

# 探究铁氧体棒在通电线圈中的发声机理

周章怡 文焕然 黄倩妮 严一阳 谭兴文

(西南大学物理科学与技术学院 重庆 400715)

(收稿日期:2021-03-01)

**摘要:**将铁氧体棒插入信号发生器供电的线圈中,在某些频率下,铁氧体棒开始发出声音,这是2020年中国大学生物理学术竞赛(CUPT)的第4题.在交流电设备中存在同样的现象.目前普遍认为这是因为变压器中的铁芯在交变磁场中被磁化,磁致伸缩引起振动而产生噪声,但是对于该现象的详细研究还比较少.我们首先利用敲击法测得铁氧体棒的固有频率,与本文构建的理论模型相验证.然后通过大量的实验探究其发声特性,分析了激励频率、发声频率与固有频率三者的关系.研究发现,以固有频率或者固有频率倍频、分频作为激励频率,均可使铁氧体棒发出声音.固有频率共振声音的主要来源是固有频率,同时泛音列和沉音列对声音也有贡献.

**关键词:**铁氧体棒 共振 固有频率 泛音列 沉音列

## 1 引言

变压器在我们的日常生活中应用十分广泛,可用于输配电系统的升、降电压;电压互感器、电流互感器、用于测量仪表和继电保护装置;能产生高压,对电气设备进行高压试验等.与此同时,变压器铁芯运行中产生的振动噪声严重污染周边环境,此外电抗器在运行过程中的振动噪声过大对变压器安全运行也会构成威胁.因此,如何减小变压器噪声是如今亟待解决的问题.

变压器硅钢铁心材料的磁致伸缩特性是其噪声的主要来源.目前,国内外的研究方向主要集中在测量材料的磁致伸缩特性,如2000年,文献[1]对硅钢材料磁致伸缩作用力和变压器可听噪声之间的相关性进行了研究,研究表明磁致伸缩能解释噪声产生的原因;文献[2,3]对电工钢片的旋转磁致伸缩特性进行了研究,并给出了测量结果;文献[4]从硅钢片材料磁畴微观角度分析其磁致伸缩现象,研究了应力对磁致伸缩特性的影响及其本质模型,并根据弹性固体应力应变本质关系,对铁芯的振动形变进行了分析模拟……但是,对于其噪声发声频率的具体研究还比较少.

受2020年中国大学生物理学术竞赛(CUPT)第4题的启发,我们以镍锌铁氧体棒作为研究材料,通过测量铁氧体棒的噪声频率,详细分析发声频率和固有频率之间的关系.相较于硅钢片而言,镍锌铁氧体棒为软磁材料,在磁场作用下容易发生形变,使发声现象明显且产生的噪声声级较小,它在高频下

涡流损耗也更小,并且能抑制电磁泄露,更有利于研究振动发声的原因和本质,从而减小变压器噪声.

本文以通电线圈中的铁氧体棒作为变压器振动噪声的简化模型,用两根极细的刚性绳在棒的两端将其吊起,棒从线圈中穿过,功率函数信号发生器用来提供交变电流,输出电压最大为21.6 V,输出功率 $\geq 10$  W.首先采取敲击法测量铁氧体棒的固有频率,并通过与理论对比确定测量得到的固有频率是第几个固有频率.之后探究激励频率、发声频率与固有频率三者的关系.在人耳听力范围20 Hz~20 kHz内,当线圈激励频率为铁氧体棒固有频率及固有频率整数倍时,均可观测到线圈中的铁氧体棒的发声现象.铁氧体棒发出声音是由于激励信号与系统的固有振动频率相匹配时,发生共振.共振时系统具有吸收更多能量的趋势,带动空气振动,从而发出声音.在共振发声当中,除了频率与固有频率相同的声音,还存在其整数倍和约数倍频率的声音,称为泛音列和沉音列.除此之外,还新发现了固有频率的约数倍频也能使铁氧体棒发出声音.

## 2 理论模型建立

用两根极细的刚性绳在棒的两端将其吊起,棒从线圈中穿过,线圈的内半径大于棒的半径.未给线圈通正弦交流电时,棒保持静止,以铁氧体棒的中轴为 $x$ 轴建立坐标系,如图1所示.

