

# 小议流体情境中的相互作用和功率问题

段宝维 张燕怡

(中国人民大学附属中学 北京 100080)

(收稿日期:2021-09-10)

**摘要:**以水流冲击、喷泉托物等实际情境为代表的流体问题,源于生活、富有趣味性,是将情境与物理模型结合,培养学生应用力学工具解决具体问题的良好素材.讨论了流体情境中的两类常见问题(求流体作用力和流体喷射功率),针对学生学习中采用动量、能量方法常得出不自洽结果的常见疑惑,从对概念规律深入理解的角度,对错因进行了分析讨论,并全方位、多层次地进行了拓展.

**关键词:**流体 动能 动量 情境 建模

## 1 背景介绍

2020年《普通高中物理课程标准》特别重视问题“情境”,一共有67处提到“情境”问题,强调问题、任务、试题情境,并把学生将“情境与知识相联系的水平”作为学业质量检测的高阶要求,具体又细化为:将情境中的经历转化为物理探究过程、将情境中的故事情节转化为物理现象、将描述情境的文字转化为物理表述、将情境中需要完成的工作转化为相应物理问题<sup>[1]</sup>.

我们常说某个问题出得很“活”,其“活”的本质之一在于情境的转化,能否把问题中的实际情境转化成解决问题的物理情境,建立相应的物理模型,这是应用物理观念思考问题、应用物理知识分析解决问题的关键.在物理教学中,应让学生获得在实际情境中解决物理问题的大量经验,形成把情境与知识相关联的意识.

流体问题,如高压水枪冲击、喷泉托举物体、气体压强微观解释、离子发动机反冲、自动称米机的争议……取材于生活实际,现象常见而富有一定趣味性,是将情境与物理模型结合,培养学生应用力学工具解决具体问题的良好素材<sup>[2~5]</sup>,属于综合性强、难度较大、对能力要求较高的题目,多见于高考和各类高三模拟测试中.

流体情境的常见问题分为两类:(1)讨论流体

与环境的相互作用,常规方法是微元思想配合动量定理求解;(2)讨论流体喷射的功率,常规方法是应用能量转化关系.学生在具体思考的过程中常有质疑,为何对于同一问题,不同方法讨论的结果经常不自洽;如用能量观点求流体作用力,或基于相互作用和功的定义计算流体功率,往往与正确答案不符.究其原因,在于没能建立合适的理想化模型,对物理规律的适用条件、研究对象范围把握得不够清晰准确.

本文试图回顾流体情境中的经典问题,从概念、规律的深入理解角度,厘清学生们的常见误区,并基于中学物理的常见模型,做一些拓展讨论.

## 2 问题回顾

如下是流体情境中涉及相互作用的经典例题.

**【例1】**水流射向墙壁,会对墙壁产生冲击力.假设水枪喷水口的横截面积为 $S$ ,喷出水流的流速为 $v$ ,水流垂直射向竖直墙壁后速度变为零.已知水的密度为 $\rho$ ,重力加速度大小为 $g$ ,求墙壁受到的平均冲击力 $F$ .

此题的传统解法如下:

取 $\Delta t$ 时间内入射到墙面上的一小段水柱为研究对象,水柱质量 $\Delta m = \rho S v \Delta t$ ,受到墙壁反作用力 $F'$ ,动量由 $\Delta m v$ 变为零,设水柱入射方向为正方向,由动量定理

$$-F' \Delta t = 0 - \Delta m v = 0 - (\rho S v \Delta t) v$$

解得

$$F = F' = \rho S v^2$$

但如果用动能定理求解,认为墙壁对水做功

$$W = -F(v\Delta t)$$

于是由动能定理

$$-F(v\Delta t) = 0 - \frac{1}{2}\Delta m v^2 = 0 - \frac{1}{2}(\rho S v \Delta t)v^2$$

就会得到错误的结果

$$F = F' = \frac{1}{2}\rho S v^2$$

这个结果虽与用动量定理的结果相似,但系数相差 $\frac{1}{2}$ ,问题何在?

