

对两个“图解法求解平衡问题”典例的解法商榷

戎杰 叶晟波 叶春

(浙江省慈溪中学 浙江 宁波 315300)

(收稿日期:2021-04-28)

摘要:抛却繁琐数学计算,巧用作图破解平衡,化繁为简,生动巧妙.对两个“图解法求解平衡问题”典例的解法商榷,关注临界极值状态,凸显分类讨论的完整严密,培养质疑创新能力,提升科学思维品质.

关键词:图解法 临界极值 分类讨论 科学思维

求解平衡问题的方法有很多,如正交分解法、函数求解法、图解法、正弦定理法、力矩平衡法、虚功原理法等.其中,图解法是一种简单、直观、易于掌握的方法,因其抛却繁琐复杂的数学计算,为提高解题速度提供便捷,师生在解题中使用频率普遍较高.但任何一种方法绝非万能,在具体的使用过程中,一不小心也容易犯错.

文献[1]通过理论分析及典型例证的方式,对“作图法求解动态平衡问题”展开深入研究,逻辑清晰,讨论严谨.此文对“平衡问题”的教学实践产生积极的指导作用,笔者拜读后深受启示.但笔者在研读学习时,发现一处值得商榷的典例研讨,谨提粗鄙之见解.

【例1】^[1]如图1所示,保持结点O的位置不动,在上面两根绳都拉直的情况下(设两绳间夹角为钝角),下面一根绳的拉力 F_1 保持大小不变,方向由 F_3 的反向延长线逆时针缓慢转到 F_2 的反向延长线的过程中, F_2 和 F_3 的大小怎么变化?

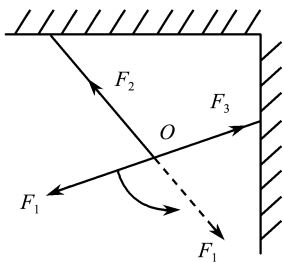


图1 例1题图

文献[1]通过作图法给出了结论: F_3 逐渐减小

到零, F_2 先增大后减小到 F_1 等大.笔者认为此答案有待商榷,分析如下.

如图2所示,以 F_1 大小为半径 r ,结点O为圆心作辅助圆,圆上任意一点到O点的距离都表示拉力 F_1 的大小.作辅助线 mn 平行于 OR 且与辅助圆相切于P点,此时 OP 垂直于切线 mn (即 F_2 方向).作 $m'n'$ 平行于 OA ,与圆相切于Q点,此时 OQ 垂直于切线 $m'n'$ (即 F_3 方向).

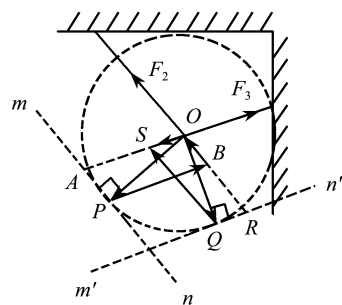


图2 笔者针对例1分析图

拉力 F_1 从 $OA \rightarrow OP \rightarrow OR$ 过程中,通过作图和平行四边形分析可得:

(1) F_1 方向从 $OA \rightarrow OP$ 过程中, F_3 增大(F_3 大小由圆半径 $r \rightarrow |OA|$).

(2) F_1 方向从 $OP \rightarrow OR$ 过程中, F_3 减小(F_3 大小由 $|OA| \rightarrow 0$).

由此可得, F_1 方向转到 OP 处时, $F_{3\max} = |OA|$,即 F_1 在转动过程中, F_3 先变大后变小.

同理,拉力 F_1 方向从 $OA \rightarrow OQ \rightarrow OR$ 过程中,有:

(1) F_1 方向从 $OA \rightarrow OQ$ 过程中, F_2 增大 (F_3 大小由 $0 \rightarrow |OR|$).

(2) F_1 方向从 $OQ \rightarrow OR$ 过程中, F_2 减小 (F_3 大小由 $|OR| \rightarrow$ 圆半径 r).

