

两串联弹簧等效质量的研究*

——基于多普勒效应综合实验仪

何香林 刘竹琴

(延安大学物理与电子信息学院 陕西 延安 716000)

(收稿日期:2021-05-01)

摘要:利用多普勒效应综合实验仪进行实验测量,Excel处理数据,得到两串联弹簧的等效质量分别与两单弹簧自身质量、劲度系数以及所处位置之间的关系.研究内容对研究复杂弹簧振子系统的等效质量具有一定的参考价值.

关键词:多普勒效应综合实验仪 两串联弹簧 等效质量

当弹簧可视为轻质弹簧时,满足胡克定律^[1,2],但在研究实际弹簧振子的振动问题时,大多时候弹簧不可视为轻质弹簧,文献[3]详细阐述了有质量弹簧对振动的影响,也有大量文献研究了单弹簧的等效质量^[4~6],这为本文提供了理论基础与思考方向.在实际工程应用中往往不只是有单弹簧与振子组成的振动系统,更多的是诸如两弹簧串联、两弹簧并联、多弹簧串联等分别与振子组成的复杂弹簧振子系统,复杂弹簧振子等效质量的确定仍有待研究.因为在竖直方向上弹簧质量对振动周期影响最大^[7],实验效果最为明显,所以本文将对竖直方向上两串联弹簧的等效质量进行研究.研究结果为多弹簧串联等效质量的确定以及实际工程应用提供了实验基础,使学生了解到振动周期不仅与振子质量、弹簧劲度系数有关,还与弹簧自身质量、位置分布有关.

1 实验原理与实验装置

1.1 实验原理

1.1.1 周期的测量

多普勒效应综合实验仪可以设置采样步距、采样次数,并且能够采集弹簧振子振动的 $v-t$ 图像.在简谐振动过程中,采集到的 $v-t$ 图呈三角函数图像,方向相同且最大的相邻两个速度所对应的采样

次数之差乘以采样步距的值等于周期.为方便计算以及减小实验误差,采样步距设置为 0.1 s,采样次数设置为最多次数 150 次,第 b 次(即最后一次)与第 1 次速度最大且方向相同的采样次数之差设为 $N_b - N_1$,则周期的计算满足式(1),即

$$T = \frac{N_b - N_1}{b - 1} \times 0.1 \quad (1)$$

1.1.2 等效质量的测量

在研究有质量弹簧与振子所组成的振动系统的运动规律时,周期计算公式如式(2)^[8], T, κ, m_0, m 分别为振动周期、弹簧劲度系数、振子质量、弹簧等效质量,两边平方整理得式(3).在此实验中,收集多组振子质量和与之对应的周期平方的值,作 $T^2 - m_0$ 的二元一次函数图,设其斜率为 a 、截距为 d ,联立式(3)、(4)便可求出等效质量的测量值.

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m_0 + m}{\kappa}} \quad (2)$$

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{\kappa} m_0 + \frac{4\pi^2}{\kappa} m \quad (3)$$

$$m = \frac{d}{a} \quad (4)$$

1.2 实验装置

实验装置由红外接收器、自由落体组件、底座及发生器、电磁阀、保护盒、砝码、电子秤、质量分别为

* 2019年延安大学研究生教育教学改革研究项目资助,项目编号:YDYJG2019018

作者简介:何香林(1997-),女,在读硕士研究生,研究方向为学科教学(物理).

通讯作者:刘竹琴(1968-),女,教授,硕士生导师,主要从事实验物理的教学与科研工作.

5.8 g 与 11.0g 的两弹簧及导轨组成. 当两弹簧串联时, 挂上振子后弹簧伸长量过大, 为得到足够的实验数据以达到减小实验误差的目的, 需将两导轨串联, 此时需放置保护盒, 如图 1 所示.

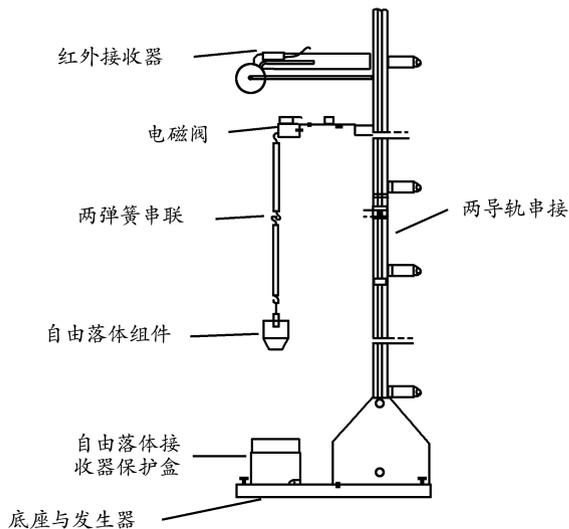


图 1 测量两串联弹簧等效质量的实验装置图

2 实验方法与测量举例

2.1 实验方法

(1) 令质量为 5.8 g 的弹簧为弹簧 1, 11.0 g 的弹簧为弹簧 2, 当两弹簧串联后, 弹簧 1 在固定端, 即弹簧 1 悬挂于电磁阀上方的挂钩孔中, 振子悬挂于弹簧 2 一端, 实验步骤如下:

