



对堆叠物体保持直立下落条件的探究*

蔡忠琴 邓荣萍 余欣芮 王龙军

(西南大学物理科学与技术学院 重庆 400715)

(收稿日期:2021-02-09)

摘要:相同的物体彼此堆叠,形成独立的塔.通过施加突然的水平力来卸下底部物体,以使塔架的其余部分下降到地面上,并且塔架保持直立.本实验将研究该现象并确定允许塔保持直立的条件.从项目本身出发,选择不同形状的物体进行实验,采用控制变量法对块的数量、块的规格,水平力的大小等相关变量进行实验和探究.先利用所学的动力学知识从理论上分析,再进行具体实验得出相关数据.进一步通过对实验结果的分析 and 建模,建立对其他类似现象的描述.

关键词:堆叠 下落 直立条件 控制变量法 分析与建模

1 引言

本实验基于 IYPT2020“下落的塔”一题.相同的物体彼此堆叠,形成独立的塔,通过施加突然的水平力来卸下底部物体,以使塔架的其余部分下降到地面上,并且塔架保持直立.在日常生活中也有类似的现象,例如,将多枚象棋叠放形成“高塔”,当快速击打最下方的象棋时,在一定条件下,上方象棋能够保持直立下落.为研究该现象并确定允许塔保持直立下落的条件,我们设计了以下方案进行实验和探究.

2 实验方案一

2.1 实验原理

底块在突然的水平力和摩擦力的作用下开始向前近似做匀减速直线运动.对于这个突然的水平力,其作用效果可以等价为给底块施加一个突然的速度.当底块抽出后的末速度刚好为零且下落的塔能保持稳定时,此时施加的初速度即为塔保持稳定对应的最小初速度.在理论推导和实验中,我们将塔的稳定性的稳定性转化为对最小初速度的探究,而后再将该最

小初速度经实验方案的设计转化为对最低高度的探究.

2.1.1 倒塌条件

倒塌条件分析示意图如图 1 所示.

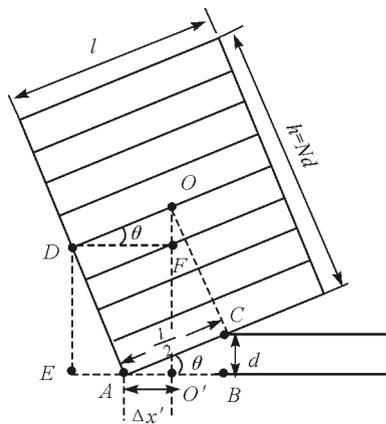


图 1 倒塌条件分析示意图

理想模型中,可认为当底块被抽出 $\frac{1}{2}$ 时,塔的重力作用线开始偏离底块边缘 C,塔开始倾斜,塔的一个顶点 A 落在底块所在的固定水平面上,且此时的倾斜角度最大.若此时塔的重力作用线穿过 AB 间水平线上的点,此时 $\Delta x' > 0$,则塔不会倒塌.

* 西南大学创新训练项目,项目编号:X202010635186

作者简介:蔡忠琴(2000-),女,在读本科生.

通讯作者:王龙军(1987-),男,博士,副教授,主要从事原子核结构与核天体方面的研究.

对三角形 ABC

$$\sin \theta = \frac{d}{l} = \frac{2d}{l}, \text{ 则 } \theta = \arcsin \frac{2d}{l} \quad (1)$$

由 $\triangle ODF \cong \triangle ABC$, 则

$$DF = AB = \frac{d}{\tan \theta}$$

在 $\triangle ADE$ 中

$$AD = \frac{1}{2}h \quad (h \text{ 为塔的总高度, } h = Nd)$$

$$AE = AD \sin \theta = \frac{h \sin \theta}{2}$$

则塔的重力作用线与塔的边缘点之间的水平距离

$$\Delta x' = EO' - AE = DF - AE = \frac{d}{\tan \theta} - \frac{Nd \sin \theta}{2} \quad (2)$$

图 1 中, $\Delta x' = 0$, 重力作用线过支点 A , 处于临界状态, 当 $\Delta x' < 0$ 时, 塔的重力作用线位于 A 点左侧, 则塔在重力作用下会倒塌.

2.1.2 最低高度的理论推导

为给底块提供突然的初速度, 可与底块相连且规格一致的重物从一定高度处自由下落. 最低高度的理论推导示意图如图 2 所示.