由此可知, F_1 转到 OQ 处时, $F_{2\max} = |OR|$, 即 F_1 在转动过程中, F_2 也是先变大后变小.

由上述分析可知, 此例的正确结论应是: F_3 先变大后逐渐减小到零, F_2 由零先增大, 后逐渐减小到 F_1 .

小结: 由此例来看, 在使用图解法求解动态平衡问题时, 要注意临界状态时各力的大小是否达到最大(最小)的临界值. 因题设条件两绳间夹角为钝角, 必然会有 F_1 分别与 F_2 和 F_3 垂直的状态, 当 F_1 垂直于 F_2 时, F_3 达到最大值; 当 F_1 垂直于 F_3 时, F_2 达到最大值. 故整个动态平衡过程中, F_2 和 F_3 的大小变化趋势, 必然是相同的(都是先变大后变小), 而这点从对称性的角度也很好理解.

针对“平衡问题”中的一类临界极值问题, 文献[2]“抛却”了常规的正交分解法和函数求解法, 引入“全反力”“摩擦锥”等概念, 并采用图解法巧妙求解, 事半功倍, 展示了科学思维培养的良好路径, 不失为一篇实用而富有技巧性的好文. 但对于文中典例题2的求解过程, 笔者有一些粗浅见解.

【例2】^[2] 如图3所示, 在倾角为 θ 的粗糙固定斜面上, 有一个质量为 m 的物体在水平力 F 作用下, 恰好静止在斜面上. 已知物体与斜面间的动摩擦因数为 μ , 且 $\mu < \tan \theta$, 则推力 F 为多少? (假设最大静摩擦力等于滑动摩擦力)

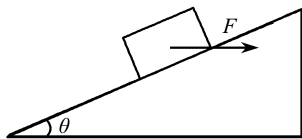


图3 例2题图

文献[2]根据临界状态的特征, 把“恰好静止”分为“恰好不上滑”和“恰好不下滑”两种情况, 并引入“全反力”“摩擦锥”等概念, 用图解法进行了分类讨论, 整体思路值得借鉴学习.

(1) 恰好不下滑

如图4所示, 重力 mg 与水平推力 F 的合力(全反力 $F_{\text{全}}$)恰好在摩擦锥的边缘, 此时物块恰好不下滑.

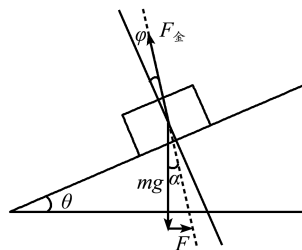


图4 文献[2]针对恰好不下滑分析图

此时全反力的反向延长线与竖直方向的夹角为 α ($\alpha = \theta - \varphi$), 有

$$F = mg \tan \alpha = mg \tan(\theta - \varphi) \quad (1)$$

又由于 $\mu = \tan \varphi$, 可以算出

$$F = mg \frac{\tan \theta - \tan \varphi}{1 + \tan \theta \tan \varphi} = mg \frac{\tan \theta - \mu}{1 + \mu \tan \theta} \quad (2)$$

(2) 恰好不上滑

对于“恰好不上滑”的临界状态, 全反力 $F_{\text{全}}$ 指向左上方, 全反力反向延长线与竖直方向夹角为 β ($\beta = \theta + \varphi$). 因 $\theta + \varphi$ 大小未知, 因此还需分两种情况讨论.

情况 1: $0 < \beta < 90^\circ$, 如图5所示.

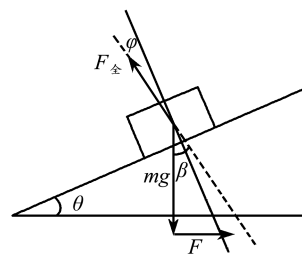


图5 文献[2]针对恰好不上滑 $0 < \beta < 90^\circ$ 情形分析图

$$F = mg \tan \theta = mg \tan(\theta + \beta) \quad (3)$$

$$F = mg \frac{\tan \theta + \tan \varphi}{1 - \tan \theta \tan \varphi} = mg \frac{\tan \theta + \mu}{1 - \mu \tan \theta} \quad (4)$$

文献[2]仅讨论了上述 ($0 < \beta < 90^\circ$) 这种情况, 对于 $\beta \geq 90^\circ$ 的情况, 笔者认为有必要进一步讨论.

