



卫星发射场与火箭燃料消耗

吴迪青

(余姚市陆埠中学 浙江 宁波 315400)

(收稿日期:2020-12-02)

摘要:解决中学物理中两个极易犯错的卫星发射问题,第一,利用地球自转,低纬度卫星发射场节约火箭燃料,似乎是人们的共识,但事实是火箭燃料消耗与发射卫星的轨道有关,极地卫星在低纬度发射场发射反而更消耗火箭燃料;第二,按能量关系,卫星发射消耗的燃料似乎与发射方向无关,但事实是卫星发射消耗的燃料与发射方向有千丝万缕的关系.

关键词:线速度 角动量守恒 轨道平面 燃料消耗 发射场 临界点

2020年11月24日中国载人航天传来让国人热血沸腾的消息,当日4时30分,中国文昌航天发射场,用长征五号遥五运载火箭成功发射探月工程嫦娥五号探测器,顺利将探测器送入预定轨道.这是负责嫦娥三期工程“采样返回”任务的中国首颗地月采样往返探测器,也是“绕,落,回”中的第三步,具有极为重要的意义.“探月飞船”这个词似乎是美欧宇航局的专利,现在,随着嫦娥五号的发射,这将成为历史,中国航天再一次让世界瞩目.卫星的发射离不开“宝贵”的燃料消耗,这个宝贵不是说燃料有多贵,而是在火箭有限的载荷下带上足够的燃料,尤其

是深空探索,所以,发射场的选择和建设显得尤为重要.

1 火箭燃料消耗

火箭燃料消耗主要用于卫星动能增加、地球动能增加及卫星势能增加(为分析问题方便火箭质量、燃料自身质量及大气阻力等不予考虑),为了节约火箭燃料,要充分利用地球自转动能,所以,建设低纬度卫星发射场是必须的,例如,我们国家新建的海南文昌卫星发射场,是一个低纬度的卫星发射场,与酒泉相比有比较大的优势.

论是从结果出发去寻根溯源,还是顺着研究方向去知因问果,都离不开数据在其中的作用.数据以“因”的面貌出现,要求学生寻找线索,在数据中找到突破点,考查创新思维和运用物理知识综合分析能力.数据可以以“果”的形式出现在表格、图像和题干中,在考查求异思维和发散思维方面有其独特的功能,不仅回避已学过的现成实验,而且又恰到好处地考查了考生在迁移、回归和发散的思维过程中见异求同,见同求异的能力.因此,实验教学必须关注实验问题解决中的逻辑推理能力训练,这样的训练有利于培养学生分析解决实际问题的能力,提高学生的综合素养.

参考文献

1 张萍,胡小波.近6年江苏高考物理电学实验题命题特点研究[J].实验教学与仪器,2020,37(5):17~20

2 孟拥军.百花齐放引领潮流——2012年高考物理实验题分析与思考[J].物理教师,2012(11):62~64

3 周将军,王翔.2014年高考物理实验题的统计分析及启示[J].教育测量与评价(理论版),2014(9):59~64

4 王良.高考物理实验复习应回归何处——近3年浙江省高考物理实验题的分析与思考[J].实验教学与仪器,2016,33(1):7~9

5 蓝坤彦,肖珍,褚伟.盘点2012年高考试题中对实验数据考查的方式[J].物理教师,2013,34(6):79~84

6 史磊,吕良.追线求索知因问果——谈高考物理实验复习[J].中学物理(高中版),2018,36(5):57~58

7 张丹彤.从理想回归真实——高考物理题背景真实化倾向对高中物理习题设计的启示[J].物理教师,2013,34(6):77~79

8 游晓明.近几年高考物理实验考查分析及复习策略探讨[J].物理教师,2013,34(4):71~72

酒泉:北纬 40.6° 表面自转线速度

$$v_{\text{酒}} = \frac{2\pi R \cos 40.6^\circ}{T} \approx 353 \text{ m/s}$$

文昌:北纬 19.6° 表面自转线速度

$$v_{\text{文}} = \frac{2\pi R \cos 19.6^\circ}{T} \approx 438 \text{ m/s}$$

其中 R 为地球半径, T 为地球自转周期.