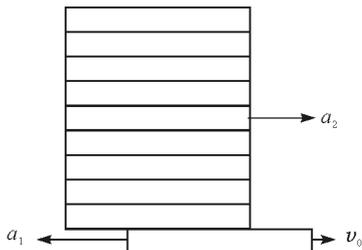


图 2 最低高度理论推导示意图

重物的重力势能转换为动能. 理想情况下, 绳绷直时, 可认为重物与底块发生完全弹性碰撞, 则重物与底块将进行速度交换.

$$\text{由 } m_{\text{重}} gh = \frac{1}{2} m_{\text{重}} v_0^2, \text{ 则 } v_0 = \sqrt{2gh}$$

对底块, 由牛顿第二运动定律, 其加速度

$$a_1 = \frac{\mu_1 (M + m) g + \mu_2 Mg}{m} \quad (3)$$

其中 μ_1 为底块与底板之间的摩擦因数, μ_2 为物块之间的摩擦因数, M 为塔的总质量, m 为底块质量.

同理, 塔的整体加速度

$$a_2 = \mu_2 g \quad (4)$$

对底块进行运动分析, 假设其末速度恰好为零, 由 $v_0 = a_1 t$, 则

$$t = \frac{v_0}{a_1} \quad (5)$$

设底部物块的位移为 x_1 , 塔在抽出过程中产生的位移为 x_2 , Δx 为其相对位移.

对塔进行运动分析如下

$$x_2 = \frac{1}{2} a_2 t^2 \quad (6)$$

底块恰好被抽出后

$$\Delta x = x_1 - x_2 = l \quad (7)$$

联立式(3) ~ (7) 得

$$h = \frac{[\mu_1 (M + m) + \mu_2 M]^2}{[\mu_1 (M + m) + \mu_2 (M - m)] m} l \quad (8)$$

代入相应数据, 则可以算出塔在抽出底块后仍保持稳定时对应的最低高度.

当组成塔的单个物块的质量与底块的质量以及重物的质量相等时, 可以得到更理想的最低高度, 即

$$h = \frac{[\mu_1 (N + 1) + \mu_2 N]^2}{[\mu_1 (N + 1) + \mu_2 (N - 1)]} l \quad (9)$$

其中 N 为组成塔的物块个数. 从该式可以看出, 在单个物块质量与底块质量及重物质量相等条件下, 最低高度 h 与单个物块的质量 m 无关.

2.2 实验装置

实验器材: 若干方形小木块、亚克力板、夹子、铁架台、定滑轮、细线. 实验装置安装示意图如图 3 所示.

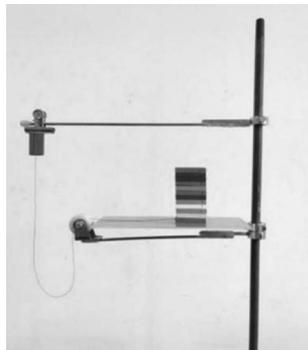


图 3 方案一实验装置安装示意图

2.3 实验内容

将亚克力板和滑轮固定在支架上, 底块与重物用细线相连, 调整滑轮位置, 使细线拉直时与底块的

重心在同一条直线上. 将方块整齐堆叠在亚克力板上. 调节夹子高度, 使重物从不同高度落下. 塔从3块方块开始实验($N=3$). 调整重物高度, 测出使底块刚好抽出而塔不倒对应的最低高度, 将其记录在表格中. 逐个增加塔的块数, 重复以上操作, 最后作出理论和实验的最低高度的趋势曲线进行观察比较.

表1 实验数据与理论数据记录表

M/g	11.06	15.06	18.31	21.81	25.66	28.84	34.94	38.65	42.15	45.09
块数 N	3	4	5	6	7	8	10	11	12	13
下落高度 /cm	16.00	21.00	25.50	31.00	34.80	39.30	46.50	53.00	57.00	60.00
理论高度 /cm	17.43	22.34	26.35	30.67	35.43	39.36	46.91	51.50	55.84	59.48
相对误差 /%	-8.23	-6.01	-3.22	1.08	-1.77	-0.15	-0.87	2.91	2.08	0.88
Δ/cm	-1.43	-1.34	-0.85	0.33	-0.63	-0.06	-0.41	1.50	1.16	0.52
M/g	48.50	51.73	55.07	58.97	62.60	66.48	70.02	73.53	76.76	80.47
块数 N	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23
下落高度 /cm	62.50	66.50	69.50	74.00	79.50	82.00	90.50	96.50	98.00	102.00
理论高度 /cm	63.70	67.71	71.84	76.68	81.17	85.98	90.37	94.72	98.72	103.32
相对误差 /%	-1.89	-1.78	-3.26	-3.49	-2.06	-4.63	0.15	1.88	-0.73	-1.28
Δ/cm	-1.20	-1.21	-2.34	-2.68	-1.67	-3.98	0.13	1.78	-0.72	-1.32

图4中, 横轴为塔的块数 N , 纵轴为下落高度 h . 由图4可知, 实验和理论基本相符. 此外, 在实验过程中, 可以定性得出最小初速度越大, 塔的稳定性越高, 即突然的水平力越大, 塔越稳定的初步结论.

