磁场设置问题中“思维定式”产生的原因及应对策略

林利凡
（浙江省瓯海中学　浙江 温州　325000）

（收稿日期：2019－10－12）

摘　要：旨在从磁场设置问题中的 3 个典型模型和例题的研究学习中，提出学生答题时的惯常思维，发现并探讨学生在答题过程中存在的“思维定式”问题．结合例题提供“一题多想”的思维历程，通过这样的分析流程帮助学生对此类问题进行研究，通过更加严密的逻辑思考来避免“思维定式”问题的发生．

关键词：中学物理　物理教学　磁发散　磁聚焦　思维定式

带电粒子在匀强磁场中的运动一直是高考的热点所在，而磁场设置问题更是其中的难点．但由于学生学业水平的限制，此类题目只能是“万变不离其宗”，因此，容易造成学生在“思维定式”作用下“死套模型”的行为．在习题练习中，学生应当避免这类过于关注正确结果而忽视思维过程或“生搬硬套”物理模型而导致逻辑不清的现象发生，需要进行多角度、多层次、多途径的探索．

以下，笔者将从 3 类典型磁场设置问题的模型中对相关问题进行探讨．

模型一：圆形磁场发散

【模型一】 如图 1 所示，有一个圆形匀强磁场区域（图中磁场方向未画，下同），从磁场边界上某点向垂直磁场各方向发射速率相同的同种带电粒子，其出射方向都平行于入射点的切线方向．此为“磁发散”模型．通过证明可以得到，当且仅当磁场圆半径 R 与粒子轨迹圆半径 r 相等时，“磁发散”模型成立，此时 $R=r=\dfrac{mv}{Bq}$．

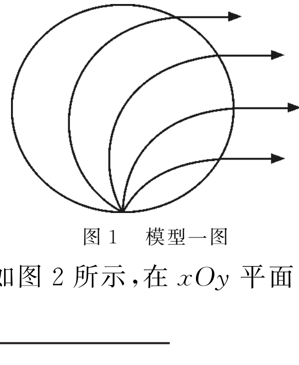

图 1　模型一图

【例 1】 如图 2 所示，在 xOy 平面内有许多电子（质量为 m，电荷量为 e），从坐标原点 O 不断地以相同大小的速度 v_0 沿不同的方向射入第一象限．现加上一个垂直于 xOy 平面向内的磁感应强度为 B 的匀强磁场，要求这些电子穿过该磁场后都平行于 x 轴正方向运动，试求出符合该条件的磁场的最小面积（不考虑电子的重力以及电子之间的相互作用）．

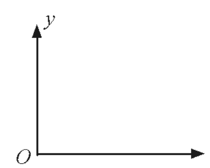

图 2　例 1 题图

解析：电子由 O 点以 v_0 的速率射入第一象限做圆周运动，则 $Bev_0=\dfrac{mv_0^2}{r}$，求得 $r=\dfrac{mv_0}{Be}$．因为所有电子的轨迹圆半径相等，且均过 O 点，所以轨迹圆的圆心都在以 O 点为圆心，半径为 r 且位于第四象限的 $\dfrac{1}{4}$ 圆周上，如图 3 所示．

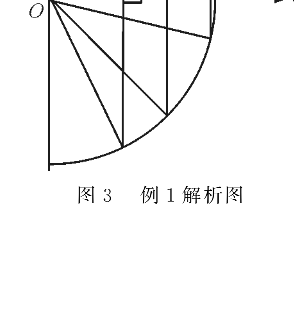

图 3　例 1 解析图

作者简介：林利凡（2002－　），男，在读高中生．

指导教师：陈华声（1979－　），男，中教高级，主要从事高中物理教学和研究．

因此，各电子离开磁场的出射点均应位于圆弧 a_2 上. 做出沿 y 轴方向射出的电子的轨迹圆弧 a_1. 使圆弧 a_1 与圆弧 a_2 构成磁场区域，由几何关系得

$$S_{\min}=2\left(\frac{\pi r^2}{4}-\frac{r^2}{2}\right)=\left(\frac{\pi}{2}-1\right)\left(\frac{mv_0}{Be}\right)^2$$

拓展分析：在上一种情况中，电子都直接由 O 点进入磁场. 进一步联想，我们还可以试着去探究电子进入第一象限后先做匀速直线运动，后做匀速圆周运动的情况.

