

动态电路分析时 Δ 法的 2 个实用性结论的证明

—— 定性和半定量方法在直流动态电路中的应用

王 铭

(高青燕园学校 山东 淄博 256300)

(收稿日期:2022-03-27)

摘 要:在处理动态电路分析时,广大教师发明了几种比较实用的方法.除去传统的解题思路外,“串反并同”法、“ ΔU 除以 ΔI ,选不变……”法,做到秒选选择题的境界.这2种方法实质是闭合电路欧姆定律和电路特点相结合的产物.用定性和半定量方法,来证明 Δ 法中2个实用性结论.即串联电路中电阻变化时各电阻两端电压变化的大小关系,以及变化的电压与变化的电流的比值特点;并联电路中电阻变化时各支路与干路中电流变化的大小关系,以及变化的电压与变化的电流的比值特点.

关键词:电压的变化;电流的变化;大小;比值

在处理动态电路分析时,广大教师发明了几种比较实用的方法.除去传统的解题思路外,“串反并同”法、“ ΔU 除以 ΔI ,选不变……”法,做到秒选选择题的境界.这2种方法实质是闭合电路欧姆定律和电路特点相结合的产物.下面,我们用定性和半定量方法,来证明 Δ 法中2个实用性结论.

1 实用性结论 1 的推导

推导串联电路中电阻变化时各电阻两端电压变化的大小关系,以及变化的电压与变化的电流的比值特点.

【例 1】在如图 1 所示的电路中,电源的电动势 E 保持不变,已知内阻 r ,电阻 R_1 . 闭合开关 S ,当变阻器的滑片 P 向上滑动时,电流表的示数变化为 ΔI . 电压表 V_1 的示数变化为 ΔU_1 ,电压表 V_2 的示数变化为 ΔU_2 ,电压表 V_3 的示数变化为 ΔU . 求解: ΔU 、 ΔU_1 、 ΔU_2 三者之间的大小关系.

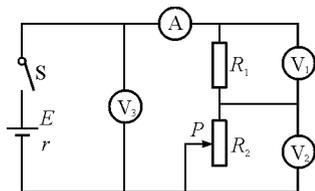


图 1 例 1 题图

下面,我们借助该题证明几个基本的常识性的二级结论.

这是由 2 个电阻组成的串联电路.当 R_2 变小时,电路的总电阻变小.根据闭合电路欧姆定律,电路的总电流增大,电源的内电压增大,路端电压减小, R_1 上的电压增大, R_2 的电压减小.

由串联电路的电压特点可知

$$U = U_1 + U_2 \quad (1)$$

由于变化为末减初,因此:增大变化量为正,减小变化量为负. U_1 增大、 U_2 减小、 U 减小.所以

$$\Delta U < 0 \quad \Delta U_1 > 0 \quad \Delta U_2 < 0 \quad (2)$$

结合式(1)、(2)得

$$-|\Delta U| = |\Delta U_1| - |\Delta U_2| \quad (\text{务必带正负号}) \quad (3)$$

由式(3)移项可得

$$|\Delta U_1| - |\Delta U_2| < 0 \quad (4)$$

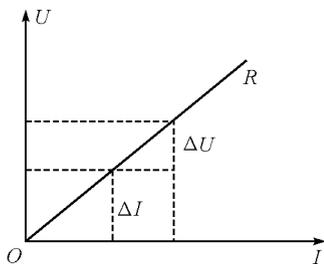
$$|\Delta U_2| - |\Delta U| = |\Delta U_1| > 0 \quad (5)$$

由式(4)和式(5)可得

$$|\Delta U_2| > |\Delta U_1| \quad |\Delta U_2| > |\Delta U| \quad (6)$$

还有 ΔU 与 ΔU_1 相比到底谁大谁小呢?

下面先看图 2. 图像是一条过原点的直线,此时,斜率表示定值电阻 R .

图2 $U-I$ 图像

$$R = \frac{U}{I} = \frac{\Delta U}{\Delta I}$$

因此可得

$$\Delta U = \Delta IR \quad (7)$$

由于

$$I = \frac{E}{R_1 + R_2 + r} \quad (8)$$

$$U_1 = IR_1 \quad (9)$$

$$U = E - Ir \quad (10)$$

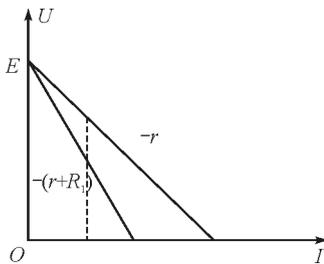
$$U_2 = E - I(r + R_1) \quad (11)$$

根据图3中直线的物理意义,类似的可以写出

$$\Delta U_1 = \Delta IR_1 \quad (12)$$

$$\Delta U = -\Delta Ir \quad (13)$$

$$\Delta U_2 = -\Delta I(R_1 + r) \quad (14)$$

图3 例1的 $E-I$ 图像

由于串联电路中电流强度处处相等,所以

$$\Delta I = \frac{|\Delta U_1|}{R_1} = \frac{|\Delta U|}{r} = \frac{|\Delta U_2|}{R_1 + r} \quad (15)$$