以下是流体情境中涉及功率的经典例题.

**【例2】**(人教社2019版《物理·必修2》教材P94练习6):图1是某城市广场喷泉喷出水柱的场景.从远处看,喷泉喷出的水柱超过了40层楼的高度;靠近看,喷管的直径约为10 cm.请你据此估计用于给喷管喷水的电动机的输出功率至少有多大?



图1 城市广场喷泉场景

根据功能关系,喷泉喷水功率应等于水在单位时间内获得的动能,通过喷水高度估算水流出时的速度 $v$ ,通过喷管直径 $d$ 和出口速度 $v$ 估算单位时间喷出的水量,有

$$P = \frac{1}{2}\left(\frac{\Delta m}{\Delta t}\right)v^2 = \frac{1}{2}\left(\frac{\rho S v \Delta t}{\Delta t}\right)v^2 = \frac{1}{2}\rho S v^3$$

其中

$$S = \frac{1}{4}\pi d^2$$

代入实际数据,不难求得数值解.

但是,按照例1动量定理求解的正确思路,同样可以求得,出口处喷管对水流作用力为

$$F = \rho S v^2$$

则有功率

$$P = Fv = \rho S v^3$$

与标准答案还是相差一个系数 $\frac{1}{2}$ .问题何在?

### 3 误区分析

在例题1所代表的流体(我们先局限于不可压缩的理想流体)冲击问题中,动能定理并不是适合的物理规律,原因如下:

(1) 中学物理中的动能定理,实际上是单个质点的动能定理,而题目中的研究对象——“一小段”水柱,即使再短,也不可以看作质点,因为它必须流动、必须形变,应看作质点组,内力做功引起的动能变化不可无视;

(2) 若将水柱看作质点组,严格意义上说,墙壁外力的作用点并没有移动,因此,对水柱并没有做功,自然也不能利用 $W = -F(v\Delta t)$ 的公式.否则,根据“功是能量转化或转移的量度”,墙壁的能量应有所减少,与实际情况矛盾(类似2006年高考题“人从地面起跳、地面对人不做功”的情境);

(3) 如果改变题目条件,让水柱原速反弹或水流以相等速率沿墙壁散开,则水柱动能不变,自然也无法运用动能定理,但用动量定理依然可以得到正确的结果.

在例题2的情境中,题目强调求“最小功率”,也就是没有损耗或浪费的情况,此时,认为喷泉做功全部转化为喷出水的能量,无疑是正确的.而如果用功率公式 $P = Fv$ 求解,则需明确,该公式描述的,依然是某个外力 $F$ 对某个速度为 $v$ 的质点的做功快慢情况.参考例题1的解法,若此处代入 $F = \rho S v^2$ ,则 $F$ 应该是“如果在喷口垂直水流方向放置一个挡板,并且水流冲击挡板后不反溅,只是顺着挡板平面流走时,水流对挡板的冲击力”,而并非是“将喷口处一小截水柱看作质点,该水柱从零加速到出射速度 $v$ 受到的力”.

利用如图2所示的理想装置,可以从“力 $\times$ 速度”角度解释例题2所要求的最小功率.以不可压缩理想流体定常流动时的一组流管为轮廓,构造如图2所示的刚性容器,则在很短时间内,忽略一切摩擦损耗,活塞端所受压力 $F$ 所做功,将几乎全部转化为喷出液体的动能.此时喷射器功率满足

$$P = Fv_0$$

但显然,此时 $F$ 为活塞处受力,并非喷口处的冲击力 $\rho S v^2$ ,而速度部分也应代入活塞被推进的速度 $v_0$ ,而非喷口处水的出射速度 $v$ .

