

从动态电路探讨电学元件 $U-I$ 曲线两种斜率的使用

赵文浩 张佳子 杨荣富

(宁强县天津高级中学 陕西 汉中 724400)

(收稿日期:2021-11-19)

摘要:文章通过对一道动态电路习题教学中学生的几点疑问,从函数和电路两个角度展开分析研究,在此基础上给出了电学元件 $U-I$ 曲线两种斜率的物理含义,并通过典例分析介绍了如何利用 $U-I$ 曲线斜率求解电阻的方法.

关键词:动态电路 $U-I$ 曲线 斜率 电阻

1 提出问题

应用函数图像求解物理问题是高考对“应用数学知识求解物理问题能力”考查的基本形式之一^[1]. 高考试题中利用电学元件 $U-I$ 曲线斜率求解电阻便是这种背景下常见的一类题型,它也是日常教学过程中一个比较具有争议的难点问题,因此,对于这个问题的讨论具有十分重要的价值.

【典例1】如图1所示电路中,电源的电动势为 E ,内阻为 r , R_1 为滑动变阻器, R_2 为定值电阻,电流表和电压表均为理想电表,闭合开关 S ,当滑动变阻器 R_1 的滑动触头 P 向右滑动时,电表的示数都发生变化,电流表示数变化量的大小为 ΔI 、电压表 \textcircled{V} 、 \textcircled{V}_1 和 \textcircled{V}_2 示数变化量的大小分别为 ΔU 、 ΔU_1 和 ΔU_2 , 下列说法正确的是()

- A. $\frac{\Delta U_1}{\Delta I}$ 变大 B. $\frac{\Delta U_1}{\Delta I}$ 变小
C. $\frac{\Delta U_2}{\Delta I}$ 不变 D. $\frac{\Delta U}{\Delta I}$ 变大

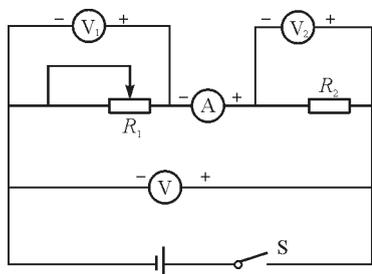


图1 典例1动态电路图

本题说法正确的是选项 C. 其理由是根据闭合

电路欧姆定律得

$$U_1 = E - I(R_2 + r)$$

则 $\frac{\Delta U_1}{\Delta I} = R_2 + r$, 不变; $U_2 = IR_2$, 则 $\frac{\Delta U_2}{\Delta I} = R_2$, 不变; 根据 $U = E - Ir$, 得 $\frac{\Delta U}{\Delta I} = r$, 不变, 故选项 A, B, D 错误, 选项 C 正确. 对于这种求解方法学生并不能理解其中的理论依据, 在此基础上有学生结合电学元件 $U-I$ 曲线斜率分析后提出了以下几个问题.

问题1:电学元件 $U-I$ 曲线的两种斜率分别表示什么物理含义?

问题2:线性元件和非线性元件的电阻分别具有什么性质?

问题3:在动态电路中如何对线性元件和非线性元件的电阻实现求解?

在习题处理时,若是直接根据答案上的方法求解,虽然能够对本题做出正确选择,但是学生却无法理解这样求解的原因,增加了问题的理解难度,并且对学生提出的这3个问题也难以回答.基于这个原因下文从函数图像斜率和电路两个角度对学生提出的3点疑问展开分析研究.

2 函数图像斜率的数学分析

如图2所示,在函数 $y = f(x)$ 图像上存在任意两点 $A(x_A, y_A)$ 和 $B(x_B, y_B)$, 直线 AB 为函数 $y = f(x)$ 图像上过 A 和 B 两点的割线, 其斜率 $k = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$ 表示自变量 x 在从 x_A 到 x_B 变化 $\Delta x = x_B - x_A$

x_A 的过程中, y 随 x 的平均变化快慢(变化趋势)程度, 即 y 随 x 的平均变化率^[2]. 当 Δx 趋于零时, $k = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{\Delta y}{\Delta x}$ 表示在函数 $y = f(x)$ 图像上 $x = x_A$ 处的切线斜率, 该切线斜率表示 y 随自变量 x 在 $x = x_A$ 处的瞬时变化快慢(变化趋势)程度, 即 y 随 x 的瞬时变化率^[3].