当给线圈通电后,线圈中会产生磁场,由于磁致伸缩效应棒会沿磁场方向产生形变,即产生 $x$ 方向上的位移,但由于线圈的线度与棒相比较小,因此在

远离线圈的地方,磁场的方向会向  $z$  轴偏移,因此棒的振动同时存在沿  $x$  轴和  $z$  轴的分量,故使用挠度  $\omega'(x,t)$  来描述。



图1 铁氧体棒振动示意图

此时棒的挠度  $\omega'$  和载荷  $q(x)$  之间的关系可以用欧拉-伯努利方程来描述<sup>[5]</sup>

$$\frac{d^2}{dx^2} \left( EI \frac{d^2 \omega'}{dx^2} \right) = q(x)$$

其中  $E$  为棒的杨氏模量,  $I$  为棒的面积惯性矩,  $q(x)$  为棒上的载荷,可以理解为每单位长度上所受的的压力。

当线圈通电之后,铁氧体棒产生振动,动态情况下的棒可以用拉格朗日方程来描述。

棒的拉格朗日量为

$$L = \frac{1}{2} \mu \left( \frac{\partial \omega'}{\partial t} \right)^2 - \frac{1}{2} EI \left( \frac{\partial^2 \omega'}{\partial x^2} \right)^2 + q(x) \omega'(x)$$

其中第一项为动能,第二项为势能,第三项为载荷导致的势能。

将偏导写为更简单的形式得到

$$L = \frac{1}{2} \mu \dot{\omega}'^2 - \frac{1}{2} EI \omega'_{xx}{}^2 + q \omega'$$

拉格朗日方程为

$$\frac{\partial L}{\partial \omega'} - \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{\omega}'} \right) + \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left( \frac{\partial L}{\partial \omega'_{xx}} \right) = 0$$

将方程化简为

$$EI \frac{\partial^4 \omega'}{\partial x^4} = -\mu \frac{\partial^2 \omega'}{\partial t^2} + q$$

实际情况中棒上是没有外加压力的,因此有关  $q$  的项皆为零。

方程的一般解是<sup>[6]</sup>

$$\begin{aligned} \hat{\omega}_n &= A_1 \cosh(\beta_n x) + A_2 \sinh(\beta_n x) + \\ &A_3 \cos(\beta_n x) + A_4 \sin(\beta_n x) \\ \beta_n &= \left( \frac{\mu \omega_n^2}{EI} \right)^{\frac{1}{4}} \end{aligned}$$

由于棒的两端都是自由的,不存在支座,因此弯矩和剪切力都为零,即在  $x=0$  和  $x=L$  处有<sup>[7]</sup>

$$M = \frac{d^2 \hat{\omega}_n}{dx^2} = 0 \quad N = \frac{d^3 \hat{\omega}_n}{dx^3} = 0$$

得到方程在以下条件下才存在非平凡解

$$\cosh(\beta_n L) \cos(\beta_n L) = 1$$

关于此非线性方程,求出其数值解为

$$\frac{\beta_1 L}{\pi} = 1.50562$$

$$\frac{\beta_2 L}{\pi} = 2.49975$$

$$\frac{\beta_3 L}{\pi} = 3.5001$$

$$\frac{\beta_4 L}{\pi} = 4.5000$$

.....

根据  $\beta_n = \left( \frac{\mu \omega_n^2}{EI} \right)^{\frac{1}{4}}$ , 相应的频率为

$$\omega_1 = \beta_1^2 \sqrt{\frac{EI}{\mu}} \quad \omega_2 = \beta_2^2 \sqrt{\frac{EI}{\mu}}$$

$$\omega_3 = \beta_3^2 \sqrt{\frac{EI}{\mu}} \quad \omega_4 = \beta_4^2 \sqrt{\frac{EI}{\mu}}$$

.....

这些频率便是铁氧体棒的固有频率. 相应地,可以得到对应的泛音列频率和沉音列频率  $\frac{1}{n} \omega_n$ .

