本次探究通过教学实验用单摆自由落体综合测试仪中的光电门来测量单摆的周期,具体办法是通过一次测量多个周期(10个)的总时间,再间接算出单个摆动周期所用的时间.一个周期中,摆球下端的挡杆经过光电门两次,每个摆长测试6次以减小测量的随机误差.如图1(a)所示,本文中单摆顶端到小球最下端的距离为 L_0 ,小球的直径为 d (小球固

定,直径恒等于20 mm),摆长用 L 表示($L = L_0 - \frac{d}{2}$),摆幅用 BF 表示.不同摆长的摆幅固定为 $\frac{L_0}{12}$,根据三角函数关系,此时单摆的摆角 θ 将小于 5° ,基本满足单摆经典公式中摆角趋于零的要求.除摆线外,本次探究中包括光电门、小球、摆幅、挡光杆等在内的所有涉及物体都保持不变,以最大程度的减小系统变化导致的误差来源^[3,4].如图1(b)~1(d)所示,所选取的3类不同材料的摆线,分别是直径0.2 mm的鱼线(用Y标记),直径0.2 mm的铜线(用C标记)和直径0.5 mm的尼龙线(用N标记),其直径来自产品厂商标记在线卷上的值。

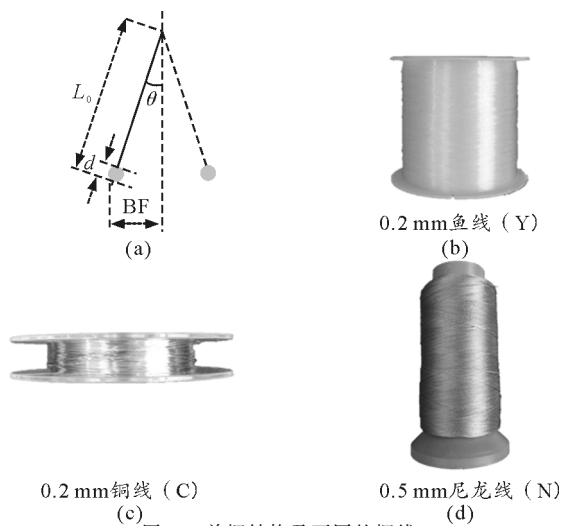


图1 单摆结构及不同的摆线

* 岭南师范学院大学物理教学团队项目,批准号:114961700249

作者简介:朱旭鹏(1992-),男,博士,讲师,主要从事大学普通物理实验教学。

通讯作者:廖峻(1987-),男,硕士,实验师,主要从事大学物理实验教学及研究工作。

为了深入探究不同摆线的弹性情况,我们自制了弹性测量装置,如图2(a)所示.其具体方法是:首先将待测摆线固定在测试横梁上,同时摆线下端挂上初始砝码(50 g)使其垂直伸长,选择一段固定长度做上标记,记下其测量值 l ;再通过逐级增加砝码个数,测量出负载 M 下标记点之间的距离,记为 l_M ,每个砝码的质量为200 g;最后,再通过长度差与原长度的比值 $\frac{\Delta l}{l}$ 来表示摆线在外力作用下的单位长度伸长量即伸长率,间接表征摆线的弹性程度.在施加外力恒定的情况下,单位长度伸长量越大,摆线的弹性系数越小.如图2(b)所示,在负载小于400 g时,鱼线的单位长度伸长量远大于尼龙线和铜线,铜线的单位长度伸长量最小.当负载增大到600 g时,铜线和尼龙线出现不同程度的质变,分别进入另一个弹性系数域,鱼线的单位长度伸长量还保持原来的变化趋势.当负载 M 进一步增大至800 g时,铜线断裂,鱼线也开始进入另一个弹性系数域.综上,由于单摆实验中所用小球小于50 g,因此我们可以确定,铜线的弹性系数大于尼龙线的弹性系数,鱼线的弹性系数最小.