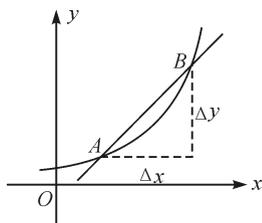


图2 函数图像斜率

3 电学元件 $U-I$ 曲线两种斜率的物理分析

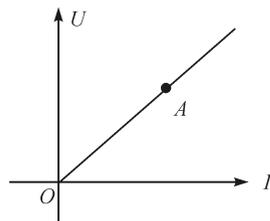
根据对函数图像斜率的数学分析可知, 函数图像上割线斜率表示 y 在 Δx 上的平均变化率, 切线斜率表示 y 在任意一点 x 处的瞬时变化率. 对于问题1, 可将函数图像斜率的含义推广到电学元件的 $U-I$

I 曲线中, 电阻元件的电阻 $R = \frac{U}{I}$ 可表示为 $U-I$ 曲线上任意一点 A 与坐标原点的割线斜率 $R = k = \frac{U_A - 0}{I_A - 0} = \frac{U_A}{I_A}$, 表示电流从零增加到 I_A 过程中电压 U 对电流 I 的平均变化率, 即电学元件对电流的平均阻碍作用, 称为电学元件的静态(直流)电阻^[4~6]. 在 $U-I$ 曲线上任意一点的切线斜率

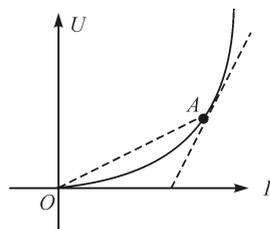
$$k = \frac{(U_A + \Delta U) - U_A}{(I_A + \Delta I) - I_A} = \frac{\Delta U}{\Delta I}$$

表示该状态下电学元件在电路电流发生微小变化 ΔI 时电压 U 的瞬时变化快慢或者变化趋势, 由电学元件的实际工作点决定^[7], 称为电学元件在该工作状态下的动态(交流)电阻^[6].

对于问题3的分析, 如图3所示, 在线性元件的 $U-I$ 曲线上任意一点 A 与坐标原点 O 的割线斜率和 A 点的切线斜率相等, 即线性原件在 A 点的静态电阻和动态电阻相等, 因此对线性元件在 A 点的静态电阻和动态电阻既可以直接利用 $U-I$ 曲线的割线斜率(或部分电路欧姆定律)求解, 也可利用 $U-I$ 曲线 A 点切线斜率求解.

图3 线性元件 $U-I$ 曲线

如图4所示, 在非线性原件的 $U-I$ 曲线上任意一点 A 与坐标原点的割线斜率和 A 点的切线斜率不相等, 即非线性原件在 A 点的静态电阻和动态电阻不相等, 且二者均由非线性原件的实际工作点决定, 因此对于非线性元件在 A 点的静态电阻可利用割线斜率(或部分电路欧姆定律)求解, 其动态电阻可以直接利用曲线切线斜率求解也可利用闭合电路欧姆定律确定电学元件的工作点后再进行求解.

图4 非线性元件 $U-I$ 曲线

4 应用 $U-I$ 曲线斜率讨论上述典例问题

在应用 $U-I$ 曲线斜率求解电阻问题时, 由于线性元件和非线性元件电阻的不同特点, 首先要明确求解电阻是线性元件还是非线性元件, 以及所求解电阻是静态电阻还是动态电阻, 然后再根据相应电阻的处理方法进行求解. 下文应用 $U-I$ 曲线斜率对上述典例1的求解过程进行分析讨论.

典例1中电压表 \textcircled{V}_1 测量滑动变阻器两端的电压, 其中 $\frac{\Delta U_1}{\Delta I}$ 表示非线性元件滑动变阻器的动态电阻, 在不知其 $U-I$ 曲线切线斜率的情况下, 可以利用闭合电路欧姆定律确定其工作点, 即

$$E = U_1 + I(R_2 + r)$$

则 $\frac{\Delta U_1}{\Delta I} = -(R_2 + r)$

保持不变. 电压表 \textcircled{V}_2 测量外电路电压, 外电路整体为非线性元件, 同理可得 $\frac{\Delta U}{\Delta I} = -r$, 保持不变. 电压表 \textcircled{V}_2 测量定值电阻 R_2 两端的电压, 其中 $\frac{\Delta U_2}{\Delta I}$ 表示线性元件 R_2 的动态电阻, 其动态电阻和静态电阻相

等,根据部分电路欧姆定律得 $U_2 = IR_2$,则 $\frac{\Delta U_2}{\Delta I} = R_2$,保持不变,故选项 C 正确.

