

教育技术应用

用 GeoGebra 软件探究“追逐之路”

——图解第38届物理竞赛预赛中的多人追逐问题

鲍吴兵 谢恩东

(安庆市第一中学 安徽 安庆 246003)

(收稿日期:2021-09-28)

摘要:多人追逐问题是追逐问题的经典案例,人的轨迹比较复杂,GeoGebra 软件相比许多专业软件更易实现轨迹的描绘.

关键词:GeoGebra 多人追逐 轨迹

1 多人追逐问题

【例1】(第38届全国中学生物理竞赛预赛第13题)6个小朋友在操场上玩追逐游戏.开始时,6个小朋友两两间距离相等,构成一正六边形.然后每个小朋友均以不变的速率 v 追赶前面的小朋友(即小朋友1追2,2追3,3追4,4追5,5追6,6追1),在此过程中,每个小朋友的运动方向总是指向其前方的小朋友.已知某一时刻 $t_0 = 0$,相邻两个小朋友的距离为 l ,如图1所示.试问:

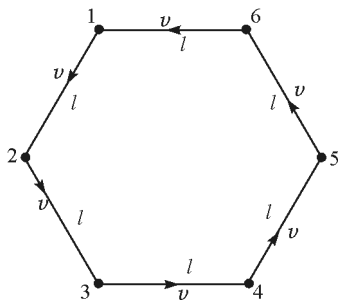


图1 例1题图

(1) 从 t_0 时刻开始,又经过多长时间后面的小朋友可追到前面的小朋友?

(2) 从 t_0 时刻开始,直至追上前面的小朋友,每个小朋友又跑了多少路程?

(3) 在 t_0 时刻,每个小朋友的加速度大小是多少?

以上问题中物体B始终正对物体A以一定速率追逐A,由于物体B的运动取决于物体A的位置,这

类问题通常比较复杂,很难用方程直接表述B的轨迹,我们可用电脑软件辅助处理,但有些软件专业要求较高^[1],令多数教师望而却步. GeoGebra 软件是一款动态几何软件,其“向量”功能可很好地表达上述问题中的“物体B始终正对物体A”的速度方向问题,下面以任意 N 个质点为例,介绍 GeoGebra 软件如何实现“追逐之路”.

2 用 GeoGebra 软件描绘轨迹

如图2所示,有 $N(N \geq 3)$ 个人 P_1, P_2, \dots, P_N , 分别位于边长为 L 的正 N 边形的各顶点上,这 N 个人从某时刻开始按逆时针依次追击,即 P_1 追 P_2, P_2 追 P_3, \dots, P_{N-1} 追 P_N .

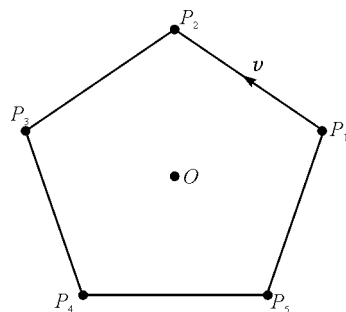


图2 人的初始位置

(1) 引入变量.用滑动条 N 表示人的数量,滑动条 v 表示人的速度大小,滑动条 t 表示时间;

(2) 描点.标出坐标原点 O ,描点 P_1 表示人,指令栏输入: $P_2 = \text{旋转}(P_1, (360^\circ) / N, O)$,用正多边形工具作出过点 P_1 和 P_2 各点的正 N 边形,作