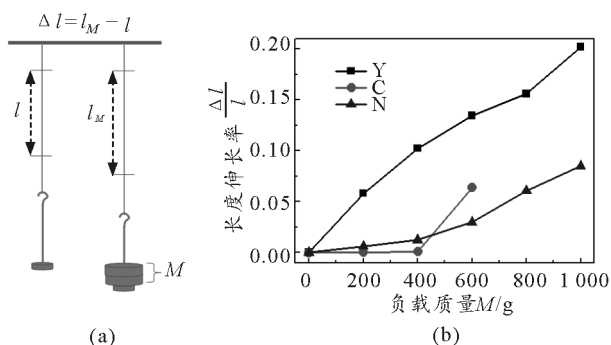


图2 摆线测量装置及在不同负载下的长度伸长率

2 结果与讨论

如图3所示,我们给出了不同线型的摆线在不同摆长下的周期平均值 \bar{T} .

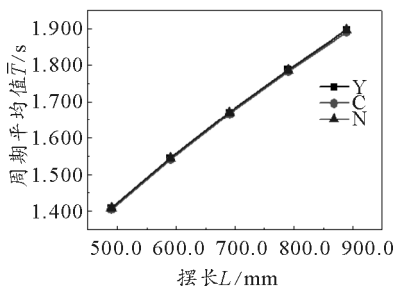


图3 不同线型在不同摆长下的周期平均值

结果表明,随着摆长的增加,不同摆线单摆的周期不断增大,其增大趋势符合单摆周期-摆长经典关系.0.2 mm铜线(红线C)的周期略小于0.2 mm鱼线(黑线Y)和0.5 mm尼龙线的单摆周期(蓝线N),鱼线和尼龙线的平均周期值基本一致.为了更加明显地表征不同线型的测量情况,图4给出了不同线型在不同摆长下6次测量的周期不确定度(实线)和不同线型周期之间的差值(虚线). $\Delta\bar{T}_Y, \Delta\bar{T}_C$ 和 $\Delta\bar{T}_N$ 分别是鱼线,铜线和尼龙线做摆线时单摆周期测量的不确定度,其值均小于0.000 350 s,表明单摆测量过程中操作和实验仪器具有很高的稳定性. $\bar{T}_Y - \bar{T}_C, \bar{T}_N - \bar{T}_C$ 和 $\bar{T}_Y - \bar{T}_N$ 分别是3种不同线型测量到的周期平均值差值,这一处理可以明显地显示出长度伸长率小的铜线具有更短的周期值,但长度伸长率相差很大的鱼线和尼龙线具有基本相同的周期值,从差值大于不确定值来判断,尼龙线的周期值在大多数摆长下稍大于鱼线的周期值.

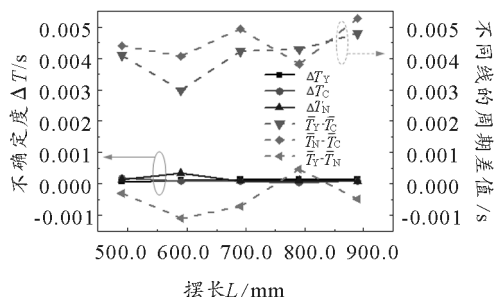


图4 不同线型在不同摆长下的周期不确定度及周期差值

以上结果表明,不同线型单摆周期平均值的变化并没有和长度伸长率变化相一致,弹性系数最小的鱼线测得的周期在大多数摆长下测得的周期处于其他两条摆线所测的周期值之间.考虑到0.2 mm铜线由于材料本身在单摆固定点具有一定的切向力,能够对单摆周期造成一定的影响,因此,我们通过鱼线和尼龙线的比较来研究摆线的弹性对单摆周期值的影响,但鱼线和尼龙线做摆线时不大的周期平均值差值无法支持摆线的弹性系数越大时,单摆周期越长这一结论.再结合摆球的质量较小,同时摆角小于 5° ,单摆在平衡位置对摆线的张力不大,因此,摆线的弹性对单摆周期平均值的测量有影响,但影响较小,可以忽略,这符合单摆中摆线刚性不可伸长的理想假设.