5 例析 $U-I$ 曲线斜率求解电阻的应用

【典例 2】如图 5 所示,电源电动势 E ,内电阻恒为 r , R 是定值电阻,热敏电阻 R_T 的阻值随温度降低而增大, C 是平行板电容器. 闭合开关 S ,带电液滴刚好静止在 C 内. 在温度降低过程中,分别用 $\Delta I, \Delta U_1, \Delta U_2$ 和 ΔU_3 表示电流表、电压表 (V_1) 、电压表 (V_2) 和电压表 (V_3) 示数变化量的绝对值. 关于该电路工作状态的变化,下列说法正确的是()

- A. $\frac{\Delta U_1}{\Delta I}, \frac{\Delta U_2}{\Delta I}, \frac{\Delta U_3}{\Delta I}$ 一定都变大
- B. $\frac{\Delta U_1}{\Delta I}$ 和 $\frac{\Delta U_3}{\Delta I}$ 一定不变, $\frac{\Delta U_2}{\Delta I}$ 变大
- C. 带电液滴一定向下加速运动
- D. 电源的工作效率一定变大

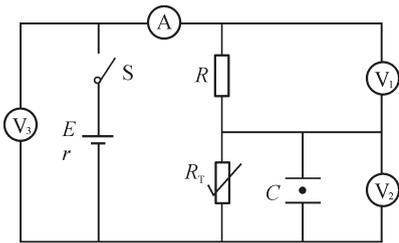


图 5 典例 2 动态电路图

解析:电压表 (V_1) 测量电阻 R 两端电压, $\frac{\Delta U_1}{\Delta I}$ 表示线性原件 R 的动态电阻,根据部分电路欧姆定律得 $U_1 = IR$,则 $\frac{\Delta U_1}{\Delta I} = R$,即 $\frac{\Delta U_1}{\Delta I}$ 保持不变;电压表 (V_2) 测量热敏电阻 R_T 两端电压, $\frac{\Delta U_2}{\Delta I}$ 表示非线性原件 R_T 的动态电阻,根据闭合电路欧姆定律确定元件工作点得

$$U_2 = -(R+r)I + E, \text{ 则 } \frac{\Delta U_2}{\Delta I} = -(R+r)$$

即 $\frac{\Delta U_2}{\Delta I}$ 保持不变;电压表 (V_3) 测量电路的路端电压,

$\frac{\Delta U_3}{\Delta I}$ 表示非线性原件 $R_{外} = R + R_T$ 的动态电阻,根据闭合电路欧姆定律确定元件工作点得

$$U_3 = -rI + E, \text{ 则 } \frac{\Delta U_3}{\Delta I} = -r$$

即 $\frac{\Delta U_3}{\Delta I}$ 保持不变,选项 A 和 B 错误. 温度降低,热敏

电阻 R_T 增大,根据

$$U_2 = \frac{R_T}{R + R_T + r} E$$

得热敏电阻 R_T 两端电压 U_2 增大,电容器 C 中场强增大,电场力增大,带电液滴向上加速运动,选项 C 错误;电源的工作效率

$$\eta = \frac{U_3 I}{EI} \times 100\% = \frac{R + R_T}{R + R_T + r} \times 100\%$$

温度降低,热敏电阻 R_T 增大,电源的工作效率 η 增大,选项 D 正确.

【典例 3】硅光电池是一种太阳能电池,具有低碳环保的优点. 如图 6 所示,图线 a 是该电池在某光照强度下路端电压 U 和电流 I 的关系图像,图线 b 是某电阻 R 的 $U-I$ 图像. 当它们组成闭合回路时,下列说法正确的是()

- A. 硅光电池的内阻 $r = \frac{U_2 - U_1}{I_1}$
- B. 硅光电池的内阻 $r = \frac{U_3}{I_3}$
- C. 硅光电池内阻消耗的热功率 $P_r = U_2 I_2 - U_1 I_1$
- D. 硅光电池的效率为 $\eta = \frac{U_1}{U_2} \times 100\%$

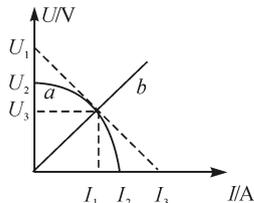


图 6 典例 3 硅电池 $U-I$ 曲线

解析:硅光电池是非线性元件,其静态电阻由硅光电池和电阻 R 组成闭合回路时二者 $U-I$ 曲线的交点(工作点)决定,根据 $U-I$ 曲线的割线斜率求得

$$r = k = \frac{U_2 - U_1}{I_1}$$

或者根据闭合电路欧姆定律确定工作点得

$$U_2 = U_1 + I_1 r$$

则 $r = \frac{U_2 - U_1}{I_1}$,选项 A 正确,选项 B 错误;硅光电池内阻消耗的热功率

$$P_r = P_{总} - P_{出} = U_2 I_1 - U_1 I_1$$

选项 C 错误;硅光电池效率

$$\eta = \frac{P_{出} t}{P_{总} t} \times 100\% = \frac{U_1 I_1}{U_2 I_1} \times 100\% = \frac{U_1}{U_2} \times 100\%$$

选项 D 正确.

