

类斜抛运动探析

王 磊

(锦州医科大学医疗学院 辽宁 锦州 121000)

(收稿日期:2021-07-31)

摘要:类斜抛运动情形多、易混淆,是高中物理重难点内容,多以复合场为背景进行考查,常以高考压轴题形式出现.本文探析了类斜抛问题通用的求解方法.

关键词:类斜抛 分解 等时性

抛体运动一直是高考的重要考点,主要包括平抛运动、斜抛运动、类平抛运动和类斜抛运动,通常以带电粒子在匀强电场、重力场组成的复合场的运动为背景,全面考查学生建构物理模型及应用数学知识解决物理问题的能力^[1].

类斜抛运动是指初速度方向与合外力方向不垂直的匀变速曲线运动,其他抛体运动都可以看成类斜抛运动的特殊情况,具体关系如图1所示.

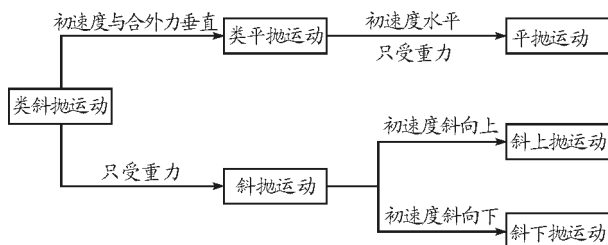


图1 类斜抛运动与其他抛体运动的关系

对于匀变速曲线运动,总的处理思路是化曲为直,通常利用合运动与分运动之间的独立性、等时性、等效性,转化为两个相互垂直的直线运动,以方便求解.类斜抛运动类型多,情况复杂,要根据实际情况选择分运动^[2].

1 只受一个力

将粒子初速度分解到沿着力和垂直力方向,沿着力方向按照匀变速直线运动处理,垂直力方向按照匀速直线运动处理.

【例1】如图2所示,平行板电容器两极板的间距为 d ,极板与水平面成 45° ,上极板带正电.一电荷量为 $q(q > 0)$ 的粒子在电容器中靠近下极板处,以

初动能 E_{k0} 竖直向上射出.不计重力,极板尺寸足够大,若粒子能打到上极板,则两极板间电场强度的最大值为()

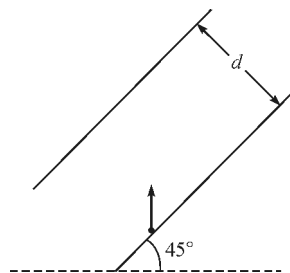


图2 例1题图

- A. $\frac{E_{k0}}{4qd}$ B. $\frac{E_{k0}}{2qd}$
C. $\frac{\sqrt{2}E_{k0}}{2qd}$ D. $\frac{\sqrt{2}E_{k0}}{qd}$

解析:带电粒子只受电场力,方向垂直平行板向右下.将粒子的速度 v_0 分解为垂直于板的 v_y 和平行于板的 v_x ,如图3所示.

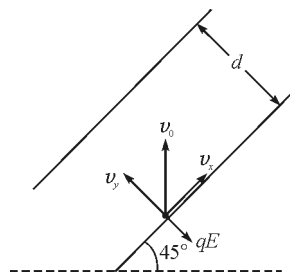


图3 粒子速度 v_0 分解图示

粒子初速度在垂直于板的方向的分速度

$$v_y = v_0 \sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} v_0$$

电场足够大时,粒子到达上极板时速度恰好与

上极板平行,即粒子垂直于极板方向的速度 $v'_y=0$.

根据运动学公式有

$$v_y^2 - v'_y{}^2 = 2 \frac{qE}{m} d$$

又知

$$E_{k0} = \frac{1}{2} m v_0^2$$

联立以上各式,得

$$E = \frac{E_{k0}}{2qd}$$

故选项 B 正确.

2 受到两个垂直的力 其中一个力与速度共线

粒子在两个力的方向均按照匀变速直线运动处理.

【例 2】一质量为 m , 带电荷量为 $+q$ 的小球从距地面高为 h 处以一定的初速度水平抛出. 在距抛出点水平距离为 L 处, 有一根管口比小球直径略大的竖直细管, 管的上口距地面 $\frac{h}{2}$. 为使小球能无碰撞地通过管子, 可在管子上方的整个区域里加一个场强方向水平向左的匀强电场, 如图 4 所示, 求:

- (1) 小球的初速度 v_0 ;
- (2) 电场强度 E 的大小.

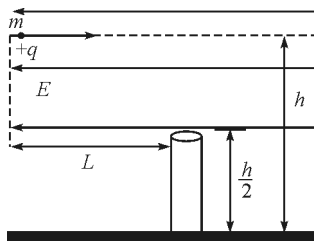


图 4 例 2 题图

解析: 假设小球初速度为 v_0 , 运动到管口所用的时间为 t .

