

关于欧姆定律教学实践中的几个易混问题探究

宋立萍 赵国亮

(长春市第十六中学 吉林 长春 130031)

(收稿日期:2022-03-01)

中学阶段,有关电路中电流、电压及电阻的关系教学中,经常出现一些易混问题,如:电阻的定义与 $\frac{U}{I}$ 之关系、灯泡是线性元件还是非线性元件、 $U-I$ 曲线中切线与割线斜率是不是电阻等等.下面整理出几点谈一下个人看法和同仁们探讨.

1 欧姆定律与电阻的定义之关系

1826年4月欧姆发表的《金属导电定律的测定》一文中指出,电路中的电流 $x = \frac{kaS}{L}$,其中 k 为电导率, a 为电势差, S 为导体的横截面积, L 为导体的长度.当时并未提到电阻的概念.后人令 $R = \frac{L}{kS}$,则公式变为 $x = \frac{a}{R}$,与今天的欧姆定律完全一致.可见欧姆定律要早于电阻的概念.物理学界为纪念欧姆对电磁学的贡献,给电阻的单位命名为欧姆,并以欧姆为名称描述电流、电压、电阻三者满足的定律关系.所以电阻 $R = \frac{U}{I}$ 是基于欧姆定律而得出的物理量之间的关系.就这一点来看,电阻的定义当初就是针对导体而言的.对气体导电,半导体导电而言,电路中 $\frac{U}{I}$ 并非电阻.大家再结合全电路中的 $U-I$ 曲线不难理解 $\frac{U}{I}$ 并非指 R .

2 纯电阻元件与非纯电阻元件的关系

下面从能量转化和导电的微观机制来认识一下纯电阻元件与非纯电阻元件.

2.1 能量转化角度

电学元件通电工作过程中,若将电能全部转化

为内能的元件就是纯电阻元件;若在通电过程中有除内能以外其他能量转化的电学元件就为非纯电阻元件.

2.2 电学元件导电过程的微观描述

2.2.1 金属导电过程

这里笔者觉得知乎网上作者“起个名字好难”在《如何从微观上解释欧姆定律》一文中利用高中知识推导论证过程值得参考,因此原文节选引用如下.

首先,在金属导体内存在大量能自由移动的电子,而且这些自由电子是均匀分布的,也就是一个电子周围的自由电子是均匀的,这样一个电子受到周围电子的合力可以认为是零,只在碰撞的时候才认为两个电子间存在作用力.电子是点粒,不占据空间位置,可以认为两个电子的碰撞概率是零(因为电子体积是零).所以我们可以大致得到这样的假设:自由电子之间不存在相互作用力.于是我们可以将自由电子看做是像理想气体那样.除了自由运动的电子,还有大量原子核和核外束缚电子(就是被原子核束缚的非自由电子)组成的整体,由于原子核质量比电子质量大得多,所以原子核(含束缚电子)的热运动比起自由电子来说很弱,可以近似认为是静止的.这样金属内的原子核和自由电子的运动归结为以下3点:

a. 导体内的所有自由电子之间无相互作用,它们可以做无规则热运动;

b. 导体内的所有原子核(包含束缚电子)看做是静止的,把它们看做是静止的“框架”;

c. 自由电子在热运动的同时会与原子核组成的“框架”发生碰撞,从统计的角度来看,自由电子在与“框架”碰撞后的运动是随机的.

有了以上的前提,就可以计算导体两端有电压时,导体内的电流了. 设有一个导体棒,长为 L ,横截面积为 S ,假设导体棒两端电压为 U ,则电场强度为 $E = \frac{U}{L}$,自由电子虽然有热运动,但是由于热运动是随机的,所以一定时间内穿过导体截面的电荷量是零(因为穿出截面和穿入面的相等),热运动对电流没有贡献. 当有了外加电场,自由电子就附加了一个定向移动的速度

$$v = at = \frac{Eet}{m} \quad (1)$$

但是加速时间 t 是有限的,因为自由电子总是会与“框架”发生碰撞,设两次碰撞的平均距离为 λ ,两次碰撞之间的时间是自由电子可以被电场加速的时间,碰撞后自由电子的运动又是随机的,对电流的贡献又变成零了.