发出声音的物理过程会自然地产生泛音列和沉音列,由此可知,对于一个给定固有频率  $\omega_n$  的电流,铁氧体棒会发出  $\omega_n, n\omega_n$  和  $\frac{1}{n} \omega_n$  的声音。

但是需要注意的是,泛音列虽然频率高于基音,但是其强度相当弱,因此较难被观察到;而沉音列这种非线性现象的产生只能存在于一些十分受限的条件下<sup>[8]</sup>,且很难发出“下八度或下十二度”以后的沉音<sup>[9]</sup>. 下八度和下十二度对应二分之一沉音和三分之一沉音。

由于棒的  $E$  难以测量,此处并没有给出固有频率的理论计算值,但是通过将两个相邻的固有频率做比值可以将  $\sqrt{\frac{EI}{\mu}}$  消除掉,从而避免了测量  $\sqrt{\frac{EI}{\mu}}$  来对理论结果进行验证,只需将测得的固有频率进行比较便可验证理论,我们将在后面的实验中进行验证。

### 3 实验部分

首先采取敲击法测量铁氧体棒的固有频率,将铁氧体棒用极细的刚性绳吊起,用另一根完全相同的棒敲击,使用频谱分析软件记录声音读取固有频率,实验装置示意图如图2所示。

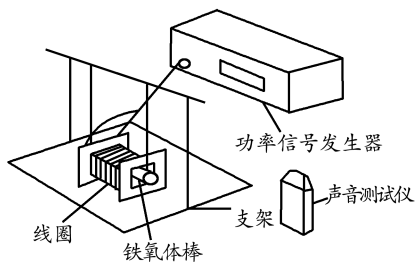


图2 实验装置示意图

以第一个基频为基准,根据铁氧体棒固有频率之间的比值关系

$$\frac{\omega_1}{\omega_2} = 0.362 \quad \frac{\omega_2}{\omega_3} = 0.510 \quad \frac{\omega_3}{\omega_4} = 0.609$$

得到后面的固有频率,与实际测得的固有频率对比,如表1所示.

表1 18 cm 镍锌铁氧体棒理论与实际固有频率对比记录表

固有频率测量值/Hz	固有频率理论值/Hz
1 304	1 304
3 608	3 602
6 844	7 063
11 062	11 598

当电流流过线圈,棒产生振动充当共振器,当信号发生器的频率与棒的固有频率成比例时棒的振幅最大,推动周围的空气产生声波,这便是声音的来源.

铁氧体棒作为一个非线性系统,在共振时自然也会发出泛音列和沉音列的声音.

实验使用函数信号发生器给线圈供应正弦交流电,用两根极细的刚性绳在棒的两端将其吊起并从线圈中穿过.

首先对棒的固有频率共振进行验证,选用18 cm的镍锌铁氧体棒,函数信号发生器依次提供频率与固有频率相同交流电,铁氧体棒发出人耳可闻的声音,用频谱分析仪测量出声音的频率进行记录得到结果如表2所示.

表2 18 cm 镍锌铁氧体棒固有频率  $\omega_n$  共振记录表

激励频率/Hz	响应频率/Hz
1 304	1 301
3 608	3 608
6 844	3 422, 6 844, 13 688
11 062	11 062
16 051	16 051

由于泛音列和沉音列难以观察到,因此只在第3个固有频率处同时观察到了二倍泛音和二分之一沉音.

再对倍频共振进行验证,依然使用相同的棒,实验方法与之前相同.结果如表3和表4所示.

表3 18 cm 镍锌铁氧体棒  $\omega_1$  (1 304 Hz) 倍频共振记录表

激励频率/Hz	响应频率/Hz
2 678(2倍)	2 648
3 928(3倍)	3 939
5 229(4倍)	5 220
6 540(5倍)	6 562
7 843(6倍)	7 875
9 128(7倍)	9 094
10 473(8倍)	10 466
11 757(9倍)	11 737
13 047(10倍)	13 031
14 340(11倍)	14 344
15 642(12倍)	15 656
16 972(13倍)	16 969
18 359(14倍)	18 375
20 874(15倍)	20 862

表4 18 cm 镍锌铁氧体棒  $\omega_2$  (3 608 Hz) 倍频共振记录表

激励频率/Hz	响应频率/Hz
7 181(2倍)	7 219
11 075(3倍)	11 012
14 443(4倍)	14 438
18 037(5倍)	18 094
21 272(6倍)	21 281

以固有频率的倍频作为激励频率也会得到振动发声的结果,但是此时不存在一个激励频率对应多个响应频率的现象.我们还对分频的共振进行了探究,发现对于一个固有频率,其分频也存在共振现象,但是并不是所有的频率都存在分频的共振现象,这与棒的非线性有关,结果如表5所示.

