“半偏法”不“半偏”误差增大还是减小

——“半偏法”测量电表内阻的误差分析

孙德峰

（北京市第十二中学　北京　100071）

刘　芳

（北京市教育学院丰台分院　北京　100073）

（收稿日期：2020－11－04）

摘　要：“半偏法”为测量电表内阻的方法之一，是高考考查的重要内容.论证可知“半偏法”不“半偏”也可测量电表内阻，其测量时的误差与指针偏转角度无关.

关键词：电表内阻　半偏　误差

“半偏法”测量灵敏电流计内电阻（以下简称“表头内阻”）是高中物理实验——“电表改装”的第一步.常见的测量方法有“恒流半偏法”（如图1）和“恒压半偏法”（如图2）.根据实验原理，该实验存在系统误差，为使测量更加精确，在图1所示的“恒流半偏法”中，应当使电阻 R_p 尽可能大于待测电表内阻；在图2所示的“恒压半偏法“中，应当使 R_p 的电阻尽可能小于待测电表内阻.

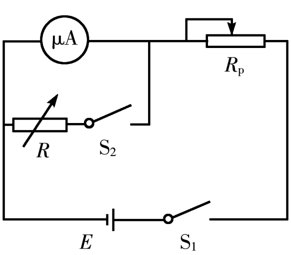

图1　恒流半偏法

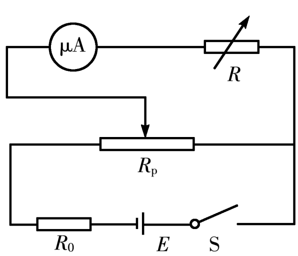

图2　恒压半偏法

该实验采用“半偏”的测量方法是出于结论简洁的考虑，即只要调节灵敏电流计“半偏”，则可认为电阻箱的阻值等于表头内阻.但这样的操作，难免会使学生产生新的思考：该实验中，灵敏电流计的指针一定要“半偏”吗？指针偏转量程的 $\frac{1}{3}$ 是否可以？$\frac{2}{3}$ 是否可以？这样操作，误差增大了还是减少了？不仅学生有这样的疑问，广大教师也进行着同样的思考，类似的考试题目屡见不鲜.

设灵敏电流计满偏电流为 I_g，表头内阻为 R_g.以指针偏转 $\frac{2}{3}I_g$ 为例，我们先看一下通常的处理办法：

（1）如图1所示，相比于电流表半偏，指针偏转 $\frac{2}{3}I_g$，意味着电阻箱参与并联的电阻增大，从而使得并联电路电阻较电流表半偏时更接近表头内阻，进而推断出干路电流变化幅度更小，所以误差减小.

（2）如图2所示，相比于电流表半偏，指针偏转 $\frac{2}{3}I_g$，意味着电阻箱参与串联的电阻减小，从而使得灵敏电流计和电阻箱的串联电路电阻较电流表半偏时更接近表头内阻，进而推断出并联电路所分得的电压变化幅度更小，所以误差减小.诸多相关练习的参考答案也似乎印证了以上的分析.

然而，真实情况是这样的吗？电流或者电压变化幅度小的同时，我们更应该看到，电阻箱所分得的电流或电压也减小了，由此引发的测量误差一定会减小吗？接下来，我们以“恒压半偏法”（图2）为例，来看一下指针偏转角度是否会影响到测量误差的大小.图中 R_0 为保护电阻，R_p 为滑动变阻器，为使结论更具有一般性，不妨令电流表指针偏转 $\frac{n}{m}I_g(m>n)$.

第一步：令 $R=0$，调节滑动变阻器滑片位置，使得灵敏电流计满偏.此时，设 R_p 左侧电阻为 R_1，右侧电阻为 R_2，则容易得到并联电阻为：$R_并=\frac{R_gR_2}{R_g+R_2}$.并联电路所分得的电压显然为表头的满偏电压，满足：$\frac{R_并}{R_0+R_1+R_并}E=I_gR_g$.将 $R_并$ 的表达

式代入，经过整理可得

$$R_g = \frac{ER_2}{I_g(R_0 + R_p)} \tag{1}$$

说明：(1) 此处得到的表头内阻 R_g 为准确值，没有系统误差．实验中无法得到 R_1 和 R_2 的具体阻值，所以我们无法在实验中利用式(1) 测量表头内阻；(2) 电流表达到满偏之后，就意味着 R_1 和 R_2 的阻值不再发生改变，所以在后续分析中仍然可以沿用本步骤中的 R_1 和 R_2．