如图 4 所示，以 O 点为圆心，构造半径为 R 且位于第一象限的 $\frac{1}{4}$ 圆，使电子通过圆周上的点进入磁场. 由几何关系易得，电子离开磁场的出射点均应满足 $x^2+(y-r)^2=R^2+r^2$. 如图 5 所示，沿 y 轴方向射出的电子的轨迹圆弧 a_1 与 $\frac{1}{4}$ 圆以及所有出射点构成的曲线 a_2 围成磁场区域. 通过割补法可得，面积 $S=\frac{\pi r^2}{2}-r^2+Rr$. 因此当 $R=0$ 时，面积取得最小值，$S_{\min}=\left(\frac{\pi}{2}-1\right)\left(\frac{mv_0}{Be}\right)^2$，而此时磁场区域实际上与上一情况完全相同.

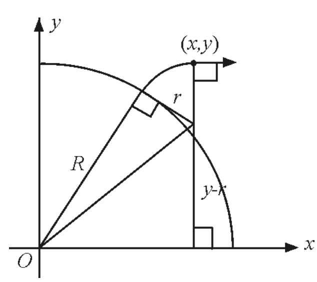

图 4　先做匀速直线运动后做匀速圆周运动分析图

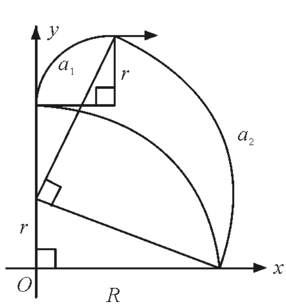

图 5　磁场区域面积分析图

思考：这道题目其实从正面的思考角度很难严密地论证得到最小面积. 解析仅证明电子都由 O 点进入磁场的情况中的最小面积. 但我们还应去思考不同运动情况下的磁场设置，以此来完善解答. 相较而言，第二种情况通过数形结合的方法能更好地阐明情况. 因此面对这类题目，我们应当从更严谨、更全面的角度去分析.

模型二：圆形磁场聚焦

【模型二】如图 6 所示，有一个圆形匀强磁场区域，从磁场边界上以相同速度方向垂直于磁场入射的相同带电粒子会聚焦于磁场边界上的同一个点. 此为“磁聚焦”模型.

“磁聚焦”模型为“磁发散”模型的逆过程，则磁场半径 R 与粒子轨迹圆半径 r 相等，此时 $R=r=\frac{mv}{Bq}$.

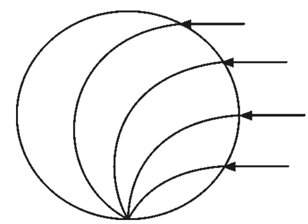

图 6　模型二图

【例 2】如图 7 所示，$ABCD$ 是边长为 a 的正方形，质量 m，电荷量为 e 的电子以 v_0 的速度沿纸面垂直于 BC 边射入正方形区域. 在正方形内适当区域中有匀强磁场. 电子从 BC 边上的任意点入射，都只能从 A 点射出磁场. 不计重力，求：(1) 此匀强磁场区域中磁感应强度的方向和大小；(2) 此匀强磁场区域的最小面积.

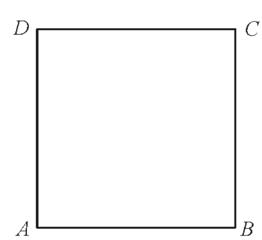

图 7　例 2 题图

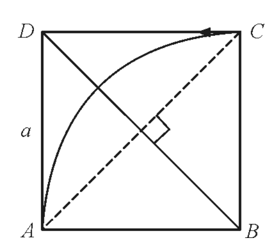

图 8　例 2 解析图

解析：如图 8 所示，首先找到特殊点 C. 在满足要求的情况下，若要使由 C 点入射的电子从 A 点出射，则在 C 处必须有磁场. 电子从 C 点垂直 BC 边入射，则轨迹圆圆心在 BC 直线上，又在对角线 AC 中垂线上. 直线 BC 与 AC 中垂线交于点 B，则轨迹圆圆心位于点 B，且轨迹圆半径为 a. 则 $a=\frac{mv_0}{Be}$，求得 $B=\frac{mv_0}{ae}$. 电子所受到的磁场的作用力方向指向圆心，根据左手定则，磁场方向应垂直纸面向外.

根据题目要求并结合所学知识，我们很快会想

到使用“磁聚焦”模型来实现带电粒子束的聚焦现象. 因此结合 C 点电子入射情况，可以构造以 D 点为圆心，半径为 a 的圆形磁场，如图 9 所示. 通过圆形磁场与正方形区域的交集，可以得到边界圆弧 a_2，并结合 C 点电子入射的轨迹圆弧 a_1，构成磁场区域，则得到最小面积 $S_{\min}=2\left(\frac{\pi a^2}{4}-\frac{a^2}{2}\right)=\frac{\pi a^2}{2}-a^2$.

