

向心加速度公式的教具制作及其教学研究*

——基于 Tracker 和 Phyphox 软件的定量探究

王盼伊 顾思漪 张璟 刘嘉丽 袁婧

(上海师范大学数理学院 上海 200234)

方伟

(上海师范大学数理学院 上海 200234; 上海市星系和宇宙学半解析研究重点实验室 上海 200234)

(收稿日期:2020-11-16)

摘要:从教具制作、定量实验探究和教学启示等三方面来探究匀速圆周运动的向心加速度公式,即利用自制教具探究向心加速度 a_c 与圆周运动半径 r 和角速度 ω 之间的定量关系. 实验发现,结果非常好地符合理论预期. 最后讨论了该教具所蕴含的教学启示,可以将其设计成适合高中物理教学的验证性、探究性实验及课外科创活动,从而培养学生的科学探究能力、科学推理能力、动手协作能力和问题解决能力. 本教具还提供了测量当地重力加速度的一种新方法.

关键词:向心加速度 智能手机 教具制作 Tracker Phyphox

向心力和向心加速度是高中物理教学的一大重点与难点,学生对于向心力概念一直很难理解,在对物体进行受力分析时,往往还外加一个向心力^[1]. 该知识点前承牛顿第二定律,后引圆周运动的相关应用,并为万有引力这一概念做铺垫. 但这一知识点在高中课本上仅做了简单的分析及公式推导. 在教学实验中,教师往往无法做课堂演示实验,DIS 实验尽管能做相关工作,但其普及性不高,集成性却过高,使得学生的参与感不强,因而大大降低了学生参与向心加速度实验的积极性,且不利于学生对向心加速度这一概念的充分理解. 另一方面,随着科技和我国经济的发展,智能手机已越来越普及,且其集成了各种微型传感器,精确度和灵敏度都很高,若教师能带领学生开发自制教具,利用集成了各种传感器的智能手机,并辅以 Tracker 和 Phyphox 等软件^[2],将可实现对向心加速度的定量探究和验证,其教育意义将不可小觑. 伟大的物理学家麦克斯韦也曾说过:“实验的教育价值,往往与仪器的复杂性成反比. 学生用自制仪器,虽然经常出毛病,但他们却会比用仔细调整好的仪器,学到更多的东西”^[3].

在本文的第一部分,阐述了本教具的实验构想和实验原理的理论推导,并在第二部分详细讲解了

教具的制作过程. 在第三部分,我们利用自制教具进行了基于控制变量的定量探究实验,研究了向心加速度 a_c 与圆周运动半径 r 和角速度 ω (周期 T) 的关系,并在第四部分进行了实验的误差分析. 最后指出该实验通过适当的教学设计,可以作为高中学生的探究性或验证性实验及课外科创活动,还提供了测量当地重力加速度的一种新方法. 整个自制教具的制作和实验探究过程具有较强的教育启示意义.

1 教具构想和实验原理

本文的教具构想和实验原理为:利用可调速电动机制作教具,让智能手机作为质点绕杆做摆长为 L 的匀速圆锥摆运动(图1),此时手机在水平面内即做匀速圆周运动. 由图1受力分析易得手机所受合力 $F_{\text{合}} = mg \tan \theta$,此力在水平面内,即是提供手机在水平面内做匀速圆周运动的向心力,因而向心加速度大小为

$$a_c = g \tan \theta \quad (1)$$

另一方面,质点做匀速圆周运动的向心力公式为 $F_{\text{向}} = m\omega^2 r$,因而有

$$a_c = \omega^2 r \quad (2)$$

式(1)和式(2)在理论上应该相等. 利用本文所述自

* 2019年度上海市教委本科重点课程《热学》项目的资助.

作者简介:王盼伊(2000-),女,在读本科生.

通讯作者:方伟(1981-),男,博士,副教授,主要从事天体物理、宇宙学及物理教育研究.

制教具(见后述图2),手机上装载的Phyphox软件可直接测得手机做圆周运动的角速度 ω 和向心加速度 a_c ,而Tracker软件可测到手机绕杆做圆锥摆运动时悬线与竖直方向的夹角 θ ,以及手机在水平面内做圆周运动的半径 r .有了 a_c, θ, ω, r 的实测数据,即可在误差允许范围之内,验证或者探究向心加速度表达式.