表5 18 cm 镍锌铁氧体棒分频共振记录表

激励频率/Hz	响应频率/Hz
1 711 (6 844 的 $\frac{1}{4}$ 分频)	1 711, 3 422
3 422 (6 844 的 $\frac{1}{2}$ 分频)	3 422, 6 844
5 536 (11 062 的 $\frac{1}{2}$ 分频)	5 536, 11 062

通常来说由于泛音的强度较弱较难被观察到,但是分频的共振都激发出了二倍泛音,这是因为分频与固有频率相比吸收能量的能力是最弱的,因此多余的能量在发出声音时被分给了二倍泛音.

#### 4 结论

本文通过对铁氧体棒的固有频率进行理论计算和实验验证,得到以下结论:

(1)能够使铁氧体棒发声的频率为铁氧体棒的固有频率以及固有频率的整数倍频率和约数倍频率.

(2)无论是哪种频率作为电流激励频率,总有激励频率等于响应频率.

(3)在以固有频率作为激励频率时,除了等于激励频率的声音,还会出现多个响应频率的声音,这些声音就是泛音列和沉音列.但是沉音和泛音由于强度较小,因此很难被观察到.

(4)以固有频率约数倍频率作为激励频率时,响应频率都会出现一个二倍的泛音.这是因为此时的共振为非固有频率共振,分频吸收能量的能力较弱,因此多余的能量被分给了泛音.

#### 参考文献

1 B. Weiser, H. Pfützner and J. Anger. Relevance of magnetostriction and forces for the generation of audible noise of transformer cores [J]. IEEE Transactions on

Magnetics, 2000, 36(5): 3 760~3 776  
 2 Somkun S, Moses A J, Anderson P I, et. al. Magnetostriction anisotropy and rotational magnetostriction of a nonoriented electrical steel [J]. IEEE Trans. on Magnetics, 2020, 46(2): 302~305  
 3 Somkun S, Moses A J, Anderson P I. Measurement and modeling of 2 - D magnetostriction of nonoriented electrical steel [J]. IEEE Transaction on Magnetics, 2012, 48(2): 711~714  
 4 张黎, 王国政, 董攀婷, 等. 基于磁致伸缩本征特性的晶粒取向性变压器铁心振动模型 [J]. 中国电机工程学报, 2016, 36(14): 3 990~4 001  
 5 Seon M. Han, Haym Benaroya and Timothy Wei. Dynamics of Transversely Vibrating Beams using four Engineering Theories [J]. Journal of Sound and Vibration, 1999, 225(5): 935~988  
 6 Mehmet Avcar. Free Vibration Analysis of Beams Considering Different Geometric Characteristics and Boundary Conditions [J]. International Journal of Mechanics and Applications 2014, 4(3): 94~100  
 7 Mauro Caresta. Vibrations of a Free - Free Beam [J]. The Journal of the Acoustical Society of America, 2008, 124 (4): 2 068~2 077  
 8 Dallos, Peter. The Auditory Periphery Biophysics and Physiology [M]. Elsevier, 2012. 82  
 9 Truax Barry. Handbook for Acoustic Ecology [M]. World Soundscape Project, Simon Fraser University, 1999. 137

## Exploration on the Phonation Mechanism of Ferrite Rod in Energized Coil

Zhou Zhangyi Wen Huanran Huang Qianni YanYiyang

(School of physical science and technology, Southwest University, Chongqing 400715)

**Abstract:** The ferrite rod is inserted into the coil supplied by the signal generator, and at certain frequencies, the ferrite rod begins to sound. This is the fourth question of the 2020 Chinese University Student Academic Physics Competition (CUPT). The same phenomenon exists in alternating current equipment. At present, it is generally believed that this is because the iron core in the transformer is magnetized in the alternating magnetic field, and the vibration caused by magnetostriction produces noise, but there are still few detailed studies on this phenomenon. Firstly, the natural frequency of ferrite rod was measured by percussion method and verified with the theoretical model constructed in this paper. Then through a large number of experiments to explore its vocal characteristics, analysis of the excitation frequency, vocal frequency and natural frequency of the relationship between the three. It is found that the sound of ferrite rod can be made by using natural frequency, natural frequency multiplier and natural frequency divider as the excitation frequency. Natural frequency The main source of resonant sound is the natural frequency, while the overtone sequence and the sinking sequence also contribute to the sound.

**Key words:** ferrite rod; resonance; natural frequency; overtone sequence; sink sequence