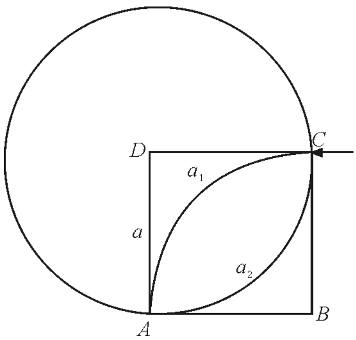

图 9　以 D 为圆心，a 为半径，构建圆形磁场

拓展分析：上面的情况中，电子先做匀速直线运动，进入磁场后再做匀速圆周运动聚焦于 A 点. 根据逆向思维，我们自然想到电子也可能先做匀速圆周运动，再做匀速直线运动.

首先，半径同样求得为 a. 如图 10 所示，我们由 A 点在每一个电子的轨迹圆上构造切线，使切点相连. 由几何方法证得，切点连线方程为

$$y=(a-x)\left(\frac{x}{2a-x}\right)^{\frac{1}{2}}$$

则使切点连线、C 点入射电子轨迹圆弧 a_1 与边 BC 构成磁场区域. 在磁场中，电子入射后会偏转至切点射出，后做匀速直线运动汇聚于 A 点，该情况同样满足条件.

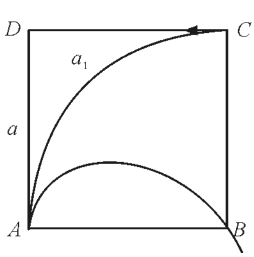

图 10　拓展分析图

范福生先生也早在“磁聚焦问题中‘最小面积’的探讨”[1] 一文中研究过这一情况，最后得出的最小面积 $S_{\min}=\frac{\pi a^2}{2}-a^2$，与上一情况完全相同.

思考：在前两种情况中，电子的运动过程相反却呈现出相同的结果，可见物理运动的对称统一.

但是在分析过程中，我们还应该把握题目要求，避免“千虑而一失”，终成大错. 比如在拓展分析的情况里，磁场区域看似满足条件，实则并不符合题目中“都只能从 A 点射出磁场”的要求. 若我们将题目改成“都只能从 A 点射出”，则分析二中的情况成立. 但又是这样一点改动，会使得题目无解.

若电子不一定从 A 点射出磁场，则轨迹圆半径无法确定. 顺着上一情况中的思路，若轨迹圆半径不确定，则可以增大磁感应强度，从而减小轨迹圆半径. 由几何方法证得，切点连线方程为 $y=\frac{x(a-x)}{[r^2-(a-x)^2]^{\frac{1}{2}}}$. 如图 11 所示，同样使切点连线，$C$ 点入射电子轨迹圆弧 a_1 与边 BC 围成磁场区域. 该情况依然满足电子从切点射出后汇聚于 A 点. 但随着磁感应强度的无限增大，磁场面积也会无限趋近于零，使得题目中两问无解.

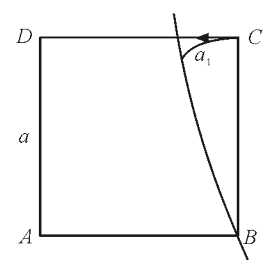

图 11　电子轨迹圆弧 a_1 与边 BC 围成磁场区域

因此我们不能够因为物理运动中存在对称统一而陷入思维惯性，不能因为有新的发现而忘记前提要求.

模型三：组合磁场偏转

【模型三】在前文，我们探究了“磁发散”和“磁聚焦”两种模型. 而组合使用“磁发散”和“磁聚焦”模型，可实现带电粒子的对称偏转，即两个模型水平设置时，同一带电粒子的入射速度与入射点处切线的夹角和出射速度与出射点处切线的夹角相等，如图 12 所示.