图5给出了通过单摆周期经典公式

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$$

及误差传递方程

$$\Delta g = g \sqrt{\left(\frac{\Delta L}{L}\right)^2 + \left(\frac{2\Delta T}{T}\right)^2}$$

计算的重力加速度和重力加速度不确定度.

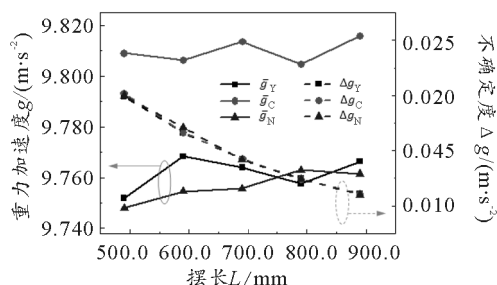


图5 重力加速度和重力加速度不确定度

从图5可知,铜摆线所测的重力加速度在 $9.800 \sim 9.820 \text{ m/s}^2$ 之间,大于鱼线和尼龙线测得的 $9.740 \sim 9.780 \text{ m/s}^2$ 之间的值,鱼线测得的重力加速度在大多数摆长下稍大于尼龙线测得的值.从不确定度与摆长的关系来看,随着摆长的增加,重力加速度值的不确定度不断减小,表明单摆摆线越长,测量重力加速度时受到的外界因素越小.我们对不同线型不同摆长下测得的重力加速度及不确定度求平均,其值如图6所示.

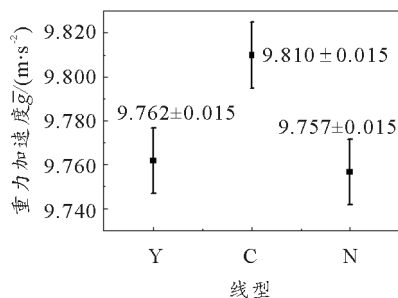


图6 不同线型不同摆长下重力加速度平均值及其不确定度

从以上结果来看,铜线测得的重力加速度值为 $(9.810 \pm 0.015) \text{ m/s}^2$,其值大于地球各点重力加速度近似公式计算的值 9.782 m/s^2 ,其近似计算公式为

$$g = \frac{g_0(1 - 0.00265\cos \varphi)}{1 + \frac{2h}{R}}$$

其中 g_0 是地球标准重力加速度, 9.80665 m/s^2 ; φ 和 h 分别是测量点的纬度和高度; R 是地球的平均

半径 6370 km .鱼线和尼龙线测得的重力加速度分别为 $(9.762 \pm 0.015) \text{ m/s}^2$ 和 $(9.757 \pm 0.015) \text{ m/s}^2$,其值小于地球各点重力加速度近似公式计算的值,主要误差来源可能来源于摆线质量和小球半径,另外空气浮力和阻力对测试结果也有一定的影响.因此,弹性系数较小的鱼线测得的重力加速度值和弹性系数较大的尼龙线测得的值稍大,但相应不确定度的覆盖程度进一步说明,摆球质量较轻,摆角很小的单摆受摆线弹性的影响极小,可以忽略.

3 结论

本文对比了3种不同弹性的摆线对单摆周期及重力加速度测量值的影响.弹性系数最大的铜线由于在单摆顶端的切向阻力导致单摆周期偏小,重力加速度值偏大.弹性系数较小的鱼线测得的重力加速度值略大于弹性系数较大的尼龙线做摆线时的值,考虑到不确定值的覆盖度,摆线的弹性对重力加速度测量的影响很小,符合单摆理想化过程中的摆线长度不变的假设.另外随着摆线长度的增加,重力加速度不确定度减小,单摆测量实验受其他次要因素的影响越小.本结果在明确摆线弹性在单摆测量重力加速度实验过程中的影响程度,提高教师在各个环节中对各个影响因素把控程度方面具有一定的参考价值.