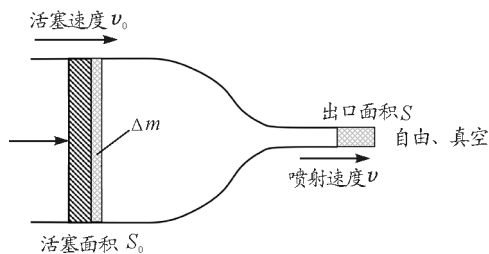


图2 不可压缩流体定常流动示意图

参考伯努利原理的证明过程,在活塞处压力做功 = 水获得的动能增量,在极短时间  $\Delta t$  内,有

$$Fv_0\Delta t = \frac{1}{2}(\rho S v \Delta t)v^2 - \frac{1}{2}(\rho S_0 v_0 \Delta t)v_0^2$$

根据连续性原理

$$S_0 v_0 = S v$$

化简后得到

$$Fv_0 = \frac{1}{2}\rho S v (v^2 - v_0^2)$$

在  $v_0 \approx 0$  的情况下,有

$$P = Fv_0 = \frac{1}{2}\rho S v^3$$

与能量角度的计算结果一致。

#### 4 对流体作用力的拓展讨论

为了彻底厘清动能定理不能简单应用于流体作用力求解的疑惑,我们再看下面例题。

**【例3】**(由2018年北京市昌平区高三期末统测改编)离子发动机是利用电能加速工质(工作介质)形成高速射流而产生推力的航天器发动机。其原理如图3所示:首先电子枪发射出的高速电子将中性推进剂离子化(即电离出正离子),正离子被正、负极栅板间的电场(可视为匀强电场)加速后从喷口喷出,从而使飞船获得推进或姿态调整的反冲动力。这种发动机寿命长,适用于航天器的姿态控制、位置保持等。已知从喷口喷出的正离子速度大小为  $v$ ,发动机功率为  $P$ ,求该发动机产生的平均推力大小  $F$ 。

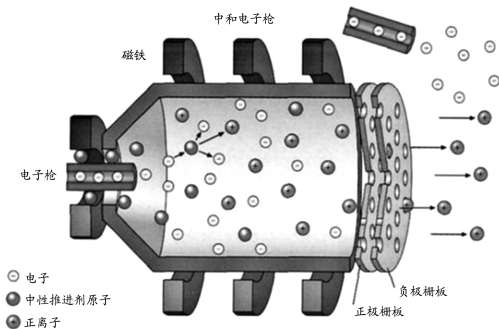


图3 离子发动机原理示意图

**解析:**我们先用传统的动量定理方法求解。设在任意极短时间  $\Delta t$  内,喷出的离子总质量为  $\Delta m$ ,这些离子获得的动量为  $\Delta m v$ ,因此有

$$F\Delta t = \Delta m v$$

即

$$F = \frac{\Delta m v}{\Delta t}$$

问题的关键在于求  $\frac{\Delta m}{\Delta t}$ 。

另一方面,考虑到飞船质量远大于离子质量,发动机输出的能量几乎全部转化为离子的动能,因此有

$$P\Delta t = \frac{1}{2}\Delta m v^2$$

可得

$$\frac{\Delta m}{\Delta t} = \frac{2P}{v^2}$$

代入求得

$$F = \frac{2P}{v}$$

此处为何不能直接运用公式  $P = Fv$  得到  $F = \frac{P}{v}$ ? 我们再从微观粒子受力的角度来深入分析一下。

将离子在电场中的加速过程简化为如图4的模型,可以看到,由正负极板(负极为金属网且忽略打在金属网上的离子)、绝缘容器代表飞船发动机,其所受推力  $F$  的大小等于所有离子在电场中受力的矢量和  $F'$ (牛顿第三定律),而不仅仅是刚好离开容器的那些离子的受力。