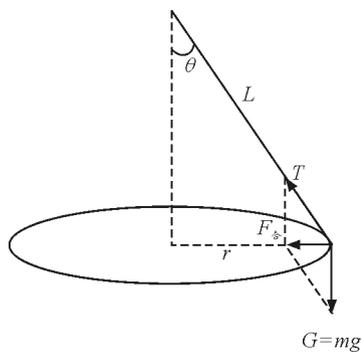


图1 圆锥摆运动的受力分析

2 向心力实验的教具制作

图2所示为可用Tracker软件和智能手机软件Phyphox验证向心加速度公式的教具实物图.



图2 教具实物图

教具主要是由一个可调速的电动机、智能手机、多股细铜丝、钢管支架和不锈钢底座(购于五金店)组成,其中可调速的电动机是由一个低速旋转电动机(200 r/min、24 V电压、36.5 mm直径、单电机),一个直流电机调速器(CCM5D数显PWM微型直流减速电动机调速控制器)和一个直流开关电源所组成,将电动机嵌入一个内径与电动机直径相同的钢管中,并将钢管和一个不锈钢底座进行焊接,钢管的长度尽量长,多股细铜丝要足够长,以避免手机自身长度带来的误差.此外,由于原电动机自带的法兰螺母过于小,在手机旋转的时候会产生绕线的现象,故我们在法兰螺母的基础上焊接了多个法兰片(图

3),使整个转盘大于电动机的直径,解决了绕线问题.另外,悬挂手机的悬线 L 可用软硬适中的多股细铜丝替代棉质绳(图4),这将有效解决手机在旋转过程中的自转问题.

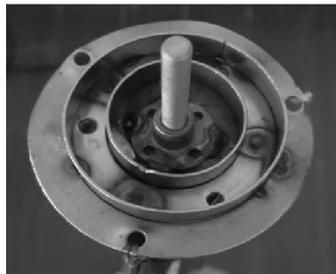


图3 电动机转盘

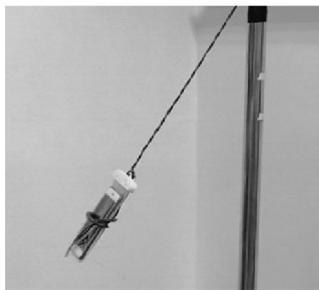


图4 多股细铜丝

本实验装置设计合理,简单易做,成本较低,操作简便,方便携带.通过巧用智能手机软件,使向心加速度、角速度等物理量的测量变得便利,实验误差做到了最大化的控制.该教具可作为课堂演示教具,将理论概念可视化,为物理实验教学提供新思路.同时也激发了学生通过智能手机进行物理学习的兴趣,变沉溺手机的低头族为利用手机学习的阳光族.

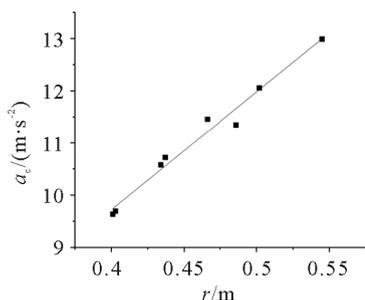
3 向心加速度实验定量探究

现利用本文介绍的自制教具来验证向心加速度的公式,即定量探究向心加速度 a_c 与圆周运动半径 r 和角速度 ω 两者之间的关系.在实验中我们利用控制变量法,即改变 r 和 ω 中的一个变量,保持另一个变量不变.利用手机Phyphox软件直接测量得出手机的角速度 ω 和向心加速度 a_c ,利用视频分析软件Tracker测量出圆周运动半径 r 和悬线与竖直方向的夹角 θ ,通过多次实验,得出相关关系.以下是向心加速度实验的数据及结果分析.

(1)保持角速度 ω 不变,通过改变线长 L 从而改变圆周运动半径 r ,改变8次线长 L ,得出向心加速度 a_c 与圆周运动半径 r 的关系(数据见表1,关系图见图5).