(下转第152页)

准分的增量基础上根据学生成长规律用系数进行调整,评价学生、班级、教师、学科的教学质量,评价信息为师生优化教与学的策略提供科学依据。

通过物理教学质量标准研制,构建物理教学评价体系,将“以学论教”教学过程发展性评价融入教学全过程,以“评”促“教”,以“评”促“学”,以“评”促“研”,推进新课改,实现学生核心素养发展。

参考文献

1 郑志湖. 以学论教:教学过程发展性评价[J]. 基础教育课

程,2017(2):100~104

2 王少非. 促进学习的课堂评价[M]. 上海:华东师范大学出版社,2018.12

3 郑志湖. 基于以学论教的三位一体评价[M]. 杭州:浙江科技出版社,2014.3

4 教育部. 普通高中物理课程标准[M]. 北京:人民教育出版社,2020

5 崔允漭. 基于标准的学生学业成就评价[M]. 上海:华东师范大学出版社,2008

Constructing the Evaluation System of Physics Teaching to Promote the Development of Students' Core Accomplishment

Zheng Zhihu

(Zhejiang Tiantai High School, Taizhou, Zhejiang 317200)

Abstract: The construction of the evaluation system of physics teaching is an important means to promote the new curriculum reform. According to the five-level division of academic quality, the grade model is constructed, the performance evaluation of physics learning process is designed, and the homework design evaluation of “learning as the center” is designed. Based on big data and a large number of empirical cases, the developmental evaluation of physics classroom teaching is constructed. Through the establishment of time norm, the process evaluation of “student-problem-time” in large unit teaching is constructed. Based on the increment of the development of core accomplishment, the developmental incremental evaluation of academic level is constructed to promote the development of students' physics core accomplishment.

Key words: physics teaching; core accomplishment; evaluation system; performance evaluation; developmental evaluation

(上接第147页)

情况2: $\beta \geq 90^\circ$, 如图6所示。

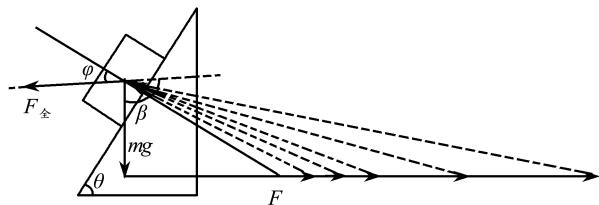


图6 笔者针对恰好不上滑 $\beta \geq 90^\circ$ 情形分析图

在 $F > mg \tan \theta$ 的情况下,无论 F 多大,重力 mg 与 F 的合力总在摩擦角 φ 范围内.故无论 F 多大,物块都能保持静止,物块处于“自锁”状态。

小结: 由此例来看, $\beta \geq 90^\circ$ 的这种情况虽不满足题干所述的“物块恰好静止在斜面上”这种临界条件.但从培养学生物理思维的严谨性,解题过程的完整性、规范性的角度来说,笔者认为第2种情况的讨

论不能舍去或缺失,此举是非常重要且有意义的教学环节.此外,也是分类讨论思想在物理习题教学中的重要体现。

综上所述,文献[1,2]两文抛却繁琐的数学计算,巧用作图破解平衡,化繁为简,生动巧妙,给“平衡问题”的教学实践提供了全新思路,对两文典例求解中细节的商榷,旨在凸显对临界状态极值问题的关注,强调分类讨论的完整严密在物理教学中的重要意义,培养质疑创新能力,提升科学思维品质。

参考文献

1 谢志刚. 图解法求解动态平衡问题的条件探究[J]. 物理教学探讨,2019(12):58~60

2 吴高年. 引入全反力和摩擦角巧解高中物理斜面问题[J]. 物理教学,2020(7):64~66