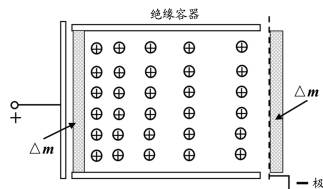


图4 离子发动机简化模型

从能量关系入手考查,离子发动机总功率,可以看做是加速电场对每个离子电场力的功率之和,设第  $i$  个离子受力为  $F_i$ ,某时刻速度为  $v_i$ ,则有

$$P = \sum F_i v_i$$

正、负栅极间电场被简化为匀强电场,显然,每

个离子都受到等大的电场力

$$P = F_i \sum v_i = F_i (N \bar{v}_i)$$

其中,  $N$  为某时刻电场中离子的总个数,  $\bar{v}_i$  为  $N$  个离子瞬时速度的平均值. 由于每个离子从正栅极到负栅极的受力—运动过程相同,  $\bar{v}_i$  可以看作一个离子运动全过程的平均速度, 离子都做匀加速直线运动, 于是有

$$\bar{v}_i = \frac{1}{2}v$$

即

$$P = (NF_i) \left( \frac{1}{2}v \right) = \frac{1}{2}F'v$$

此时可发现, 发动机推力大小与功率关系为

$$F = F' = \frac{2P}{v}$$

每一个  $\Delta t$  内, 虽然电场中各个离子都得到加速, 但等效看来, 都相当于有一个薄层的质量为  $\Delta m$ 、总电荷量为  $q$  的离子穿越电场, 发生了位移  $L$  ( $L$  为两极板间距离), 电场力对它做功

$$\Delta W = qEL = F \left( \frac{1}{2}v\Delta t \right)$$

即

$$P = \frac{\Delta W}{\Delta t} = \frac{1}{2}Fv$$

这正是系数  $\frac{1}{2}$  的来历.

同理, 图 2 中流管容器中的一小块液体, 也可认为是穿越了整个流速场, 直接到达喷口, 从而将外力  $F$  做的功转化成了自身动能.

## 5 对流体喷射功率的拓展讨论

前面关于例 2 的分析, 我们默认流体的喷射功率, 严格等于流体单位时间增加的动能, 即喷射器转化效率是 100%, 但实际情景未必如此. 在实际喷水过程中, 考虑到粘滞阻力、流体与管壁摩擦等因素, 喷射器的功率, 应等于将水从静止加速度到喷射速度  $v$  所做的总功.

我们以“传送带”传输矿粉的例子作为类比进行说明.

**【例 4】**如图 5 所示, 水平传送带以速率  $v = 2$  m/s 的速率匀速运行, 上方料斗每秒将 40 kg 的矿粉

竖直落到传送带上, 然后一起随传送带匀速运动, 如果要使传送带保持原来的速率匀速运行, 则皮带电机应增加的功率为多少?

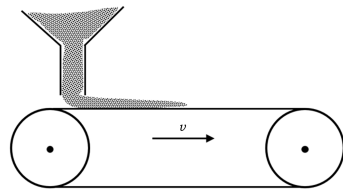


图 5 传送带运送矿粉示意图

**解析:** 设  $\Delta t$  时间内有质量为  $\Delta m$  的矿粉被投放到传送带上, 对于传送带上的矿粉整体,  $\Delta t$  时间内总动量增加了  $\Delta mv$  (注意, 矿粉从静止加速至与传送带共速的时间不一定是  $\Delta t$ ).

处于加速状态的矿粉受摩擦力  $f$ , 根据动量定理  $f\Delta t = \Delta mv$ , 传送带受矿粉反作用力

$$f' = \frac{\Delta m}{\Delta t}v$$

结合前面分析可知, 这个  $f'$  是所有矿粉对传送带的摩擦力.