- (1) 小球在竖直方向做自由落体运动, 有

$$\frac{h}{2} = \frac{1}{2} g t^2$$

在水平方向上做末速度为零的匀减速直线运动, 有

$$L = \frac{v_0 + 0}{2} t$$

联立解得

$$v_0 = 2L \sqrt{\frac{g}{h}}$$

- (2) 水平方向, 根据牛顿第二定律, 有

$$qE = ma$$

由运动学公式, 有

$$0 - v_0^2 = 2 \left(-\frac{qE}{m} \right) L$$

联立解得

$$E = \frac{2mgL}{qh}$$

3 受到两个垂直的力 两个力与速度均不共线

将粒子初速度分解到两个力的方向, 两个方向均按照匀变速直线运动处理.

【例 3】如图 5 所示, 一个充好电与电源断开的竖直放置的平行板电容器, 左极板带负电, 右极板带正电, 板间电场可视为匀强电场. 一个质量为 m , 带电荷量为 $-q$ 的油滴, 从点 O 以速度 v 射入板间, v 的方向与水平方向成 θ 角, 油滴到达运动轨迹的最高点 N (图中未标出) 时, 速度大小又为 v , 并恰好垂直打在电容器的极板上, 重力加速度为 g . 求:

- (1) 最高点 N 与点 O 的电势差 U_{NO} ;
- (2) 板间的场强 E 的大小.

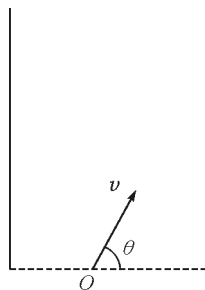


图 5 例 3 题图

解析: 油滴到达最高点 N 时速度大小为 v , 方向水平.

油滴从点 O 到点 N 运动过程中, 由动能定理有: $W_G + W_{电} = 0$, 重力做负功, 所以电场力一定做正功. 油滴带负电, 最高位置一定在点 O 的右上方, 即垂直打到右板上.

- (1) 油滴在水平方向做匀加速直线运动, 初速度为 $v \cos \theta$, 末速度为 v .

由动能定理得

$$-qU_{ON} = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}m(v\cos\theta)^2$$

解得

$$U_{NO} = \frac{mv^2 \sin^2\theta}{2q}$$

(2) 油滴在竖直方向上做竖直上抛运动, 初速度为 $v\sin\theta$.

油滴由 O 运动到 N 的时间

$$t = \frac{v\sin\theta}{g}$$

水平方向的位移

$$d = \frac{v\cos\theta + v}{2}t = \frac{v^2(1 + \cos\theta)\sin\theta}{2g}$$

电场强度大小

$$E = \frac{U_{NO}}{d} = \frac{mg\sin\theta}{q(1 + \cos\theta)}$$

4 受到两个共线的力

将粒子初速度分解到沿着力和垂直力方向, 沿着力方向按照匀变速直线运动处理, 垂直力方向按照匀速直线运动处理.

【例 4】如图 6 所示, 在空间中水平面 MN 的下方存在竖直向下的匀强电场, 质量为 m 的带电小球由 MN 上方的 A 点以一定初速度水平抛出, 从 B 点进入电场, 到达 C 点时速度方向恰好水平, A, B, C 三点在同一直线上, 且 $AB = 2BC$, 由此可知()

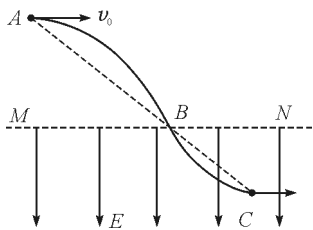


图 6 例 4 题图

- A. 小球带正电
 B. 电场力为 $3mg$
 C. 小球从 A 到 B 与从 B 到 C 的运动时间之比为 $2:1$
 D. 小球从 A 到 B 与从 B 到 C 的速度变化量大小相同

解析: 小球从 A 到 B 为平抛运动, 从 B 到 C 为类

斜抛运动, 本题可按照运动的独立性处理.

在水平方向, 小球从 A 到 C 运动过程中始终做匀速直线运动. 又 $AB = 2BC$, 小球从 A 到 B 与从 B 到 C 的运动时间之比 $2:1$, 故选项 C 正确.

在竖直方向上, 小球从 A 到 B 为自由落体运动, 从 B 到 C 为末速度为零的匀减速直线运动.

电场力方向向上, 场强方向向下, 则小球带负电, 故选项 A 错误.

设小球在 B 点的竖直速度为 v , 在 AB 段, 有

$$v = gt_{AB}$$

在 BC 段, 有

$$v = a \cdot \frac{1}{2}t_{AB}$$

又

$$Eq - mg = ma$$

解得

$$Eq = 3mg$$

故选项 B 正确.