图过程与效果如图 3 所示；

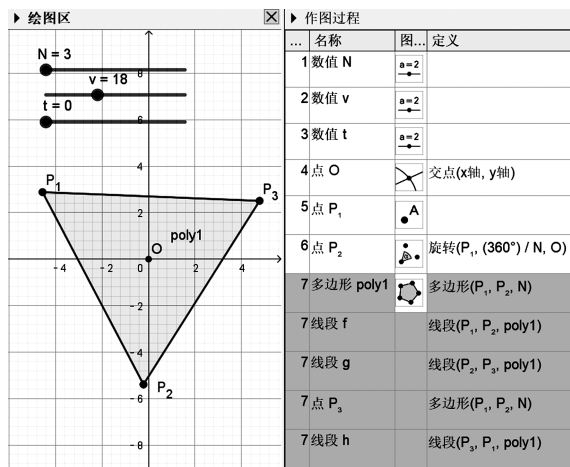


图 3 作图过程与效果

(3) 设置速度. 在指令栏输入: 单位向量(向量 (P_1, P_2)), 得到 P_1 追 P_2 方向上的单位向量 u , u 是辅助对象可隐藏, 再输入: 向量 $(P_1, P_1 + 0.3v u)$, 得到的向量 w 能动态显示速度大小、方向的变化;

(4) 设置运动. 在滑动条 t 的脚本区输入代码: 赋值 $(P_1, P_1 + 0.01v u)$, 如图 4 所示, 此代码表示在时间 t 更新时 P_1 的位置会按设定的速度变化, 启动滑动条 t 的动画就可看到相互追逐的运动;

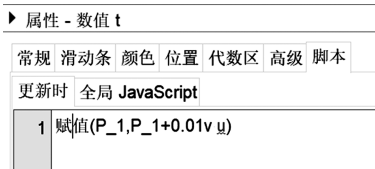


图 4 脚本代码

(5) 显示轨迹. 隐藏不必要对象, 设置对象的相关属性, 并显示点的轨迹, 就可得到追逐路径, 如图 5 和图 6 所示.

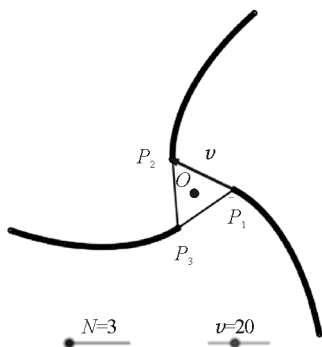


图 5 3 人追逐

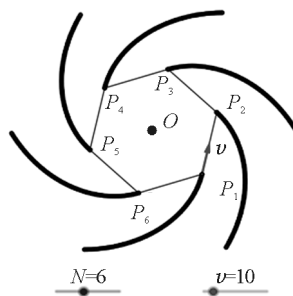


图 6 6 人追逐

3 拓展应用

按以上方法还可以实现多种追逐问题的轨迹, 图 7 是速度较小的物体 B 追逐速度较大的匀速圆周运动的物体 A 的部分轨迹. 由于物体 B 速度较小, 不可能追上物体 A, 经足够长时间后物体 B 将做半径较小的圆周运动, 如图 8 所示. 图 9 是模拟导弹的拦截过程, 速度较小的导弹 A (视为斜抛) 被速度较大的导弹 B 击中.

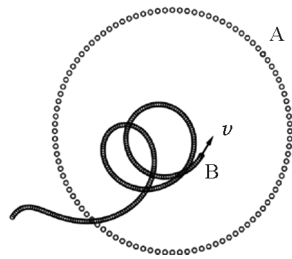


图 7 追逐圆周运动的过程

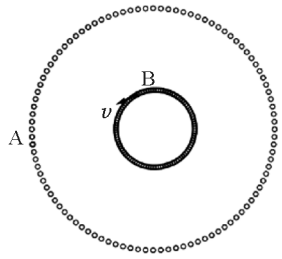


图 8 追逐圆周运动的终态

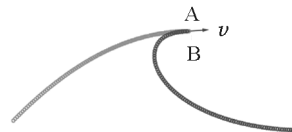


图 9 导弹的拦截过程

参考文献

1 朱彤, 李银山, 余玄机, 等. 追逐问题的计算机模拟[J]. 力学与实践, 2010, 32(1): 80 ~ 81