现在要计算出自由电子的加速时间. 虽然电场对电子有个加速,但是自由电子因为这个加速而得到的定向移动速度很小,与自由电子热运动的速度相比是忽略不计的,所以自由电子两次碰撞的时间间隔为 $t = \frac{\lambda}{u}$,这里 u 是自由电子热运动的平均速度,一般用热运动平均动能的表达式

$$E_k = \frac{1}{2} mu^2$$

求出,将时间间隔 t 的表达式改为

$$t = \lambda \sqrt{\frac{m}{2E_k}} \quad (2)$$

好了,现在可以求出自由电子被电场加速的最大速度了,最大速度就是

$$v = \frac{Eet}{m} = \frac{Ee\lambda}{m} \sqrt{\frac{m}{2E_k}} = \frac{Ee\lambda}{\sqrt{2mE_k}} \quad (3)$$

自由电子的加速过程是匀加速的,所以平均速度就是

$$\bar{v} = \frac{v}{2} = \frac{Ee\lambda}{2\sqrt{2mE_k}} \quad (4)$$

而电流的定义是单位时间内通过截面 S 的电荷量,由于此时自由电子有了定向移动的速度 \bar{v} . 所以 Δt 时间内通过导体截面 S 的电荷量 $\Delta q = neS\bar{v}\Delta t$,这里 n 为单位体积内的自由电子数量(或者说自由电子的数密度),这样就得到电流的表达式为

$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t} = neS\bar{v} \quad (5)$$

把式(4)代入式(5)得到

$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t} = neS \frac{Ee\lambda}{2\sqrt{2mE_k}} = \frac{n\lambda E S e^2}{2\sqrt{2mE_k}} \quad (6)$$

再利用

$$E = \frac{U}{L}$$

得到

$$I = \frac{n\lambda S e^2}{2\sqrt{2mE_k}} \frac{U}{L} \quad (7)$$

这就是欧姆定律. 与欧姆定律 $I = \frac{U}{R}$ 比较,得电阻

$$R = \frac{2\sqrt{2mE_k}}{n\lambda e^2} \frac{L}{S} \quad (8)$$

电阻率为

$$\rho = \frac{2\sqrt{2mE_k}}{n\lambda e^2} \quad (9)$$

观察式(9),发现电阻率 ρ 表达式中 E_k 为自由电子热运动的动能,按照理想气体模型,动能是正比于温度的,所以我们得到电阻率随温度升高而增大,也就是同一根电阻,温度越高,电阻越大,这对大部分常见导体是成立的. 我们也可以据此推导出焦耳定律 $Q = I^2 Rt$.

以上论证过程中,既得到了 $U-I$ 关系——欧姆定律,又能充分认识到温度对电阻率及电阻的影响,同时可以推得焦耳定律,这一过程中是电能完全转化为内能,验证了金属为纯电阻元件. 这也进一步说明了小灯泡在工作中无论温度怎样变化,仍然属纯电阻元件. 故对纯电阻元件其电阻值无论怎样变化均满足 $R = \frac{U}{I}$.

2.2.2 气体导电过程分析

气体导电过程中,电场力做功使导电离子加速后高速运动,这些高能离子再与中性原子碰撞而使电中性的气体原子电离引起链锁反应,电场能大部分转化为电离能、化学能等,极少部分碰撞中转化为内能,所以气体为非纯电阻.(此过程推荐大家阅读借鉴知乎网上作者 GT 朱老师关于《气体导电原理》的论述.)

2.2.3 半导体导电过程分析

半导体导电过程中,载流子要先消耗电场力做功,变为自由移动的带电体,才能参与电流形成及电流做功,电能除了转化为内能同样还有其他形式能的转化,所以也是非纯电阻元件.