但是, 很多人都不知道, 其实, 不是所有轨道的卫星发射都是低纬度发射场有利, 发射场的选择与发射卫星的轨道有关系.

如图 1 所示, 地球赤道上发射质量为 m 的卫星, 卫星轨道平面与赤道平面成 θ 角, 近地卫星, 为分析方便不计算卫星势能及其他影响, 计算发射卫星消耗的燃料. 已知地球半径 $R=6400 \text{ km}$, 自转周期 $T=24 \text{ h}$, 地面附近的重力加速度 $g=9.8 \text{ m/s}^2$.

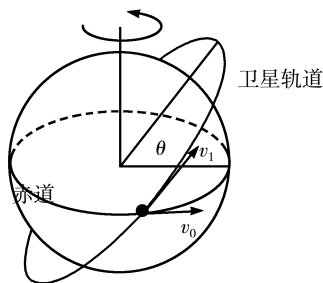


图 1 卫星轨道

分析: 近地卫星线速度

$$v_1 = \sqrt{\frac{GM}{R}} = \sqrt{gR} \approx 7.9 \times 10^3 \text{ m/s}$$

赤道上物体线速度

$$v_0 = \frac{2\pi R}{T} \approx 470 \text{ m/s}$$

卫星和地球组成的系统角动量守恒, 建立如图 2 所示的坐标系.

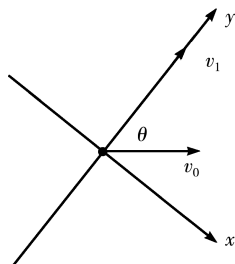


图 2 卫星速度矢量图

发射卫星后, 卫星速度由 v_0 变到 v_1 , 地球自转速度由 v_0 变化后分解为 v_x 和 v_y 两个分量, 则

$$x \text{ 方向: } (M' + m)Rv_0 \sin \theta = M'Rv_x$$

$$y \text{ 方向: } (M' + m)Rv_0 \cos \theta = M'Rv_y + mRv_1$$

由于地球自转转动惯量

$$I = \frac{2}{5}MR^2$$

故转动角动量

$$L = I\omega = \frac{2}{5}MRv_0 = M'Rv_0$$

转动动能

$$E_k = \frac{1}{2}I\omega^2 = \frac{1}{2} \times \frac{2}{5}MR^2\omega^2 = \frac{1}{2}M'v_0^2$$

式中 $M' = \frac{2}{5}M$, R 为地球半径, M 为地球质量. 火箭消耗的燃料为卫星绕地心的转动动能增加与地球转动动能的增加之和

$$E = \frac{1}{2}mv_1^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 + \frac{1}{2}M'(v_x^2 + v_y^2) - \frac{1}{2}M'v_0^2$$

得到

$$E = \frac{1}{2}mv_1^2 - mv_1v_0 \cos \theta + \frac{1}{2}mv_0^2 + \frac{m^2}{2M'}v_1^2 -$$

$$\frac{m^2}{M'}v_1v_0 \cos \theta + \frac{m^2}{2M'}v_0^2$$

由于 M' 远远大于 m , 所以

$$E \approx \frac{1}{2}mv_1^2 - mv_1v_0 \cos \theta + \frac{1}{2}mv_0^2$$

从计算结果可以看出, 燃料消耗并非

$$E \approx \frac{1}{2}mv_1^2 - \frac{1}{2}mv_0^2$$

燃料消耗与卫星轨道平面与赤道平面的夹角有关.

