

光子静质量与库仑定律关系的再论证

何池航 李智华

(华中科技大学物理学院 湖北 武汉 430074)

(收稿日期:2020-12-05)

摘要:文章提出了一种全新的论证库仑定律符合平方反比律为光子静质量等于零的充要条件的方法,从库仑平方反比律的偏移出发,推导出光速随着传播距离的变化规律,从而证明库仑定律符合平方反比律是光子静质量等于零的充要条件,并将推导结果与量子场论观点推导结果作出比较。

关键词:库仑定律 平方反比律 光速 光子静质量

1 引言

库仑定律与光子静质量为零有着密切的关系,当库仑定律严格遵守平方反比律时,光子的静质量严格等于零。反过来,若库仑定律出现偏差,光速将不为常量,光子静质量不为零,即使远小于电子质量,这样的结论都会对现有物理框架产生巨大冲击,这将会带来一系列原则性问题:规范不变性将不成立;电荷守恒定律将被破坏;麦克斯韦方程组将被普

鲁卡方程组取代,等等^[1]。

本文从假设平方反比律存在的偏差出发,通过数学变换修正麦克斯韦方程,利用麦克斯韦方程组推导出光速的表达式,并与量子力学观点推导出的结果进行定性比较。

2 从库仑定律到光子静质量

库仑定律表述为:真空中两个点电荷之间的静电力与两点电荷电量乘积成正比,与它们之间距离

参考文献

1 朱征军,李赛强. 基于一致性原则创新课程思政教学设计[J]. 中国大学教学,2019(12):24~28

2 李银. 在哲学视域下领会物理学科核心素养[J]. 物理与工程,2020,30(3):74~78

Exploration and Practice on 2.0 Construction of Curriculum Ideological and Political Education

—Taking College Physics Course as an Example

Zheng Xiaoli Li Hongzhao Cheng Xuemei Su Dan

(College of Automation Engineering, Beijing Polytechnic, Beijing 100176)

Abstract: In order to solve the problems existing in the ideological and political construction of the current curriculum, the ideological and political construction of curriculum has entered the 2.0 stage under the guideline of the ideological and political construction in colleges and universities curriculum. Taking college physics course as an example, this paper introduces how to put ideological and political 2.0 into practice; on the basis of forming a teaching team, we investigate the students' ideological and political education needs, make a systematic integrated design of ideological and political materials, elaborate the ideological and political content deeply, and implicitly achieve the unique ideological and political teaching goals in physics.

Key words: the ideological and political in curriculum; college physics course; integrated design

的平方成反比,力的方向在两点电荷连线上,同性相斥异性相吸.

由库仑定律和场强定义式得出场源电荷 Q 在距离它为 r 处的电场强度大小为

$$E = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r^2}$$

若库仑平方反比律存在 δ 的偏差,修正后的表达式为

$$E = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r^{2+\delta}} \quad (1)$$

考虑到静磁场的麦克斯韦方程,有

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{j} \quad (2)$$

假设电荷守恒,有

$$\nabla \cdot \mathbf{j} = \frac{\partial \rho}{\partial t} \quad (3)$$

假设空间中电荷分布为: $\rho = \rho(r, \theta, \varphi)$, 记所取坐标原点为 O , 面元为 $d\mathbf{S}$, r 处电荷到面元 $d\mathbf{S}$ 矢量为 \mathbf{r}' , r 处电荷在面元处产生电场强度为 \mathbf{E} , 面元法向量为 \mathbf{n} , α 为 \mathbf{R} 与 \mathbf{r} 夹角, 如图 1 所示.

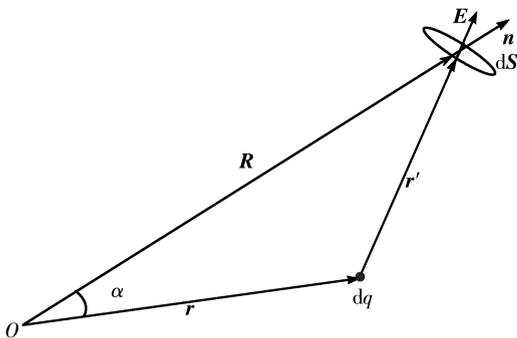


图 1 体电荷元在面元的电通量

体电荷元在面元的电通量为

$$\mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\rho dV dS}{|\mathbf{r}'|^{2+\delta}} \frac{\mathbf{n} \cdot \mathbf{r}'}{|\mathbf{n}| |\mathbf{r}'|} \quad (4)$$