从以上两点可以看出,气体导电与半导体导电中均有电能除与内能的转化外更多的与其他形式能之间发生了转化,故其 R 值与 $\frac{U}{I}$ 不等值.

3 $U-I$ 曲线中线性与非线性关系

研究电路中电流与电压的关系时,常采用 $U-I$ 图线法.对纯电阻电路来说,既有线性关系,即 R 是个定值,也有非线性关系,即 R 为变量的.但这个 R 却与 U 和 I 无关,是因为电路中工作电流变化引起温度等无关电学量的变化引起的,如小灯泡就是非线性的纯电阻.从另一个角度讲,可以认为只要是电流做功全部转化为内能的纯电阻均可看成线性元件.因为 $U-I$ 曲线上每个工作点都可以做一条过原点的割线,且该割线斜率就是 $U-I$ 曲线上点对应的工作电阻,如图 1 所示某元件的 $U-I$ 工作曲线是非线性的,但其上任任意点的工作电阻值如 R_1 或 R_2 却和过原点的割线的斜率是相等的,即满足 $R = \frac{U}{I}$.

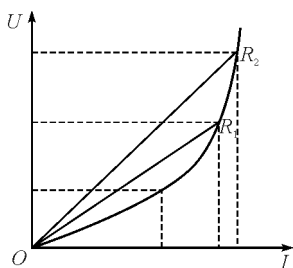


图 1 某纯电阻元件的 $U-I$ 图像

研究一下气体导电的 $U-I$ 图线(图 2)可以发现气体导电更复杂.气体介质其导电的机理主要是借助激发介质的作用(如光照等)而电离出大量带电离子,这些带电离子又在电场作用下形成电流,因而非线性明显.随电场加强,气体介质经过如下几个阶段:

(1) 欧姆导电区.基本是线性的,符合欧姆定律.电阻很高,电流很小,要高灵敏的静电计才测得

出来(电压约 1 000 V 以下).

(2) 饱和电流区.随着电场加强,电流基本不变.(电压约在 1 000 ~ 1 500 V 之间).

(3) 电流激增区.电流随电场强度快速激增,直至气体被击穿(电压约 1 500 V 以上).在该区域表现为非线性.

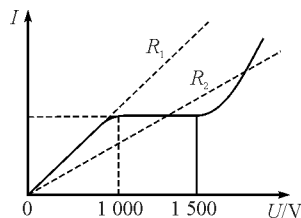


图 2 气体导电的 $I-U$ 图像

结合气体导电机理和它的 $I-U$ 图线可以看出在饱和电流区和电流激增区某工作点处的 $\frac{U}{I}$ 值与过此点的割线斜率的倒数(R_2)之间没有任何关系,故总体上来讲气体导电是非线性的,用气体做介质的电子元件是非线性元件.

对于半导体导电的 $I-U$ 曲线,如图 3 所示,由于存在 PN 结以及反向电容等,将引起电路中电压与电流的比值也不等于对应点工作电阻的值,即为非线性元件.

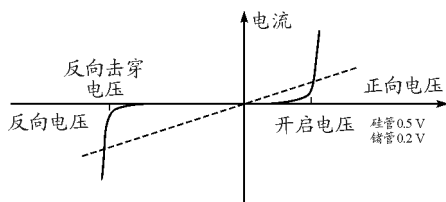


图 3 半导体导电的 $I-U$ 图像

综合看,高中教材中欧姆定律适用范围为金属导电和电解液导电. $U-I$ 图线可描述包括线性元件和非线性元件工作过程中电流、电压关系变化规律. $U-I$ 图线并不能完全适用于求电学元件工作时的电阻.线性元件与非线性元件是基于 $U-I$ 曲线而言的,对于纯电阻元件其 $U-I$ (或 $I-U$) 曲线上任意点均能找到与之对应的割线且其斜率值 $\frac{U}{I}$ (或 $\frac{I}{U}$) 就是电阻值(或电阻的倒数).所以纯电阻元件可以说都是线性元件,都服从欧姆定律;对于非纯电阻元件就不存在以上特点,均为非线性元件.