表1 保持角速度 ω 不变时改变线长 L 的测量数据

| 序号 | 夹角 $\theta/(\circ)$ | 线长 L/m | 半径 r/m | 角速度 $\omega/(\text{rad}\cdot\text{s}^{-1})$ | $a_{c1}/$ $(\text{m}\cdot\text{s}^{-2})$ | $a_{c2}/$ $(\text{m}\cdot\text{s}^{-2})$ | $a_{c3}/$ $(\text{m}\cdot\text{s}^{-2})$ | 误差 1/% | 误差 2/% |
|----|------------------------|--------------------|--------------------|--|---|---|---|--------|--------|
| 1 | 44.90 | 0.576 | 0.403 | 4.954 | 9.692 | 9.890 | 9.762 | 2.007 | 1.299 |
| 2 | 47.25 | 0.593 | 0.434 | 4.941 | 10.577 | 10.595 | 10.598 | 0.209 | 0.010 |
| 3 | 49.50 | 0.537 | 0.486 | 4.833 | 11.348 | 11.352 | 11.470 | 0.017 | 1.092 |
| 4 | 47.85 | 0.590 | 0.437 | 4.945 | 10.717 | 10.686 | 10.823 | 0.290 | 1.282 |
| 5 | 49.90 | 0.604 | 0.466 | 4.961 | 11.457 | 11.469 | 11.634 | 0.104 | 1.439 |
| 6 | 53.10 | 0.664 | 0.545 | 4.912 | 12.989 | 13.150 | 13.048 | 1.224 | 0.776 |
| 7 | 51.30 | 0.618 | 0.502 | 4.918 | 12.057 | 12.142 | 12.228 | 0.700 | 0.708 |
| 8 | 45.15 | 0.576 | 0.401 | 4.914 | 9.634 | 9.683 | 9.848 | 0.506 | 1.704 |

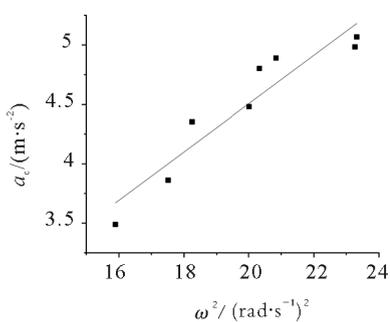
图5 向心加速度 a_c 与圆周运动半径 r 的线性关系

(2) 保持圆周运动半径 r 不变,通过改变电动机转速来改变角速度 ω ,改变5次角速度 ω ,得出向心加速度 a_c 与角速度 ω 的关系(数据见表2,关系图见图6)。

需要注意的是,本实验中的转速 ω 和圆周运动半径 r ,由于和调速电动机、悬挂物质量以及线长有关,在实验中无法做到严格的控制变量,只能做到近似不变,从表1和表2中数据即可看出。

表2 保持圆周运动半径 r 不变时改变角速度 ω 的测量数据

| 序号 | 夹角 $\theta/(\circ)$ | 线长 L/m | 半径 r/m | 角速度 $\omega/(\text{rad}\cdot\text{s}^{-1})$ | $a_{c1}/$ $(\text{m}\cdot\text{s}^{-2})$ | $a_{c2}/$ $(\text{m}\cdot\text{s}^{-2})$ | $a_{c3}/$ $(\text{m}\cdot\text{s}^{-2})$ | 误差 1/% | 误差 2/% |
|----|------------------------|--------------------|--------------------|--|---|---|---|--------|--------|
| 1 | 19.65 | 0.647 | 0.220 | 3.987 | 3.489 | 3.497 | 3.498 | 0.233 | 0.024 |
| 2 | 26.30 | 0.536 | 0.236 | 4.509 | 4.802 | 4.798 | 4.842 | 0.081 | 0.914 |
| 3 | 24.65 | 0.536 | 0.224 | 4.474 | 4.481 | 4.484 | 4.495 | 0.061 | 0.251 |
| 4 | 26.90 | 0.471 | 0.215 | 4.823 | 4.984 | 5.001 | 4.970 | 0.344 | 0.624 |
| 5 | 27.05 | 0.482 | 0.219 | 4.829 | 5.068 | 5.112 | 5.002 | 0.860 | 2.125 |
| 6 | 21.70 | 0.615 | 0.224 | 4.185 | 3.862 | 3.923 | 3.898 | 1.555 | 0.637 |
| 7 | 24.25 | 0.599 | 0.239 | 4.272 | 4.353 | 4.362 | 4.413 | 0.206 | 1.169 |
| 8 | 26.71 | 0.529 | 0.238 | 4.565 | 4.890 | 4.939 | 4.929 | 0.992 | 0.202 |

图6 向心加速度 a_c 与角速度 ω^2 的线性关系

说明:表1及表2中的 a_{c1} 为Phyphox软件直接测量值, a_{c2} 为通过向心加速度公式(式2) $a_{c2} = \omega^2 r$ 由测量量 ω, r 计算出的值, a_{c3} 为物体所受合力根据牛顿第二定律(式1) $a_{c3} = g \tan \theta$,由测量量 θ 计算出的值,误差1计算的是 a_{c1} 与 a_{c2} 之间的误差,误差2计算的是 a_{c3} 与 a_{c2} 之间的误差。