2 卫星轨道与燃料消耗

如果 $\theta=0$, 即卫星为赤道轨道卫星, 而且向东发射, 消耗的燃料

$$E_{\text{东}} \approx \frac{1}{2}mv^2v_1 - mv_1v_0 + \frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}m(v_1 - v_0)^2$$

这是最节省燃料的一种发射方式.

如果 $\theta=180^\circ$, 即卫星为赤道轨道卫星, 而且向西发射, 消耗的燃料

$$E_{\text{西}} \approx \frac{1}{2}mv_1^2 + mv_1v_0 + \frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}m(v_1 + v_0)^2$$

这是最费燃料的一种发射方式.

两者占比 $\frac{E_{\text{西}}}{E_{\text{东}}} = \frac{(v_1 + v_0)^2}{(v_1 - v_0)^2} \approx 1.27$ (与徐正海先生的计算数据相符^[1], 见文末).

这就是为什么两种情况卫星的初动能一样,末动能一样,而消耗的燃料不一样的原因.

如果 $\theta=90^\circ$, 即卫星为极地轨道卫星, 消耗的燃料

$$E \approx \frac{1}{2} m v_1^2 + \frac{1}{2} m v_0^2$$

显然, 地球表面自转线速度越大, 火箭消耗的燃料越多, 低纬度发射场反而不能节约燃料, 因此, 低纬度发射场节省燃料不能一概而论, 要看发射卫星的轨道.

3 卫星发射场的选择

节省燃料临界点的计算, 令

$$-m v_1 v_0 \cos \theta + \frac{1}{2} m v_0^2 = 0$$

得到

$$\cos \theta = \frac{v_0}{2v_1} = 0.05875$$

$$\theta = 86.6^\circ$$

即在赤道发射卫星, 如果轨道平面与赤道平面夹角超过 86.6° , 那么对节省燃料是不利的, 应该选择高纬度发射场, 不同的纬度对应着不同的临界角, 我国的天宫空间实验室在酒泉卫星发射中心发射成功, 按赤道模型粗略估算酒泉发射基地的节能临界角

$$\cos \theta = \frac{v_{\text{酒}}}{2v_1} = 0.04413$$

$$\theta = 87.5^\circ$$

网上查阅不到天宫空间实验室的轨道平面参数, 但从北京飞控中心大屏幕上卫星的飞行轨迹图可以看出, 轨道平面与赤道平面的夹角接近 30° , 如图3所示.

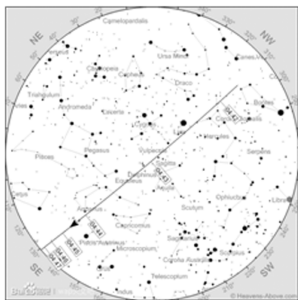


图3 神舟飞船飞行路线图

那么从节省燃料的角度看, 选择在我国文昌发射基地更好. 2017年4月的货运飞船选择在文昌

基地发射.

再看, 神舟十一号发射的2个画面见图4和图5, 其中图4是时间07:32:08的位置图, 图中看到飞船在飞行中该时刻所在位置: 经度 100.454° , 纬度 40.929° .



图4 神舟飞船飞行位置图(1)

图5所示是时间07:33:15的位置图, 图中看到飞船在飞行中该时刻所在位置的经纬度为: 经度 102.465° , 纬度 40.534° .



图5 神舟飞船飞行位置图(2)

可以看出, 卫星向东南方向发射, 有利于利用地球自转节省燃料.

4 结束语

通过计算分析, 我们知道, 卫星的发射就燃料消耗来看, 与发射方向及发射位置有关, 还与发射的卫星轨道有关, 如果不深入分析, 会得出错误的结论. 诚然, 火箭实际发射燃料消耗和发射方向, 物理模型不是唯一的依据, 实际发射场的建设需综合考虑各个因素, 物理模型是重要的依据之一.

参考文献

- 1 徐正海, “燃料消耗”的物理“链接”[J]. 物理通报, 2017(3): 84~85