第二步：串入电阻箱 R，调节其阻值，使通过灵敏电流计的电流变为 $\frac{n}{m}I_g$．相对应地，并联电路阻值变为：$R'_{并} = \frac{(R_g + R)R_2}{R_g + R + R_2}$．将 $R'_{并}$ 代入关系式：$\frac{R'_{并}}{R_0 + R_1 + R_{并}}E = \frac{n}{m}I_g(R_g + R)$ 中可得

$$R_g + R = \frac{m}{n}\frac{ER_2}{I_g(R_0 + R_p)} - \frac{R_2(R_0 + R_1)}{R_0 + R_p} \tag{2}$$

将式(1) 代入式(2) 可得电阻箱阻值为

$$R = \frac{m-n}{n}\frac{ER_2}{I_g(R_0 + R_p)} \tag{3}$$

第三步：误差分析．将通过表头的电流调节为 $\frac{n}{m}I_g$，则电阻箱分压为 $\frac{m-n}{m}I_gR_g$（在实际测量中，串入电阻箱之后，无论指针偏转角度如何，我们都认为并联电路所分电压保持不变）．由串联电路正比分压可知：$\frac{\frac{n}{m}I_gR_g}{\frac{m-n}{m}I_gR_g} = \frac{R_{测}}{R}$，容易得到：$R_{测} = \frac{n}{m-n}R$，其中，$R_{测}$ 为表头内阻的测量值，将式(3) 代入可得

$$R_{测} = \frac{ER_2}{I_g(R_0 + R_p)} \tag{4}$$

由以上推导可以发现：在“恒压半偏法”中，表头内阻的测量值与 m 和 n 无关，即无论指针偏转量程的几分之几，最终测得的表头内阻是确定的．一般来说，在忽略电表读数偶然误差的情况下，选择调节电流表半偏，应该是出于简化计算的考虑，并不存在“偏转越多，误差越小”的情况．

对比式(1) 和式(4)，我们发现表头内阻的真实值和测量值之间相差 $\frac{R_2(R_0 + R_1)}{R_0 + R_p}$．这意味着什么？我们不妨从另外一个角度来理解此问题．图 2 所示电路为一个复杂电路，可以利用“等效电压源”原理将其简化：将图 3 中阴影部分用一个等效电源替换．等效电源的电动势为 a 和 b 两点间的开路电压：$E' = \frac{R_2}{R_0 + R_p}E$；等效电源的内阻等于从 a，b 两端看除源（将电源短路）网络的电阻：$r = \frac{R_2(R_1 + R_0)}{R_0 + R_p}$．等效结果如图 4 所示．

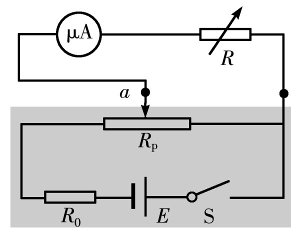

图 3　等效电压源

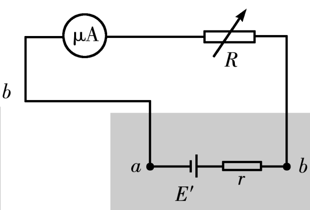

图 4　用等效电压源替换后的电路

利用图 4 所示的等效电压源，我们可以方便地看出关于该实验的所有误差真相．(1) 若 $r = 0$，则该实验没有误差．但经过之前的“满偏”操作可知，等效电源的内阻 r 不为零；(2) 显然，图 4 电路为串联电路，不妨进行“二次等效”，即将等效电源的内电阻 r 再次等效为表头内阻的一部分，如图 5 所示．在一个没有内阻的理想电源供电的情况下，无论电表指针偏转的角度如何，由串联电路正比分压可知，都能够准确测量出“等效表头”的内阻，即 $R_{测} = R_g + r$．由此可知，该实验方案测量值比真实值偏大，且多出的部分始终为 r，该误差的大小取决于初始条件，与指针偏转角度无关．

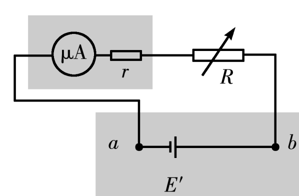

图 5　“二次等效”后的电路图

利用上述思路分析“恒流半偏法”的误差情况，可以得到同样的结论，即实验误差与电流表指针偏转角度无关，只取决于初始条件．感兴趣的读者可以自行证明，此处不再赘述．

通过以上的误差分析，我们还可以对减小实验误差给出指导性的意见：考虑到 $R_2 + (R_1 + R_0) = R_0 + R_p$，容易知道当 $R_2 = R_1 + R_0$ 时，误差 r 最大．在该实验中，要想尽可能减小实验误差，应当尽量选择电动势较大的电源（电动势远大于灵敏电流计满偏电压）．在调节满偏时会使 $R_2 \ll R_1 + R_0$，从而使得误差减小．