由图5、图6可知,向心加速度 a_c 在 ω 一定时与圆周运动半径 r 成正比,当 r 一定时与角速度的平方 ω^2 成正比。这与理论式 $a_c = \omega^2 r$ 所呈现的关系非常

好的吻合. 需要指出的是, 本实验在误差范围内分别验证了 $a_{c1} = a_{c2}$ 和 $a_{c3} = a_{c2}$, 但其物理内涵并不一样.

(1) $a_{c1} = a_{c2}$: 验证了向心加速度的表达式 $a_c = \omega^2 r$, 即向心加速度 a_c 与 r, ω^2 成正比.

(2) $a_{c3} = a_{c2}$: 即验证了 $g \tan \theta = \omega^2 r$, 将等式两边同乘质量 m , 即可得到结论:

手机在水平方向做匀速圆周运动的过程中, 所受合力大小等于向心加速度大小与质量的积, 即合力提供了向心力, 从而说明向心力并不是如重力、电场力一样的某种性质的力, 而只是一种效果力, 从而厘清学生头脑中关于向心力的错误概念.

4 实验误差分析

由于本实验的各个测量量都可直接测得, 所以我们的数据处理对比了向心加速度的直接测量值即 a_{c1} 和利用向心加速度公式计算得出的 a_{c2} , 平均误差控制在 0.587%, 即本装置作为定量验证向心加速度公式的演示实验, 其实验效果会相当好. 同时, 我们也计算了 a_{c3} 与 a_{c2} 之间的误差, 即由测量量 θ 计算出的向心加速度 a_{c3} 和同样利用向心加速度公式计算得出的 a_{c2} 之间的误差, 平均误差控制在 0.891%, 也在合理范围之内, 但后者误差稍大, 分析其原因在于 a_{c1} 为 Phyphox 直接测量值, 而 a_{c3} 是由视频分析软件 Tracker 测量的 θ 值而计算得到的. Tracker 除了软件本身的系统误差外, 还会引入视频录制过程中的人为误差. 本实验的误差主要集中于以下几点:

(1) 手机系统自带误差. 本实验使用的是 iPhone 8 手机. 由于手机版本不同, 芯片制造商不同, 最终的测量精确程度也会有所不同^[4]. 利用手机 Phyphox 软件我们测量的量是向心加速度 a_c 和角速度 ω , 通过陀螺仪测量角速度 ω , 并通过加速度计得到向心加速度 a_c . 比如 iPhone 8 的陀螺仪标准偏差为 0.003 3 rad/s, 加速度计的标准偏差为 0.009 8 m/s², 而华为 P20 的陀螺仪标准偏差为 0.000 41 rad/s, 加速度计的标准偏差为 0.004 1 m/s², 所以每一种型号的手机, 由于芯片不同, 所带来的误差也会有所不同.

(2) Tracker 软件误差. 利用 Tracker 软件测量

圆周运动半径 r 和悬线与竖直方向的夹角 θ 时, 测量的画面是人工选取的, 且帧率最大可达 80 帧/秒, 所以在选取画面的时候也会有一定的误差. 此外, 拍摄角度是否正向也会对 r 和 θ 的测量造成误差.

(3) 调速器误差. 直流电机调速器无法维持在一个固定值, 会在一个区间内浮动, 所以产生一定的误差.

(4) 圆周运动半径误差. 由于每个手机的陀螺仪等芯片的位置会有所不同, 故我们将杆到手机中心的距离近似定义为圆周运动的半径.

以上为本实验的主要误差, 由于在实验中较为细致, 本实验的最大误差也只在 2.1% 左右, 对于利用自制教具来进行的普通物理实验, 已较为难得.