取半径为 R 的封闭球面 S , 由几何关系, 并对式

(4) 在全空间积分, 有

$$\iiint_{\text{全空间}} \frac{\rho dV}{4\pi\epsilon_0} \int_0^\pi \frac{R - r \cos \alpha}{(r^2 + R^2 - 2rR \cos \alpha)^{\frac{3+\delta}{2}}} 2\pi R^2 \cdot$$

$$\sin \alpha d\alpha = \oiint_S \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} \quad (5)$$

假设电荷分布在有限区域内的情况下, 总能在有限空间找到一个足够大的面 S , 使得其包围所有电荷, ρ 在 S 外取值为零, 则式(5)化为

$$\iiint_S \frac{\rho dV}{2\epsilon_0} \int_0^\pi \frac{R - r \cos \alpha}{(r^2 + R^2 - 2rR \cos \alpha)^{\frac{3+\delta}{2}}} \cdot$$

$$R^2 \sin \alpha d\alpha = \iiint_V \nabla \cdot \mathbf{E} dV \quad (6)$$

取电荷分布仅与 r 有关的情况, 即

$$\frac{\partial \rho}{\partial \varphi} = 0 \quad (7)$$

$$\text{记} \quad \frac{\partial \rho}{\partial \theta} = 0 \quad (8)$$

$$g(r, R) = \frac{1}{2} \int_0^\pi \frac{R - r \cos \alpha}{(r^2 + R^2 - 2rR \cos \alpha)^{\frac{3+\delta}{2}}} \cdot$$

$$R^2 \sin \alpha d\alpha \quad (9)$$

$$f(r) = \frac{\rho(r)}{\epsilon_0} \quad (10)$$

$$h(r) = \nabla \cdot \mathbf{E} \quad (11)$$

式(6)等价于

$$\int_0^R f(r) g(r, R) dr = \int_0^R h(r) dr \quad (12)$$

由于 $\int_0^R f(r) g(r, R) dr$ 为有限项齐次函数, 记

$$f(r) = r^k \quad (13)$$

记

$$g(r, R) = \sum_{i+j=n} r^i R^j \quad (14)$$

有

$$\int_0^R f(r) g(r, R) dr = C_1 R^{n+k} \quad (15)$$

$$\int_0^R f(r) g(r, r) dr = C_2 R^{n+k} \quad (16)$$

其中 C_1 和 C_2 为常数.

利用式(15)和(16), 有

$$\int_0^R f(r) g(r, r) dr = C_0 \int_0^R f(r) g(r, R) dr \quad (17)$$

其中 C_0 为常数.

又

$$g(r, r^+) = \frac{1}{2} \int_0^\pi \frac{(r^+ - r \cos \alpha)}{[r^2 + (r^+)^2 - 2rr^+ \cos \alpha]^{\frac{3+\delta}{2}}} \cdot$$

$$(r^+)^2 \sin \alpha d\alpha \quad (18)$$

由于 $\delta \ll 1$, 在 $\delta=0$ 处将 $g(r, R)$ 展开并忽略二阶以上小量

$$g(r, r^+) = g(r, r^+) \Big|_{\delta=0} + \delta \frac{\partial g(r, r^+)}{\partial \delta} \Big|_{\delta=0} \quad (19)$$

可得

$$g(r, r^+) = 1 - \frac{\delta}{4} \int_0^\pi \frac{(r^+ - r \cos \alpha) r^{+2} \sin \alpha}{[r^2 + (r^+)^2 - 2rr^+ \cos \alpha]^{\frac{3}{2}}} \cdot$$

$$\ln(r^2 + r^2 - 2r^2 \cos \alpha) d\alpha \quad (20)$$

对式(20)积分换元

$$g(r, r^+) = 1 - \frac{\delta}{4} \int_{-1}^1 \frac{(r^+ - rx)(r^+)^2}{[r^2 + (r^+)^2 - 2rr^+ + x]^{\frac{3}{2}}} \ln(r^2 + r^2 - 2r^2x) dx \quad (21)$$

化简为

$$g(r) = 1 - \delta \ln \frac{2\sqrt{2}r}{\sqrt{e}} \quad (22)$$

对于函数 $\xi(x)$, 以及 $\delta \ll 1$, 有

$$\xi^\delta(x) = 1 + \delta \ln[\xi(x)] \quad (23)$$

利用式(22)和(23)

$$g(r) = \left(\ln \frac{\sqrt{e}}{2\sqrt{2}r} \right)^\delta \quad (24)$$

利用式(17)和(24)

$$f(r) = \frac{C_0 h(r)}{g(r)} = Ch(r)r^\delta \quad (25)$$

其中 C 为常数.

