

# 利用 Tracker 软件改进拉伸法测金属丝的杨氏模量实验

毛佳欣 李盼 余海森 张玖琪 丁益民

(湖北大学 物理与电子科学学院 湖北 武汉 430062)

(收稿日期:2021-11-09)

**摘要:**对拉伸法测金属丝杨氏模量实验进行了改进.针对传统的激光杠杆法实验中,激光光斑大、读数误差大的缺点,利用 Tracker 软件对激光杠杆法测杨氏模量中反射光斑的轨迹追踪,从而实现杨氏模量的精确测量.结果表明,利用 Tracker 软件改进拉伸法测金属丝的杨氏模量实验,不仅能够提高测量精确,还能激发大学生的探索精神,培养大学生的创新意识.

**关键词:**杨氏弹性模量 光杠杆法 Tracker

杨氏弹性模量是反映材料形变与内应力关系的物理量,是选择机械构件材料的依据,是工程技术上常用的参数.拉伸法测金属丝的杨氏模量实验是大学物理实验中十分经典的实验之一,在该实验中,对金属丝微小伸长量的测量采用的一般是光杠杆法,而光杠杆法通常又分为望远镜法<sup>[1]</sup>和激光杠杆法<sup>[2]</sup>,本实验利用 Tracker 软件对激光杠杆法测金属丝的杨氏模量实验进行了改进.针对传统激光杠杆法实验中,由于激光光斑大,导致读数误差大的不足,利用 Tracker 软件来追踪激光反射光斑的轨迹,并精确地分析出光斑移动的距离,从而实现杨氏模量的精确测量.实验表明该方法能有效地减小不确定度,提高实验的测量精确度.

## 1 实验原理及方法

设金属丝长为  $L$ ,截面积为  $S$ ,沿长度方向施力  $F$ 后,金属丝的伸长或缩短为  $\Delta L$ .  $\frac{F}{S}$  为胁强,决定了金属丝的形变;  $\frac{\Delta L}{L}$  为胁变,表示金属丝形变的大小.由胡克定律,在金属丝的弹性限度内胁强与胁变成正比

$$E = \frac{\frac{F}{S}}{\frac{\Delta L}{L}} \quad (1)$$

称为杨氏弹性模量.

金属丝的直径为  $d$ ,其横截面积

$$S = \frac{\pi d^2}{4}$$

代入式(1)可得

$$E = \frac{4FL}{\pi d^2 \Delta L} \quad (2)$$

根据式(2),伸长量  $\Delta L$  的值十分小,一般工具不易测量,因此采用光杠杆法来测量.原理如图 1 所示<sup>[3]</sup>.

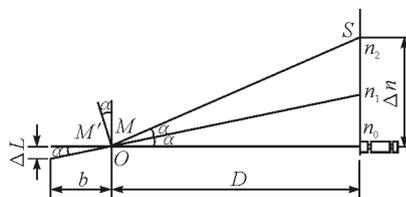


图 1 光杠杆原理图

当砝码加在砝码托盘上时,金属丝被拉长  $\Delta L$ ,光杠杆镜面向后倾斜了  $\alpha$  角,后足绕两前足尖的连线也转过了  $\alpha$  角.

设金属丝未伸长前从望远镜里读的标尺为  $n_0$ ,

金属丝伸长后,从望远镜里读得标尺读数为 $n_2$ ,  $\Delta n = n_2 - n_0$ . 金属丝被拉长或缩短后,镜面的法线转过 $\alpha$ 角,入射光和反射光的夹角为 $2\alpha$ . 设镜面到标尺的距离为 $D$ ,光杠杆的两个后足到前足连线的垂直距离为 $b$ ,在 $\alpha$ 比较小的情况下

$$2\alpha \approx \tan 2\alpha = \frac{\Delta n}{D}$$

$$\alpha \approx \tan \alpha = \frac{\Delta L}{b}$$

联立两式消去 $\alpha$ ,得

$$\Delta L = \frac{b}{2D} \Delta n \quad (3)$$

利用光杠杆就可以把测量微小量的长度变化量 $\Delta L$ 转换为测量数值较大的标尺读数变化量,这就是光杠杆系统的放大原理. 其中放大倍数 $\beta = \frac{2D}{b}$ ,把式

(3)代入式(2),可得

$$E = \frac{8FLD}{\pi d^2 b \Delta n} \quad (4)$$

即为本实验测量金属丝杨氏模量 $E$ 的计算公式.