1) 设置好多普勒效应综合实验仪的相关参数, 将电子秤称量好的振子质量记录于表 1, 适当下拉振子使系统做简谐运动, 待其稳定后, 开始采集 $v-t$ 图像.

2) 为减小实验误差, 多次采集 $v-t$ 图像, 多次记录第一次与最后一次速度最大且方向相同采样次数的差, 并取平均值, 利用式(1)可得周期, 再平方即可得出周期平方的值并记录于表中.

3) 改变振子质量, 重复上述步骤, 共收集 6 组振子质量和与之对应的周期平方的值.

4) 在 Excel 中输入 6 组数据, 得二元一次方程, 并作出 $T^2 - m_0$ 函数图像, 联立式(3)、(4)求出等效质量的测量值.

5) 利用函数图像以及测量值, 研究等效质量与两单弹簧自身质量、劲度系数的关系.

(2) 当弹簧 2 在固定端时, 步骤同上, 并比较两

次的测量值是否一致.

2.2 测量举例

2.2.1 数据记录

(1) 振子质量分别为 101.0 g, 118.0 g, 134.0 g, 145.9 g, 167.9 g, 178.1 g, 周期平方取小数点后 4 位. 弹簧 1 悬挂于固定端时, 所得数据如表 1 所示.

表 1 弹簧 1 悬挂于固定端时的数据记录表

m_0/g	101.0	118.0	134.0	145.9	167.9	178.1
b	10	9	9	8	8	8
$N_b - N_1$	138.5	133.0	141.5	129.0	137.5	141.0
T^2/s^2	2.368 2	2.763 9	3.128 5	3.396 1	3.858 4	4.057 3

(2) 弹簧 2 悬挂于固定端时, 所得数据如表 2 所示.

表 2 弹簧 2 悬挂于固定端时的数据记录表

m_0/g	101.0	118.0	134.0	145.9	167.9	178.1
b	10	10	9	8	8	8
$N_b - N_1$	135.0	146.0	139.0	126.0	134.5	139.0
T^2/s^2	2.250 0	2.631 6	3.018 9	3.240 0	3.691 9	3.943 1

2.2.2 数据处理

(1) 弹簧 1 悬挂于固定端所对应的线性回归曲线, 如图 2 所示, 其相关系数 R^2 为 0.999 2, 趋近于 1, 趋势线精确度较高.

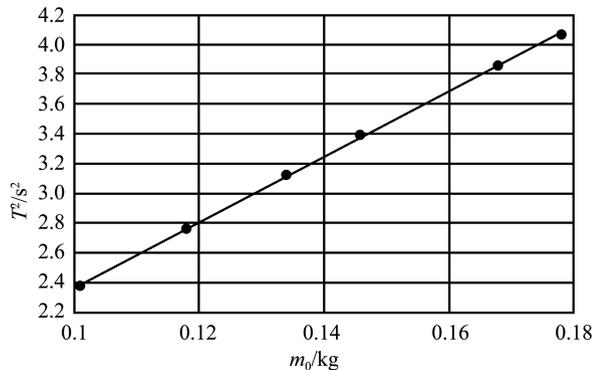


图 2 弹簧 1 悬挂于固定端的 $T^2 - m_0$ 函数曲线图

图 2 所对应的线性回归方程为

$$T^2 = 21.937m_0 + 0.172 6 \quad (5)$$

此时 a 为 21.937, d 为 0.172 6, 代入式(4), 保留小数点后 4 位, 解得弹簧等效质量的测量值为 7.868 0 g.