传送带保持匀速  $v$  运动, 电动机需额外克服  $f'$  提供能量, 因此需额外增加的功率  $P$ , 等于电动机对传送带增加的拉力, 再乘以传送带速度

$$P = f'v = \frac{\Delta m}{\Delta t}v^2$$

另一方面, 矿粉在单位时间内获得的动能仅仅为

$$\frac{\Delta E_k}{\Delta t} = \frac{1}{2} \frac{\Delta m}{\Delta t}v^2 = \frac{1}{2}P$$

根本原因在于, 矿粉加速过程中与传送带有相对滑动, 存在摩擦生热引起的损耗 (参考 2003 年高考全国压轴题). 不难得到本情境中, 如果矿粉离开传送带时已经与传送带共速, 发热功率和发动机为矿粉提供动能的功率相等, 各为  $\frac{1}{2}P$ . 而如果传送带速度很大, 以至于矿粉离开传送带时无法加速到  $v$ , 摩擦生热损耗的能量将大于矿粉得到的动能.

对于喷射器喷水求功率的问题, 如果我们只考虑水增加的动能, 则可以按照发动机模型处理, 得

$$P = \frac{1}{2} \frac{\Delta m}{\Delta t}v^2 = \frac{1}{2}Fv$$

但为了严谨起见, 题目最好采用求“喷水最小功

率”这样的描述,例题2(课本题)的表述就比较妥当.

## 6 总结

本文较深入地探讨了流体情境中的两个基本问题(相互作用力、喷射功率),对学生解题过程中的常见误区及错因进行了分析澄清,说明了从动量、能量不同角度解决同一问题时应如何更准确地确定研究对象、理解概念含义、把握规律应用范围并更合理地构建模型等,从多方位、多角度提供了正确理解流体情境的思路.

## 参考文献

- 1 中华人民共和国.普通高中物理课程标准[S].北京:人民教育出版社,2020
- 2 张伦东.动量定理在“流体模型”中的应用[J].新课程,2020(15):133
- 3 慈维森.高中物理三种主要流体模型的处理方法[J].高中数理化,2020(16):33~34
- 4 唐庆银.例析以生活情境为背景的动量定理的考查[J].高中数理化,2017(6):26
- 5 谯守斌,龙彦竹.流体模型的建立及其应用[J].中学物理教学参考,2004(11):16~17

# Comment Briefly on Interaction and Power Issues in Fluid Situation

Duan Baowei Zhang Yanyi

(High School Affiliated to Renming University, Beijing 100080)

**Abstract:** Fluid dynamic problems, such as the impact of water flow or a fountain, are practical and interesting. By analyzing the force and power in the impact of water flow, students could develop their abilities to build fluid dynamic models and solve practical problems. We found that students usually get contradictory results by using momentum method and energy method, which is confusing. In this paper we corrected students' misunderstanding in physics laws and concluded that consistent results should be reached from these two different perspectives.

**Key words:** fluid; kinetic energy; momentum; problem situation; modeling

(上接第61页)

该教学中容易被忽略,教师往往不联系其他物理量来学习新的物理量,物理学中很多物理概念的学习都用到了类似的学习方法,诸如密度、功率、场强等。“速度”学生较为熟悉,在小学数学中就已经学习过大量的“速度”问题,利用“速度”来比较学习“压强”,降低了“压强”概念建构的难度,特别有利于第三层次学生对新概念的理解.

如果把每一个阶段作为一个起点,那么每一个起点学生都有不同的差异.原认知、思维、实践、表达这些都因个体而异.教学是一个循序渐进的过程,此中的“序”既包括了知识内部的“序”,也包含了学生

自身认知的“序”.就如差异教学理论所认为的:学生的个体差异是教学活动的起点,更是一种取之不尽的教学资源.实践中,我们要努力创设条件,优化物理课堂教学,最终实现差异共享.

## 参考文献

- 1 袁运开.义务教育教科书科学八年级上册[M].上海:华东师范大学出版社,2017.37~38
- 2 马若晨,马效文.探究性学习指导策略[M].天津:天津人民出版社,2020.73~76
- 3 中华人民共和国教育部.初中科学课程标准[S].北京:北京师范大学出版社,2011
- 4 陈培凤.初中物理教学中如何体现“为丰富学生的思维而教”[J].中学物理,2018(10):52~54