## 2 实验装置及步骤

### 2.1 传统法

传统的激光杠杆法测金属的杨氏模量实验装置示意图,如图2所示.

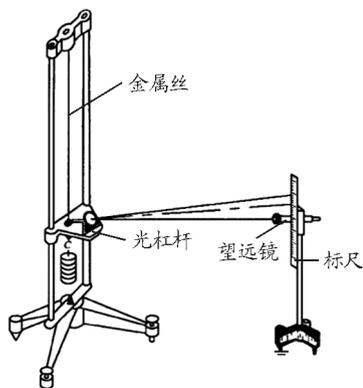


图2 传统实验装置图<sup>[6]</sup>

(1) 调节支架底部的3个螺旋,平台达到水平(可用水准器或手机 Phyphox 检查).

(2) 放上光杠杆平面镜,使之镜面竖直. 调节望远镜筒水平并与镜面等高,再调节望远镜使之能从目镜中清晰地看到标尺的像和十字叉丝,且无视差. 记下十字叉丝横线对准标尺的某一刻度初始值

$n_0$ .

(3) 依次增加砝码(每次增加1 kg),较稳定后逐次记下相应的刻度;再按相反顺序将砝码取下,较稳定后逐次记下相应的刻度. 来回测3组.

(4) 测量 $L, D, b, d$ 各6组数据.

### 2.2 Tracker 软件法

Tracker 软件是建立在 Java 代码库的可进行音像视频分析和动力学建模的软件,它可以对导入的视频进行实时质点追踪,记录位移、速度、加速度等数据,并自动绘制质点运动图像和进行多物理量分析<sup>[4,5]</sup>.

该实验与传统方法相比节省了人力并且不需要多次调试装置,只需简单的电脑软件分析就可获取所有数据. 与此同时,它可以精确选择光斑的中心位置,通过定标精确计算出光斑每加减1 kg 砝码所移动的距离,进而计算出杨氏模量.

(1) 将传统方法里的望远镜替换成激光笔,使激光光斑投射在平面镜上,再由平面镜反射到黑板上,此时会在黑板上产生一个光斑.

(2) 为方便 Tracker 软件定标,提前在黑板上绘制一条10 cm的直线,为了更加准确,也可以贴一条10 cm的彩色胶带. 在黑板前放置一台手机拍摄光斑移动的过程,实验过程中注意手机镜头需保持与黑板平行,且不可距离黑板太远,否则会增大误差.

(3) 激光发射器前方就放置和传统实验用到的一样的支架和光杠杆平面镜等. 调节光杠杆平面镜,使镜面的法线保持在水平方向.

(4) 依次增加砝码(每次增加1 kg),较稳定后加下一个砝码;再按相反的顺序取下砝码. 在加减砝码的同时开始拍摄,直到加减完毕,停止拍摄.

(5) 用 Tracker 软件分析手机拍摄的视频,通过分析图像就可以得知每加减1 kg 砝码光斑移动的距离.

(6) 测量 $L, D$ (镜面到墙上反射光斑的水平距离), $b, d$ 各6组数据.

## 3 数据分析和处理

### 3.1 传统法

金属丝平均长度 $L = 94.20$  cm,金属丝直径 $d =$

0.601 mm, 主杆尖脚到其余两尖脚连线的垂线长度  $b=5.98$  cm, 平面镜到标尺的距离  $D=1.632$  m, 测得实验数据如表 1 所示。