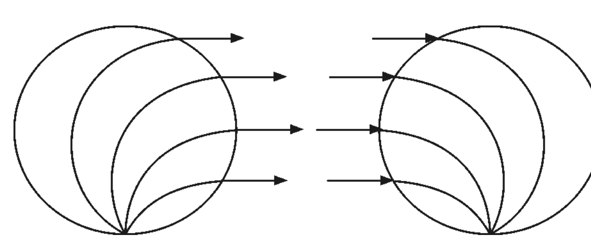
图 12　模型三图

当带电粒子出、入射角度范围为直角时，往往可以得到圆形磁场中的“树叶形”磁场来实现发散和

聚焦的功能.如图 13 所示,由圆弧 a_1 和圆弧 a_2 组合成的"树叶形"磁场面积

$$S=\frac{\pi R^2}{2}-R^2$$

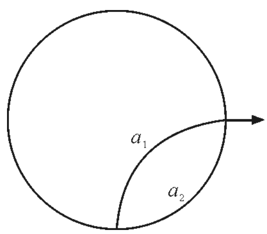

图 13　由圆弧 a_1 和圆弧 a_2 组合成的"树叶形"磁场面积

【例 3】如图 14 所示,质量为 m,电荷量为 e 的电子从坐标原点 O 处沿 xOy 平面射入第一象限内,射入时的速度方向不同,但大小均为 v_0.现在某一区域内加一方向向里且垂直于 xOy 平面的匀强磁场,磁感应强度大小为 B,若这些电子穿过磁场后都能垂直地射到与 y 轴平行的荧光屏 MN 上,求:所加磁场范围的最小面积.

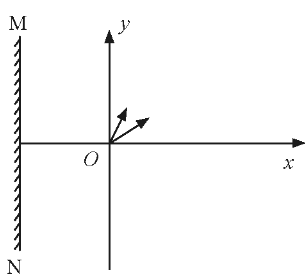

图 14　例 3 题图

解析:设粒子在磁场中偏转圆的半径为 r,则 $Bev_0=\frac{mv_0^2}{r}$,求得 $r=\frac{mv_0}{Be}$.因为所有电子的轨迹圆半径相等,且均过 O 点,所以这些轨迹圆的圆心都在以 O 点为圆心,半径为 r 的 $\frac{1}{4}$ 圆上,则它们的轨迹圆弧距离 O 点的最远点都在以 O 为圆心,半径为 $2r$ 的 $\frac{1}{4}$ 圆上,如图 15 所示.

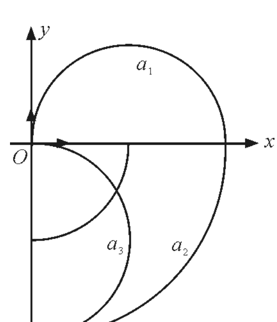

图 15　例 3 分析图

结合沿 x 轴正方向入射电子的轨迹,与沿 y 轴正方向入射电子的轨迹,使圆弧 a_1,圆弧 a_2 和圆弧 a_3 构成磁场区域,如图 15 所示.则可求得最小面积

$$S_{\min}=\frac{\pi r^2}{2}+\frac{\pi(2r)^2}{4}-\frac{\pi r^2}{2}=\pi r^2=\pi\left(\frac{mv_0}{Be}\right)^2$$

拓展分析:我们可以尝试利用"磁发散"和"磁聚焦"模型的组合来实现电子的对称偏转,将问题转化为更熟悉的样子.

如图 16 所示,构造两个"树叶形"磁场区域,半径都为 r.接着再构造圆形磁场区域,结合沿 x 轴正方向入射电子的轨迹与沿 y 轴正方向入射电子的轨迹,得到必要的磁场区域.求得组合磁场面积

$$S=2\left(\frac{\pi r^2}{2}-r^2\right)+\frac{3\pi r^2}{4}+r^2-\frac{\pi r^2}{4}=$$

$$\frac{3\pi r^2}{2}-r^2=\left(\frac{3\pi}{2}-1\right)\left(\frac{mv_0}{Be}\right)^2$$

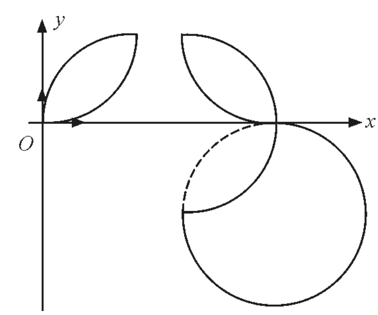

图 16　组合磁场面积分析图

延续上一种情况中的思想,我们可以继续尝试.

如图 17 所示,构造一个"树叶形"磁场区域,半径为 r.接着构造磁场区域,使从射出磁场的电子都进行 180° 偏转.磁场区域等同于平移半圆时,圆周划过的轨迹区域.求得组合磁场面积

$$S=\frac{\pi r^2}{2}-r^2+\frac{\pi r^2}{2}+r^2-\frac{\pi r^2}{3}+\frac{\sqrt{3}}{4}r^2=$$

$$\frac{2\pi r^2}{3}+\frac{\sqrt{3}}{4}r^2=\left(\frac{2\pi}{3}+\frac{\sqrt{3}}{4}\right)\left(\frac{mv_0}{Be}\right)^2$$