代入 $f(r)$ 和 $h(r)$ 有

$$\rho = C\epsilon_0 r^\delta \nabla \cdot E \quad (26)$$

考虑到 δ 极小, 且由边界条件, 取 $C=1$.

可得到对非静磁场情况下修正后的方程

$$\nabla \cdot (\nabla \times \mathbf{B}) = \mu_0 \nabla \cdot \mathbf{j} + \mu_0 \frac{\partial \rho}{\partial t} \quad (27)$$

代入式(26), 由于此方程应在空间任意处成立, 故可消去拉普拉斯算符, 得到修正后的麦克斯韦方程

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{j} + \mu_0 \epsilon_0 r^\delta \frac{\partial E}{\partial t} \quad (28)$$

取电磁波传播方向为 x 方向, E 矢量在 xy 平面内振动, B 矢量在 xz 平面振动, 振动方程分别为

$$E = E_0 \sin(kx - \omega t) \quad (29)$$

$$B = B_0 \sin(kx - \omega t) \quad (30)$$

示意图如图2所示.

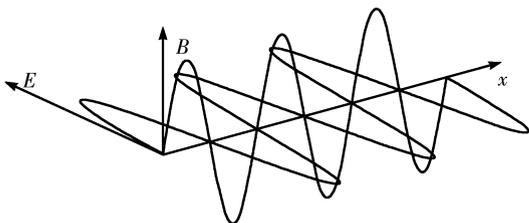


图2 电磁波在空间中传播

在 xE 平面内取如图3回路, B 方向垂直于 xE 平面, 在 x_0 处取长为 dx , 高为 $E(x_0)$ 的长方形回路, 回路方向如箭头所示, 示意图如图3所示.

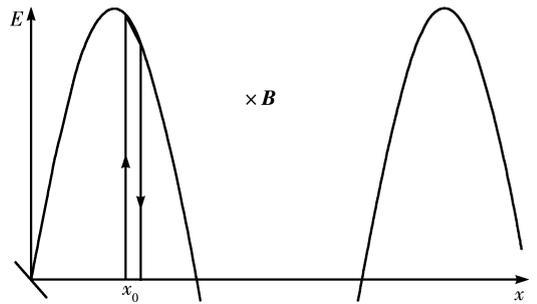


图3 电磁波在 xE 平面投影

由麦克斯韦方程

$$\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = -\frac{\partial \Phi_B}{\partial t} \quad (31)$$

将式(31)改写为

$$E(x_0) \Delta x \frac{dB}{dt} = -E(x_0) dE \quad (32)$$

取 $\Delta x \rightarrow 0$, 并写成偏导数形式, 得

$$\frac{\partial E}{\partial x} = -\frac{\partial B}{\partial t} \quad (33)$$

将式(29)和(30)代入式(33), 得

$$\frac{E_0}{B_0} = c \quad (34)$$

其中 c 为 r 处光速.

在电流密度 $j=0$ 的场中, 将式(28)写成积分形式, 为

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = \mu_0 \epsilon_0 r^\delta \frac{\partial \Phi_E}{\partial t} \quad (35)$$

在 xB 平面内取如图4回路, E 方向垂直于 xB 平面, 在 x_0 处取长为 dx , 高为 $B(x_0)$ 的长方形回路, 回路方向如箭头所示, 示意图如图4所示.

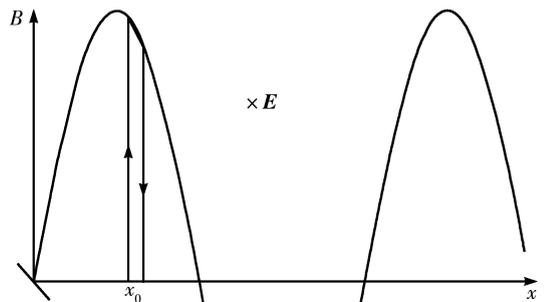


图4 电磁波在 xB 平面投影

利用式(35), 有

$$B(x_0) \Delta B = -\mu_0 \epsilon_0 r^\delta B(x_0) \Delta x \frac{\partial E}{\partial t} \quad (36)$$

取 $\Delta x \rightarrow 0$, 并写成偏导数形式, 得

$$\frac{\partial B}{\partial x} = -\mu_0 \epsilon_0 r^\delta \frac{\partial E}{\partial t} \quad (37)$$

将式(29)和(30)代入式(37), 得

$$\frac{B_0}{E_0} = \mu_0 \epsilon_0 r^\delta c \quad (38)$$

式(34)与式(38)相乘并化简可得

$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}} \frac{1}{r^{\frac{\delta}{2}}} \quad (39)$$