表 1 传统方法实验数据

| 砝码质量 /kg | $\Delta L_{\text{加}} / \text{cm}$ | $\Delta L_{\text{减}} / \text{cm}$ | $\overline{\Delta L} / \text{cm}$ |
|----------|-----------------------------------|-----------------------------------|-----------------------------------|
| 0        | 1.50                              | 1.50                              | 1.50                              |
| 1        | 2.50                              | 2.60                              | 2.55                              |
| 2        | 3.10                              | 3.50                              | 3.30                              |
| 3        | 3.90                              | 4.20                              | 4.05                              |
| 4        | 4.80                              | 5.20                              | 5.00                              |
| 5        | 5.60                              | 6.00                              | 5.80                              |
| 6        | 6.35                              | 6.65                              | 6.50                              |
| 7        | 7.20                              | 7.20                              | 7.20                              |

该表格即为传统实验方法数据, 测得杨氏模量为  $(2.2 \pm 0.2) \times 10^{11}$  Pa。

### 3.2 Tracker 软件法

金属丝平均长度  $L=94.20$  cm, 金属丝直径  $d=0.601$  mm, 主杆尖脚到其余两尖脚连线的垂线长度  $b=5.98$  cm, Tracker 软件法里的  $D=69.71$  m, 并用 Tracker 软件对视频进行分析, 如图 3 和图 4 所示。

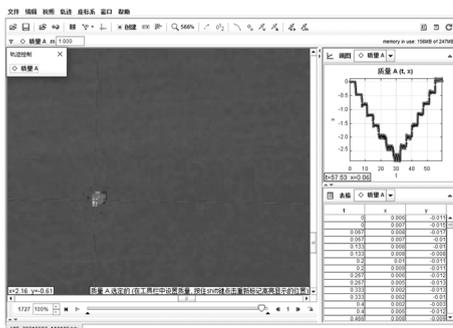


图 3 Tracker 软件画面

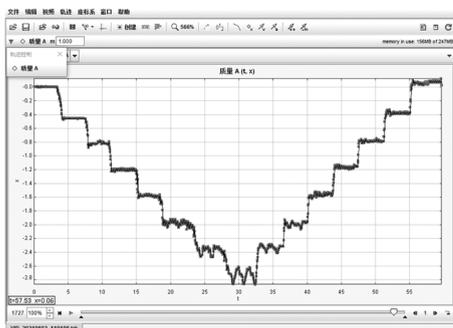


图 4 Tracker 分析图像

图 4 即为 Tracker 逐帧分析视频所得光斑移动图, 从图中可以直接明了地读出每加减 1 kg 砝码光斑所移动的距离. 测得实验数据如表 2 所示。

表 2 Tracker 方法实验数据

| 砝码质量 /kg | $\Delta L_{\text{加}} / \text{cm}$ | $\Delta L_{\text{减}} / \text{cm}$ | $\overline{\Delta L} / \text{cm}$ |
|----------|-----------------------------------|-----------------------------------|-----------------------------------|
| 0        | 0.010                             | 0.060                             | 0.035                             |
| 1        | -0.450                            | -0.380                            | -0.415                            |
| 2        | -0.810                            | -0.790                            | -0.800                            |
| 3        | -1.210                            | -1.160                            | -1.185                            |
| 4        | -1.580                            | -1.560                            | -1.570                            |
| 5        | -1.990                            | -1.990                            | -1.990                            |
| 6        | -2.350                            | -2.320                            | -2.335                            |
| 7        | -2.740                            | -2.710                            | -2.725                            |

分析数据可得杨氏模量为  $(1.94 \pm 0.08) \times 10^{11}$  Pa。

数据处理方法如下: 两组方法所测数据均用 Origin 处理, 使用线性拟合即最小二乘法得出  $\Delta n$ , A 类不确定度和 B 类不确定度后, 将  $\Delta n$  代入式(4), 即可求出杨氏模量。

不确定度计算方法如下。

A 类标准不确定度

$$u_A(x) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n(n-1)}} \quad (5)$$

B 类标准不确定度

$$u_B(x) = \frac{\Delta_{\text{仪}}}{C} \quad (6)$$

直接测量的合成标准不确定度

$$u_c(x) = \sqrt{u_A^2(x) + u_B^2(x)} \quad (7)$$

相对标准不确定度

$$E = \frac{u_c(x)}{\bar{x}} \quad (8)$$

间接测量的合成不确定度计算

$$u_c(y) = \sqrt{\sum_{i=1}^m \left( \frac{\partial y}{\partial x_i} \right)^2 u^2(x_i)} \quad (9)$$