(下转第 71 页)

【应用2】自制小实验:由自制导弹模型引入本题,增加趣味性,吸引学生。

一枚在空中飞行的火箭,质量为 m ,在某点的速度为 v ,方向水平,燃料即将耗尽.火箭在该点突然炸裂成两块,其中质量为 m_1 的一块沿着与 v 相反的方向飞去,速度为 v_1 .求炸裂后另一块的速度 v_2 .

引入课程思政:近年来,中国航天不断创造世界奇迹,中国航天在载人航天、新型火箭、卫星导航系统、月球与深空探测与商业航天等领域取得了重大成就.特别是今年,天问一号抵达火星、天宫空间站将全面开建、长征火箭家族将继续扩容、数型民营火箭和卫星也将有新突破.将来有志于从事中国航天事业的青年们,向你们推荐3所航天类的高校:北京航空航天大学、哈尔滨工业大学和西北工业大学.希望大家努力学习科学文化知识,将来为我们国家的航天事业添砖加瓦,贡献自己的一份力量.本部分不仅融入了课堂思政的内容又对学生进行了简短的生涯规划教育.

4 教学总结

动量守恒定律是系统在不受外力或者所受合外力为零时所遵循的规律.它是动量定理的深化和延伸,且由于它的使用范围十分广泛,所以学好动量守恒定律对于处理综合问题是很重要的.鉴于学生的基础和学习特点,所以本节课增加了小视频和小游

(上接第65页)

通过以上典例2和典例3对运用 $U-I$ 曲线割线、切线斜率求解电阻过程的详细分析,在培养学生掌握应用 $U-I$ 曲线斜率求解电阻方法的同时,也有助于学生对 $U-I$ 曲线两种斜率物理含义的深入理解.

6 结束语

文章对习题教学中学生提出的3点疑问层层递进展开分析,从数学角度给出函数图像割线斜率和切线斜率的数学意义,并将其推广到动态电路电学元件的伏安特性曲线中,以此为基础确定出电学元件 $U-I$ 曲线中割线和切线斜率的物理含义,弥补了目前教学过程中部分教师和学生对于 $U-I$ 曲线斜率认识的不足,对整个教学效果的提升也有促进作用.通过案例分析如何运用 $U-I$ 曲线割线和切线斜率对电阻问题实现求解,在培养学生如何利用图像斜率求解物理问题的同时,也进一步加深了学生对 $U-I$

戏的数量,寓教于乐,在游戏中学习到物理知识.导入新课时用到了嫦娥五号落月的小视频,讲解例题时讲到我国航天发展水平居于国际前列,增强了学生的民族自豪感.同时提到了几所航天类高校,对学生的生涯规划进行引导,使学生正确认识自己的时代使命,明白应当努力地学习,不断的开拓进取,并把个人成长和事业追求与国家民族的需要契合起来,促进个人提升,为国家做出自己的贡献.让学生意识到在高科技领域,我们必须独立自主和自力更生,努力掌握核心技术,不被西方国家牵着鼻子走,通过我们自己的努力为国家争光.

参考文献

- 1 新华社. 中共中央办公厅 国务院办公厅印发《关于深化新时代学校思想政治理论课改革创新的若干意见》[N/OL]. 新华社, 2019-08-14. <https://baijiahao.baidu.com/s?id=1641837325090044095&wfr=spider&for=pc>
- 2 中华人民共和国教育部. 教育部关于印发《高等学校课程思政建设指导纲要》的通知:教高〔2020〕3号[A/OL]. 2020-05-28. http://www.gov.cn/zhengce/zhengceku/2020-06/06/content_5517606.htm
- 3 范媛媛, 桑英军, 陈华松, 等. 大学物理中的课程思政[J]. 教育教学论坛, 2020, 9(40): 48~49
- 4 谭敏, 王栋, 张金省. 融入课程思政的大学物理教学改革与实践研究[J]. 广西物理, 2020, 3(41): 64~66

I 曲线两种斜率的理解.

参考文献

- 1 欧剑雄. 灵活应用数学知识提高物理解题速度——从题型特点谈选择题的答题策略[J]. 中学物理(高中版), 2017(9): 58~59
- 2 杨瑞强. “导数的几何意义”教学实录、反思与点评[J]. 中学数学杂志(高中版), 2013(6): 21~24
- 3 杨瑞强. “导数的几何意义”教学实录、反思与点评[J]. 中学数学杂志(高中版), 2013(6): 21~24
- 4 白叶, 胡生青. 伏安特性曲线中的切线斜率和割线斜率的辨析[J]. 中学物理, 2011, 29(7): 64
- 5 宋若川, 张启勃. 非线性元件及其动态电阻[J]. 电气时代, 1992(5): 18~19
- 6 秦曾煌. 电工学(第6版)[M]. 北京: 高等教育出版社, 2004. 62~64
- 7 宁成. 用 $U-I$ 曲线确定非线性电阻的工作点[J]. 物理教师, 2008, 29(2): 41