式(39)指出,当 $\delta > 0$ 时,光速会随着传播距离衰减;当 $\delta < 0$ 时,光速会随着传播距离增加;当且仅

当 $\delta = 0$ 时, $c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}}$,光速不随传播距离改变。

相对论指出,静质量为零的物体速度不变,故当 $\delta \neq 0$ 时,光子静质量不可能为零。

3 从光子静质量到库仑定律

假设光子存在静质量为 m_0 ,光子能量动量应满足^[2]

$$W^2 = p^2 c^2 + m_0^2 c^4 \quad (40)$$

在量子力学中,将能量与动量分别用 $-i\hbar \frac{\partial}{\partial t}$ 和 $-i\hbar \nabla$ 替代,式(40)变换为

$$\left(i\hbar \frac{\partial}{\partial t}\right)^2 = -(-i\hbar \nabla)^2 c^2 + m_0^2 c^4 \quad (41)$$

式(41)作用在电势函数 $\varphi(r, t)$ 上

$$\nabla^2 \varphi - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} - \left(\frac{m_0 c}{\hbar} \varphi\right) = 0 \quad (42)$$

点源电荷产生的静电场有: $\frac{\partial \varphi}{\partial t} = 0$,同时,利用电荷分布的球对称性,并取 $r \neq 0$ 处,式(42)化简为

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial \varphi}{\partial r} \right) = \left(\frac{m_0 c}{\hbar} \right) \varphi \quad (43)$$

$$\text{解式(43),得 } \varphi = \frac{c_1 e^{\frac{m_0 c}{\hbar} r} + c_2 e^{-\frac{m_0 c}{\hbar} r}}{r} \quad (44)$$

当 $r \rightarrow \infty$ 时, $\varphi \rightarrow 0$, c_1, c_2 为常量,当 $r \rightarrow r_0$ 时, $\varphi \rightarrow$

$$\frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r_0}, \text{故 } c_1 = 0 \quad (45)$$

$$c_2 = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \quad (46)$$

将式(45)和(46)代入式(44),得

$$\varphi = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r} e^{-\frac{m_0 c}{\hbar} r} \quad (47)$$

对 φ 求偏导,同时利用 $m < 10^{-49} \text{g}$ ^[3],舍去小量,得

$$E = -\frac{\partial \varphi}{\partial r} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} e^{-\frac{m_0 c}{\hbar} r} \quad (48)$$

可以看出,当光子静质量 $m_0 \neq 0$ 时,电场强度在平方反比衰减的基础上还存在一个指数衰减,平方反比律不再成立,其偏移项 $\delta \neq 0$,且随着 r 变化而变化.当且仅当 $m_0 = 0$ 时,偏移项 $\delta = 0$,式(48)满足标准的平方反比定律。

4 结论

本文提出了一种全新的论证光子静质量等于零与库仑定律符合平方反比律互为充要条件的方法,若库仑定律平方反比律存在偏移,光速会随着电磁波传播距离变化,同时光子静质量也会随着传播距离改变,光子静质量由电磁波传播距离和偏移量决定,而改变趋势是由偏移量唯一决定的。

量子力学的结论指出,若光子静质量为定值,库仑定律的平方偏移量会随着电磁波传播距离变化,偏移量的大小由电磁波传播距离和光子静质量决定,而偏移量改变趋势由电磁波传播距离唯一决定。

但是值得说明的是,两者矛盾的来源是由于基本假设的不同,对于光子静质量为零的情况,两者不会产生矛盾,对于光子静质量不为零的情况,具体的结果还需要实验验证。

另外,对于光子静质量上限的估计实验到如今依然在进行着,2004年国际基本粒子数据组给出的光子质量上限为 $m \leq 10^{-49} \text{g}$ ^[3],比电子质量小了20多个数量级,由于光子质量如此之小,要从实验中得到光子静质量为零是很困难的,两个结论同时指出,在点电荷激发的场中,库仑定律和光速的偏差会随着电磁波传播距离的增加趋近于零.由此启发通过改进检测很小距离的电场的方法改进测试手段,提高测量精度。

对于光子静质量是否为零的讨论与验证会长期存在下去,这样不断修正理论,指导改进实验,同时利用实验结论完善理论的过程,无疑是非常有趣且有意义的。

参考文献

- 1 方励之.光子的静止质量[J].大学物理,1984(6):1~4
- 2 王芳.光子静止质量在库仑定律中的地位[J].甘肃联合大学学报(自然科学版),2013,27(2):44~46
- 3 涂良成.光子静止质量的实验检验[D].武汉:华中科技大学,2006