小球从 A 到 B 与从 B 到 C 的水平速度不变, 竖直方向速度变化量大小相同, 故选项 D 正确.

故答案为选项 B, C, D.

5 受到两个不垂直不共线的力 其中一个力与速度共线

将与粒子速度不共线的力分解到速度方向和垂直速度方向, 两个方向均可按照匀变速直线运动处理.

【例 5】(原创题) 如图 7 所示, 在地面上方区域存在足够大的匀强电场, 电场强度为 E , 且与竖直方向夹角为 θ . 一质量为 m , 带电荷量为 $+q$ 的小球从地面上 A 点以初速度 v_0 竖直向上抛出, 落到地面上 B 点(图中未标出), 重力加速度为 g . 求: AB 间的距离.

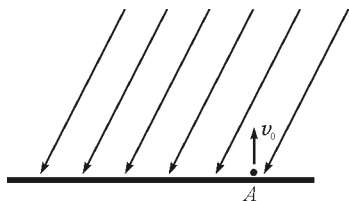


图 7 例 5 题图

解析:带电小球从A到B运动的过程中,竖直方向做匀减速直线运动,加速度为

$$a_y = \frac{Eq \cos \theta + mg}{m}$$

从A到B的时间

$$t = \frac{2v_0}{a_y} = \frac{2mv_0}{Eq \cos \theta + mg}$$

在水平方向做初速度为零的匀加速直线运动,加速度

$$a_x = \frac{Eq \sin \theta}{m}$$

AB间的距离

$$x = \frac{1}{2} a_x t^2 = \frac{1}{2} \frac{Eq \sin \theta}{m} \left(\frac{2mv_0}{Eq \cos \theta + mg} \right)^2 = \frac{2Eqm v_0^2 \sin \theta}{(Eq \cos \theta + mg)^2}$$

6 受到两个不垂直不共线的力 两个力与速度均不共线

此类情况单纯考虑分解力或者分解速度会有多种情形,处理时较为复杂.这里给出一种通用的方法——正交分解法,因力和速度都是矢量,可使尽可能多的矢量在坐标轴上,将不在轴上的矢量分解到坐标轴上,再对坐标轴方向分别列方程求解.对于所有情形类斜抛运动,此方法均可方便求解.

【例6】如图8所示,空间存在一匀强电场,与水平方向的夹角为 30° ,AB与电场垂直,一质量为 m ,电荷量为 q 的带正电小球以初速度 v_0 从A点水平向右抛出,经过时间 t 小球最终落在C点,速度大小仍是 v_0 ,且 $AB=BC$,求:

- (1) 电场强度 E ;
- (2) 小球下落高度 h .

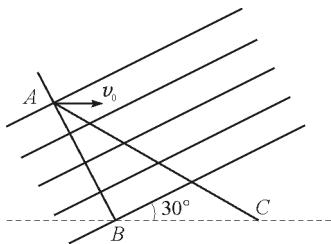


图8 例6题图

解析:由A点向BC作垂线,交BC于M;由C点

向AB作垂线,交AB于N,如图9所示.

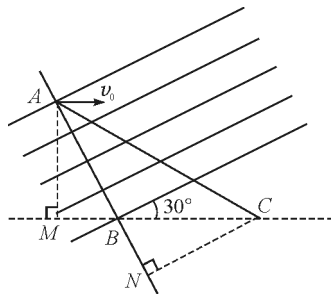


图9 正交分解法处理复杂类斜抛运动图示

(1) 小球在下落过程中初末速度不变,由动能定理可知

$$W_G + W_{\text{电}} = 0$$

即

$$mg \cdot AB \sin \angle ABM - Eq \cdot BC \cos \angle BCN = 0$$

解得

$$E = \frac{mg}{q}$$

由于带正电小球在下落过程中重力做正功,则电场力做负功,故电场强度方向斜向下.

(2) 将电场力按照水平方向和竖直方向分解,在水平方向,有

$$a_x = \frac{Eq \cos 30^\circ}{m} = \frac{\sqrt{3}}{2} g$$

在竖直方向,有

$$a_y = \frac{Eq \sin 30^\circ + mg}{m} = \frac{3}{2} g$$

小球下落高度

$$h = \frac{1}{2} a_y t^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{2} g t^2 = \frac{3}{4} g t^2$$

综上,处理类斜抛运动需根据实际情况分解力或分解速度.如果从力和速度的矢量特性出发,采用正交分解法,将不在轴上的矢量分解,所有情景均可方便求解.对于类平抛运动等抛体运动,此方法依然适用.

参考文献

- 1 郑金. 利用抛体运动的一个结论巧解物理题[J]. 物理教学, 2019, 41(2): 50 ~ 53
- 2 邵永. 类斜抛的多角度分析[J]. 教学考试, 2019(31): 30 ~ 32