5 小结与教学启示

就在本文工作开展之际, 笔者发现江伟欣等人基于定性探究实验的原理, 设计并制作了一个定量的向心力演示装置^[5], 通过电机带动钩码做匀速圆周运动, 利用替代思想将压力传感器测得的压力代替拉力, 从而探究影响匀速圆周运动中向心力的因素. 该教具制作精美, 原理简单, 实验时很容易控制变量, 能很好地帮助学生理解向心力概念. 不过该教具制作工艺相对复杂, 且用压力传感器测到的压力来替代拉力, 不够直观. 相比而言, 本文介绍的教具制作简单, 成本较低, 且巧妙利用圆锥摆运动, 通过简单受力分析即可直接得到向心力(向心加速度)大小, 无需由压力来替代拉力, 物理图像更为清晰、直观. 不过由于式(1)和式(2)中的质量被约去, 本教具仅可探究向心加速度 a_c 与角速度 ω 和半径 r 之间存在的定量关系, 不能探究 F_c 与质量 m 之间的定量关系.

高中课堂无法对向心加速度的理论部分有过多解释, DIS 实验也只是对向心力公式做一个验证性的实验, 而无法向学生们直观展示向心加速度这一物理量, 且在做向心力实验时, DIS 实验会由计算机直接计算给出向心力 F_c 的大小, 缺乏让学生自主计算研究的过程. 在本实验中, 角速度 ω 和向心加速度 a_c 可直观显示在智能手机软件 Phyphox 的测量界面上. 通过转动调速器旋钮, 学生可以明显观察到手

机旋转速度的变化,结合手机界面数据的变化,可以让学生直接观察到向心加速度和角速度的实时变化过程.

除验证性实验外,本实验也可以设计成探究向心加速度 a_c 与 r 和 ω 之间关系的探究性实验.在实验前,教师需先引导学生定性发现向心加速度可能与哪些物理量有关,待确定后,再利用控制变量法研究.与此同时,教师还可以假设向心加速度 a_c 与圆周运动半径 r 和角速度 ω 的关系为

$$a_c = \omega^\alpha r^\beta$$

利用量纲分析法求出 $\alpha = 2, \beta = 1$,配合实验探究,与量纲分析结果比较,会极大地调动学生学习物理的积极性,提高学生探究实验的参与度,增强学生自我探索的兴趣.

在文本的数据处理和误差分析时,曾简单地取重力加速度 $g = 9.8 \text{ m/s}^2$,但当我们查阅上海当地的重力加速度数据并将 g 取为 9.7964 m/s^2 之后,发现整体误差均有了较大幅度的减少,这一事实启

发我们,除验证或探究向心加速度公式外,本教具还可以提供测量当地重力加速度的新方法,可用在课外学生科技创新活动中.

最后,本实验装置的构造和组合搭建并不复杂,学生可在课下以小组形式自主完成,自行深入探究向心加速度公式,可锻炼学生的动手能力和协作能力,培养学生的科学素养.

参考文献

- 1 刘娟. 高中生物理学习认知因素分析[D]. 武汉:华中师范大学, 2009
- 2 何璐,祖米热姆·伊马木,方伟. Phyphox 软件介绍及其在物理教学中的应用[J]. 物理通报, 2020(02):101 ~ 104,108
- 3 W. D. Niven. Introductory Lecture on Experimental Physics[J]. The Scientific Papers of James Clerk Maxwell. 1965(2):241 ~ 255
- 4 <https://phyphox.org/sensordb>[DB/OL]
- 5 江伟欣,吴先球. 向心力演示装置的设计与制作[J]. 物理通报, 2020(08):82 ~ 84

Teaching Aids Making and Its Teaching Research on Centripetal Acceleration Formula

—Quantitative Research Based on Tracker and Phyphox Software

Wang Panyi Gu Siyi Zhang Jing Liu Jiali Yuan Jing

(Department of Physics, Mathematics&Science College of Shanghai Normal University, Shanghai 200234)

Fang Wei

(Department of Physics, Mathematics&Science College of Shanghai Normal University, Shanghai 200234;

The Shanghai Key Lab for Astrophysics, Shanghai 200234)

Abstract: This article explores the centripetal acceleration formula of uniform circular motion from three aspects of teaching aids making, quantitative experimental research and teaching enlightenment, that is, the quantitative relationship between the centripetal acceleration a_c , the circular motion radius r and the angular velocity ω is explored by self-made teaching aids. It is found that the results are in perfect agreement with the theoretical expectation. Finally, this work can be designed as the verification, inquiry experiments and extracurricular scientific innovation activities suitable for high school physics teaching, so as to cultivate students' scientific inquiry ability, scientific reasoning ability, hands-on cooperation ability and problem-solving ability. This teaching aids also provide a new method to measure the local gravitational field strength.

Key words: centripetal acceleration formula; smartphone; self-made teaching aids; Tracker; Phyphox