经测量, 弹簧 1 的劲度系数为 3.087 1, 弹簧 2 的劲度系数为 4.561 0, 测量方法与等效质量测量方

法类似,不同之处便是只需知道 $T^2 - m_0$ 函数图像的斜率即可求出劲度系数,这里不再赘述. 设等效质量与两单弹簧自身质量的关系如式(6), c_1 与 η 满足的函数关系如式(7), c_2 与 η 满足的函数关系如式(8), η 为悬挂振子端与固定端弹簧劲度系数的比值^[9]. m_1, κ_1, c_1 分别为固定端弹簧的质量、劲度系数、相关系数, m_2, κ_2, c_2 为悬挂振子端弹簧的质量、劲度系数、相关系数.

$$m = c_1 m_1 + c_2 m_2 \quad (6)$$

$$c_1 = \frac{\eta^2}{3(1+\eta)^2} \quad (7)$$

$$c_2 = \frac{3\eta^2 + 3\eta + 1}{3(1+\eta)^2} \quad (8)$$

$$\eta = \frac{\kappa_2}{\kappa_1} \quad (9)$$

联立式(6)~(9)解出此时等效质量的理论值为 7.844 9 g, 约等于测量值. 理论值与测量值的百分误差为 0.29%, 在误差范围内, 则假设成立.

(2) 弹簧 2 悬挂于固定端所对应的线性回归曲线, 如图 3 所示. 其相关系数 R^2 为 0.998 9, 趋近于 1, 趋势线精确度较高.

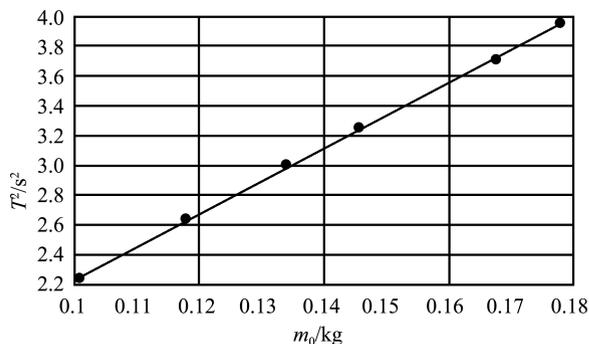


图 3 弹簧 2 悬挂于固定端的 $T^2 - m_0$ 函数曲线

图 3 所对应的线性回归方程为

$$T^2 = 21.679m_0 + 0.0765 \quad (10)$$

此时 a 为 21.679, d 为 0.076 5, 代入式(4), 保留小数点后 4 位, 解得弹簧等效质量的测量值为 3.528 8 g, 与弹簧 1 悬挂于固定端所得等效质量的值不一致.

联立式(6)~(9)解出此时等效质量的理论值为 3.626 1 g, 约等于测量值. 理论值与测量值的百分误差为 2.68%, 在误差范围内, 则假设成立.

综上所述:

(1) 竖直方向两串联弹簧的等效质量与弹簧的位置分布有关;

(2) 等效质量的大小与单弹簧自身质量、劲度系数满足关系式(6)~(9).

3 结束语

本文设计了基于多普勒效应综合实验仪研究两串联弹簧等效质量的方案, 并将标准值与测量值进行了比较, 实验误差分别为 0.29% 和 2.68%, 结果精确度较高. 但本文在最初收集、处理实验数据过程中得出的百分误差较大, 在多次收集、处理实验数据后, 才最终得出误差较小的等效质量的测量值. 究其原因:

(1) 与研究等效劲度系数不同的是, 研究等效质量所要求的精确度更高;

(2) 采用质量较轻的弹簧, 函数图像斜率与截距的微小变化都会严重影响到等效质量的测量值与理论值的百分误差.

通过本次实验, 可以提高学生的创新意识、竞争与合作意识、科技意识, 以及培养学生批判、严谨认真、实事求是的科学态度.

参考文献

- 1 郑金. 复杂弹簧振子的等效质量和劲度系数[J]. 物理教学, 2018, 40(6): 49~52
- 2 柯红卫, 刘坦, 赵耀. 有质量弹簧的振动与弹性力[J]. 大学物理, 2013, 32(5): 17~18
- 3 李清政. 弹簧的等效质量[J]. 湖北民族学院学报(自然科学版), 2004, 22(1): 29~31
- 4 徐月明. 弹簧质量对振子振动周期影响的实验研究[J]. 物理通报, 2010(11): 64~65
- 5 刘世清. 弹簧等效质量的一种简易推导[J]. 物理通报, 1999(11): 46
- 6 周俊敏, 王玉梅. 弹簧质量与弹簧振子振动周期关系的探讨[J]. 周口师范学院学报, 2009, 26(5): 58~60
- 7 张忠厚. 实际弹簧振子的振动问题[J]. 辽宁工程技术大学学报(自然科学版), 2010, 29(A01): 173~175
- 8 杨述武, 马莨生, 贾玉民, 等. 普通物理实验(第 1 册)[M]. 北京: 高等教育出版社, 2000. 143~147
- 9 李立建, 徐音. 基于瑞利法的多弹簧串联等效质量的确定[J]. 周口师范学院学报, 2016, 33(5): 60~64