将式(4)代入式(9)得到

$$\frac{u_c(E)}{E} = \left\{ \left[ \frac{u_c(L)}{L} \right]^2 + \left[ \frac{u_c(D)}{D} \right]^2 \right\} +$$

$$\left[ 2 \frac{u_c(d)}{d} \right]^2 + \left[ \frac{u_c(b)}{b} \right]^2 + \left[ \frac{u_c(\Delta n)}{\Delta n} \right]^2 \Bigg\}^{\frac{1}{2}}$$

将上述直接测量的数据,  $L, D, b, d$  分别用上述公式算出 A 类标准不确定度, B 类标准不确定度和直接测量的合成不确定度. 再用 Origin 处理的数据算出  $\Delta n$  的合成不确定度. 最后利用式(9) 算出杨氏模量的间接测量的合成不确定度.

传统法杨氏模量表达式

$$Y = (2.2 \pm 0.2) \times 10^{11} \text{ Pa}$$

Tracker 法杨氏模量表达式

$$Y = (1.94 \pm 0.08) \times 10^{11} \text{ Pa}$$

可见从不确定度的评判来看, Tracker 法的测量精度高于传统法. 查阅资料后可知一般铁丝的杨氏模量值为  $1.9 \times 10^{11} \text{ Pa}$  左右, 显然 Tracker 法测量的结果也更接近真实值.

#### 4 结束语

通过实验的测量结果比较可知, Tracker 法测杨氏模量不仅简化了实验操作进而降低了实验难度, 而且所测得的实验数据比传统实验测得的结果更为准确. 在传统实验中调节实验仪器总是需要花费较大精力, 学生们测得的数据误差也较大. 而改进

后的实验方法只需要摆好实验仪器后, 拍摄出实验过程, 较难的数据分析和选取皆有电脑完成, 简单便捷. 同时该方法解决了的激光法测量实验中光斑较大从而导致误差较大的问题, 利用 Tracker 软件可以选取定位到每一帧画面的光斑中心位置, 减小了误差, 同时把电脑软件 Tracker 加入进行实验中的测量和数据处理拓宽了学生的实验思路, 激发大学生的学习热情, 值得在大学物理的实验中应用.

#### 参考文献

- 1 丁益民, 徐扬子. 大学物理实验(基础与综合部分)[M]. 北京: 科学出版社, 2008. 147 ~ 152
- 2 胡成华, 周平. 利用激光杠杆测定杨氏弹性模量[J]. 大学物理, 2006(3): 44 ~ 45, 54
- 3 车东伟, 姜山, 张汉武, 等. 静态拉伸法测金属丝杨氏模量实验探究[J]. 大学物理实验, 2013, 26(2): 33 ~ 35
- 4 史振宇, 丁益民, 张余梦, 等. 利用 Tracker 研究气垫导轨上弹簧振子运动[J]. 物理与工程, 2018(4): 78 ~ 81
- 5 郭雪如, 丁益民, 徐瑶, 等. 基于 Tracker 软件研究竖直方向阻尼振动的居家实验[J]. 物理通报, 2021(3): 103 ~ 106
- 6 李永治, 侯小娟, 李林凤, 等. 非实验室环境下完成拉伸法测金属丝的杨氏模量[J]. 物理实验, 2020, 40(5): 15 ~ 17

## Improvement on Experiment of Measuring Young's Modulus of Wire by Drawing Method with Tracker Software

Mao Jiixin Li Pan Yu Haisen Zhan Jiuqi Ding Yimin

(Faculty of Physics and Electronic Technology, Hubei University, Wuhan, Hubei 43062)

**Abstract:** in this experiment, the rotation angle of the mirror is indirectly measured by the movement of the laser spot. In view of the shortcomings of large spot and large reading error, the track of the reflected spot in the measurement of Young's modulus by laser is tracked by tracker software. The research shows that using tracker software analysis can also stimulate college students' exploration spirit and cultivate their innovative consciousness, which is worth promoting in University experiments.

**Key words:** Young's modulus of elasticity; optical lever method; Tracker