现将笔者的实验数据分别列于表1和表2中,可供参考.其中表1为负载对不同线型摆线的影响,表2为不同摆线、不同摆长的单摆周期.

表1 负载对不同线型摆线的影响

线型 L/mm M/g	线型		
	Y	C	N
0	536.1	510.0	400.0
200	567.3	510.2	402.5
400	591.0	510.5	404.9
600	608.2	542.6	411.9
800	619.7		424.3
1000	644.5		434.0

表2 不同摆线、不同摆长的单摆周期

L_0/mm	d/mm	L/mm	T_1/s	T_2/s	T_3/s	T_4/s	T_5/s	T_6/s
900.0	20.0	890.0	1.896 606	1.896 890	1.897 216	1.896 962	1.896 184	1.896 647
800.0	20.0	790.0	1.787 276	1.787 963	1.787 142	1.788 040	1.787 954	1.787 434
700.0	20.0	690.0	1.670 043	1.669 939	1.669 973	1.670 584	1.670 736	1.670 417
600.0	20.0	590.0	1.544 179	1.544 527	1.543 788	1.544 466	1.543 974	1.544 082
500.0	20.0	490.0	1.408 588	1.408 264	1.408 624	1.408 485	1.408 220	1.408 338
900.0	20.0	890.0	1.892 282	1.891 789	1.891 657	1.891 875	1.892 241	1.891 864
800.0	20.0	790.0	1.787 559	1.783 472	1.783 448	1.783 664	1.783 526	1.783 367
700.0	20.0	690.0	1.666 152	1.666 358	1.665 857	1.665 755	1.666 067	1.666 169
600.0	20.0	590.0	1.540 735	1.541 296	1.541 157	1.541 328	1.541 321	1.541 277
500.0	20.0	490.0	1.404 380	1.404 413	1.403 774	1.404 567	1.404 978	1.403 777
900.0	20.0	890.0	1.897 127	1.897 162	1.897 459	1.897 498	1.896 975	1.897 094
800.0	20.0	790.0	1.787 507	1.787 689	1.786 985	1.787 073	1.787 122	1.787 576
700.0	20.0	690.0	1.670 872	1.671 360	1.671 255	1.670 907	1.670 803	1.670 806
600.0	20.0	590.0	1.545 419	1.543 571	1.545 471	1.545 845	1.545 712	1.545 539
500.0	20.0	490.0	1.408 850	1.409 059	1.409 096	1.408 592	1.408 442	1.408 212

参考文献

- 1 杨述武,孙迎春,沈国土,等.普通物理实验(1)力学、热学部分[M].北京:高等教育出版社,2015.26~29
- 2 王天宇.“单摆测定重力加速度”实验条件的思考[J].科技风,2017(01):161~162

- 3 王中元.单摆法测重力加速度的系统误差计算与分析[J].湖北师范大学学报(自然科学版),2019(39):86~89
- 4 黄树来,姜永超,王娟,等.单摆测重力加速度实验的误差分析[J].科技视界,2015(34):185

The Influence of Monocycloid Curve Elasticity on the Results of Gravity Acceleration Measurement in University General Mechanics Experiments

Zhu Xupeng Li Jianan Liao Jun Xue Shuwen

(School of Physics Science & Technology, Lingnan Normal University, Zhanjiang, Guangdong 524048)

Abstract: In this article, we changed the elasticity of the cycloid of a single pendulum by using the cycloid of different materials, aiming to study the influence of the elasticity of the cycloid on the measurement results of acceleration of gravity in the university general mechanics experiment, At the same time, the effect of the length of the pendulum on the uncertainty of the acceleration of gravity was also explored through multi-line verification. The related results have certain significance in improving the experimental teachers' understanding of pendulum movement and controlling the correctness of students' exploration data.

Key words: elastic cycloid; simple pendulum; acceleration of gravity; uncertainty