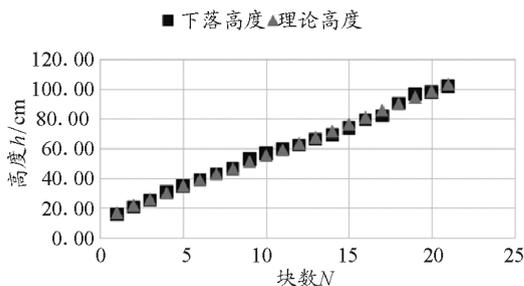


图4 实验高度与理论高度拟合

为研究塔在倒塌过程中更细节的过程, 我们设计了更严谨的方案二进行实验和探究.

3 实验方案二

3.1 实验原理

设塔与底块由 $N+1$ 个圆块组成, 从下到上编号依次为 $0, 1, \dots, N$. 设定参数如下: m 为圆块质量、

2.4 实验结果

$$\text{由式(8)} h = \frac{[\mu_1(M+m) + \mu_2 M]^2}{[\mu_1(M+m) + \mu_2(M-m)]m} l$$

得出各块数对应的最低理论高度, 与实验值进行对比, 实验数据与理论数据见表1, 实验高度与理论高度拟合曲线如图4所示.

g 为重力加速度、 r 为圆块半径、 μ_0 为圆块与底板之间的摩擦系数、 μ_1 为圆块之间的摩擦系数、 F 为施加的作用力、 h 为圆块厚度、 x_i 为第 i 个圆块的位移.

对理想模型, 当底块向右运动时, 上面的塔会受到支持力、重力及向右的摩擦力的作用, 可分为以下3个过程进行讨论.

过程一: 抽离

对底块

$$m \ddot{x}_0 = F - \mu_0(N+1)mg - \mu_1 N m g \quad (10)$$

同理对于其余圆块有

$$m \ddot{x}_1 = f_N - f_{N-1}$$

$$m \ddot{x}_2 = f_{N-1} - f_{N-2}$$

$$m \ddot{x}_3 = f_{N-2} - f_{N-3}$$

.....

$$m \ddot{x}_N = f_1 \quad (11)$$

上式中的 $f_N, f_{N-1}, f_{N-2}, \dots, f_1$, 分别表示相邻两物块之间的静摩擦力大小. 由此可得, 底块以上的

3.3 实验内容

3.3.1 实验设计

设计两组实验如下:

在探究圆块厚度与塔稳定性的关系时,选用 $30\text{ cm} \times 5\text{ cm}$, $30\text{ cm} \times 8\text{ cm}$, $30\text{ cm} \times 10\text{ cm}$ 这3种规格的圆块进行实验;探究圆块直径与塔稳定性的关系时,选用 $30\text{ cm} \times 10\text{ cm}$, $40\text{ cm} \times 10\text{ cm}$, $50\text{ cm} \times 10\text{ cm}$ 这3种规格的圆块进行实验.

3.3.2 实验操作

将亚克力板和滑轮固定,将底块与装有铁球的布袋用细线相连,调整滑轮位置,使细线拉直时与底部物块的重心在同一条直线上.将圆块整齐堆叠在亚克力板上.通过断开电磁铁的开关,突然释放装有铁球的布袋,释放瞬间通过细绳对底块施加一个突然的水平力.通过改变布袋里铁球的个数来改变水平力的大小.

从3块圆块开始实验.调整布袋中铁球的总质量,测量出使底块刚好抽出而塔不倒时布袋中铁球的总质量,将其记录在表格中.

逐个增加圆块个数,重复以上操作.

最后作出相应的趋势曲线进行观察比较,得到一般结论.

3.3.3 数据记录

实验数据记录如表2所示.

表2 不同规格和块数的塔对应的铁球质量记录表

质量/g 块数	规格				
	$50\text{ cm} \times 10\text{ cm}$	$40\text{ cm} \times 10\text{ cm}$	$30\text{ cm} \times 10\text{ cm}$	$30\text{ cm} \times 8\text{ cm}$	$30\text{ cm} \times 5\text{ cm}$
3	79.8	39.2	8.0	14.0	14.0
4	91.0	43.2	18.5	18.1	18.1
5	107.2	47.2	26.2	28.4	22.1
6	119.4	55.6	34.4	36.4	26.2
7	135.6	59.5	42.5	44.6	30.3
8	143.7	64.0	46.6	52.6	32.4
9	145.2	67.5		56.7	34.5
10	158.4	72.0			36.5

由以上实验数据可得圆块厚度相同、直径不同时稳定情况如图8所示;圆块直径相同、厚度不同时

稳定情况如图9所示.