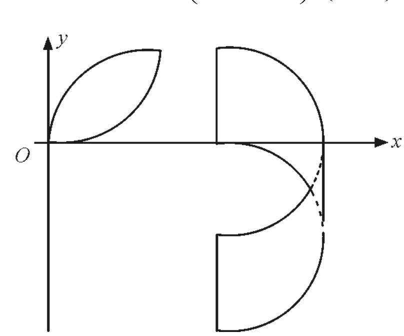

图 17　拓展分析组合磁场面积

短文荟萃

GeoGebra 动态展示小船过河

阴建文
（山西省孝义中学校　山西 吕梁　032300）

GeoGebra 作为一款优秀而免费的动态数学软件在展示数形结合的同时，还能通过设置相关变量的不同取值而动态展现图像的连续变化过程.

在物理知识的学习过程中，对于一些抽象的运动情景，可借助 GeoGebra 软件的动态运动轨迹，达到欲想所见的功能. 在减轻学生思考负担的同时，大大提高课堂教学效率.

1　小船过河展示

小船过河的运动可以看作两个分运动的合成，即沿水流方向的运动和船在静水中的运动. 学生初次学习时，对船头指向与船的实际运动方向搞不清楚，下面我们通过课件来展示一下.

(1) 新建两个滑动条变量 $v_{船}$ 与 $v_{水}$，分别表示水流的速度大小与船在静水中的速度大小. 设置滑动条的属性，最小值为 0，最大值为 5，增量为 0.1，如图 1 所示.

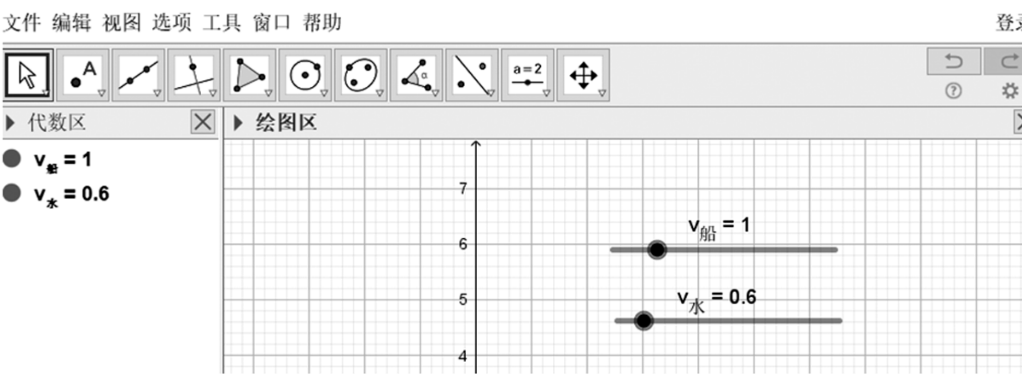

图 1　设置变量 $v_{船}$ 与 $v_{水}$

(2) 在指令栏中分别输入“(v_ 水,0)”，新建一个点 A；再输入“向量(O,A)”，用向量 $\boldsymbol{u}$ 表示水流的速度.

(3) 在指令栏中分别输入“圆周(O,v_ 船)”，创建一个以 $v_{船}$ 为半径的圆 c；输入“描点(c)”在圆上新建一点 B；输入“向量(O,B)”，用向量 $\boldsymbol{v}$ 表示船在

思考：在这道题目中，我们结合已知的模型，通过构建组合磁场求得了真正的最小面积，可见物理模型组合的多样性.

学生可能感到疑惑：在题目中由于电子在不同情况里在磁场中的偏转情况相同，因此求得的面积也应该相同，但为什么解答求得的面积却各不相同？

事实上，在将轨迹圆弧拆分后，再重新组成的区域中，轨迹或许会有重合，又或许分离，这种轨迹组合的“紧密”程度导致求出不同的磁场面积. 因此在考虑此类最小面积的问题时，我们还需全面分析，谨慎考虑.

综上所述，可以发现学生一般容易像“解析”的情况中较武断地进行思考，为了得到答案而答题，忽略解题逻辑，陷入“思维定式”.

英国哲学家培根说：“如果你从肯定开始，必将以问题告终；如果你从问题开始，则终以肯定结束.”所以在习题练习中，学生应该在教师的指导下进行更深一步的逻辑探索，激发求异思维和批判思维.

同时，学生要锻炼“一题多想”的能力，多进行类似问题的训练，多发现问题，思考总结，以此来避免“思维定式”的影响.

参考文献

1　范福生. 磁聚焦问题中“最小面积”的探讨[J]. 物理之友，2014(2)：8 ～ 9