3.4 实验结果

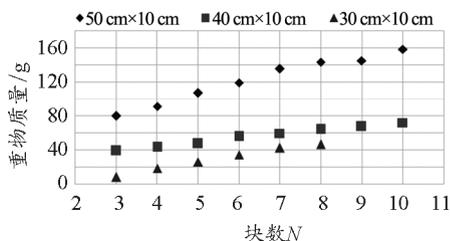


图8 厚度相同、直径不同时数据处理图

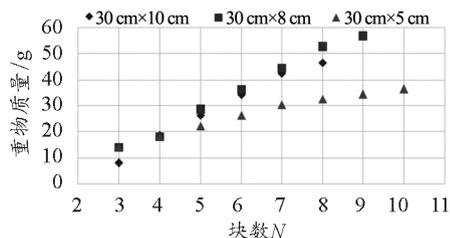


图9 直径相同、厚度不同时数据处理图

从实验结果可以看出,圆块厚度相同时,半径越大抽出底块而塔不倒塌所需的铁球质量越大,即证明其稳定性越高;圆块直径相同时,在误差范围内可以得出,圆块厚度越小,塔越稳定,且堆叠块数越多现象越明显.

4 结论

从以上两个实验方案可知,影响堆叠物体保持直立下落的条件有水平力的大小、物体的规格、块数、高度等,通过实验可得到一般结论如下:

(1) 其他条件一定时,抽出底块的最小速度越大,塔越稳定;即水平方向上突然施加的力越大塔越稳定.

(2) 其他条件一定时,组成塔的块数越多,塔越不稳定.

(3) 其他条件一定时,圆块的半径越大,塔越稳定.

(4) 其他条件一定时,圆块的高度越小,塔越稳定.

参考文献

- 王涵,杨斐翔,刘岩枫,等. IYPT2020 下落的塔实验研究[J]. 应用物理,2020(10):269 ~ 275
- 刘锋涛,张绍发,戴北冰,等. 边坡稳定分析刚体有限元上限法的锥规划模型[J]. 岩土力学,2019(10):4085 ~ 4100
- 韦德泉. 势能函数与刚体的平衡和稳定[J]. 洛阳大学学报,2004,19(2):117 ~ 118

Research on the Condition of Stacked Objects Keeping Upright Falling

Cai Zhongqin Deng Rongping She Xinrui Wang Longjun

(School of Physical Science and Technology, Southwest University, Chongqing 400715)

Abstract: The same objects stack each other to form independent towers. Remove the bottom object by applying a sudden horizontal force so that the rest of the tower falls to the ground and the tower remains upright. This experiment will study such phenomenon and determine the conditions that allow the tower to remain standing. Starting from the project itself, different shapes of objects are selected for experiments, and the control variable method is used to experiment. The number of blocks, the specifications of blocks, the size of horizontal forces and other related variables are explored. First, the kinetic knowledge is analyzed theoretically, and then the relevant data are obtained by specific experiments. Further the description of other similar phenomena is established through the analysis and modeling of the experimental results.

Key words: stacking; falling; erect condition; control variable method; analysis and modeling

(上接第 84 页)

学模式的探索与构建[J]. 教育教学论坛, 2020(52): 59 ~

11 李颖, 岳娇, 袁阿娟. “课程思政”与“线上+线下”实践教

60

Research on the Construction of *Ideological and Political Education of Curriculum and Classroom Integration of Medical Physics*

Zhao Zhanjuan Bian Jiayue Xie Jiamei Zhang Zhiming

(College of Basic Medical Science, Hebei University, Baoding, Hebei 071000)

Zhao Lu Zhao Jianxi

(Affiliated Hospital of Hebei University, Baoding, Hebei 071000)

Abstract: It is an inevitable trend of teaching reform in colleges and universities in China to integrate course ideology and politics into teaching so as to achieve the purpose of cultivating high-quality talents. Accelerating course ideological and political education into the campus and innovating course ideological and political education methods are indispensable for teachers. Medical physics has inherent advantages of integration with "ideological and political elements", so we should make good use of the advantages and give full play to the advantages. Starting from the present situation of medical physics teaching, this paper explores the methods and means of integrating ideological and political education into the teaching, summarizes the experience and shortcomings, and tries to make the course of medical physics and ideological and political education go together, and runs ideological and political work through the whole process of education and teaching.

Key words: medical physics; course education; ideological and political education