由式(6)和式(15),我们不难看出

$$\begin{cases} |\Delta U_2| > |\Delta U_1| > |\Delta U| & (\text{满足 } R_1 > r \text{ 时}) \\ |\Delta U_2| > |\Delta U| > |\Delta U_1| & (\text{满足 } R_1 < r \text{ 时}) \end{cases} \quad (16)$$

式(16)就是证明出的串联电路中,电压变化的大小关系:当变阻器以外的电阻的阻值大于电源内阻时,电压的变化的大小关系是,变阻器两端的电压变化最大,其次是定值电阻两端的电压变化,电源两端的电压变化最小.当变阻器以外的电阻的阻值小

于电源内阻时,电压的变化的大小关系是,变阻器两端的电压变化最大,其次是电源两端的电压变化,定值电阻两端的电压变化最小.

下面我们再对式(15)变形可得

$$\begin{cases} \frac{|\Delta U_1|}{\Delta I} = R_1 \\ \frac{|\Delta U_{\text{路}}|}{\Delta I} = r \\ \frac{|\Delta U_2|}{\Delta I} = R_1 + r \end{cases} \quad (17)$$

这就是证明出的串联电路中,变化的电压与变化的电流的比值特点:电压的变化与电流变化的比值始终为固定的常数;定值电阻两端的变化电压与其变化电流的比值等于定值电阻的阻值,路端电压的变化与电源内部变化电流的比值等于电源的内阻的阻值,变阻器两端的电压变化与其变化电流的比值等于变阻器以外的定值电阻和电源的内阻之和.(一定对应准确)

2 实用性结论2的推导

推导并联电路中电阻变化时各支路和干路中电流变化的大小关系,以及变化的电压与变化的电流的比值特点.

【例2】在如图4所示的电路中,电源的电动势 E 保持不变,已知内阻 r ,电阻 R_1 . 闭合开关 S ,当变阻器的滑片 P 左端滑动时,电流表 A 的示数变化为 ΔI ,电流表 A_1 的示数变化为 ΔI_1 ,电流表 A_2 的示数变化为 ΔI_2 ,电压表 V 的示数变化为 ΔU . 求解: ΔI 、 ΔI_1 、 ΔI_2 三者之间的大小关系.

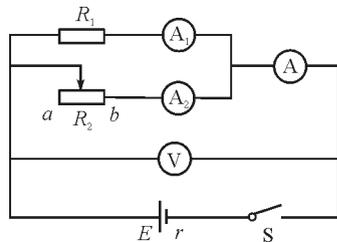


图4 例2题图

这是由2个电阻组成的并联电路.当 R_2 向 a 端滑动时电阻变大,电路的总电阻变大.根据闭合电路欧姆定律,电路的总电流减小,电源的内电压减小,路端电压增大, R_1 、 R_2 两端的电压增大,通过 R_1 中

的电流增大;由于总电流减小,所以通过 R_2 中的电流减小.

由并联电路的电流特点可知

$$I = I_1 + I_2 \quad (18)$$

由于变化为末减初,因此:增大变化量为正,减小变化量为负. I 减小、 I_1 增大、 I_2 减小. 所以

$$\Delta I < 0 \quad \Delta I_1 > 0 \quad \Delta I_2 < 0 \quad (19)$$

结合式(18)、(19)得

$$-|\Delta I| = |\Delta I_1| - |\Delta I_2| \quad (\text{务必带正负号}) \quad (20)$$

由式(20)可得

$$|\Delta I_1| = |\Delta I_2| - |\Delta I| > 0 \quad (21)$$

$$-|\Delta I| = |\Delta I_1| - |\Delta I_2| < 0 \quad (22)$$

由式(21)和(22)可得

$$\begin{cases} |\Delta I_2| > |\Delta I| \\ |\Delta I_2| > |\Delta I_1| \end{cases} \quad (23)$$

还有 $|\Delta I|$ 与 $|\Delta I_1|$ 相比到底谁大谁小呢?

下面先看图 2. 图像是一条过原点的直线,此时,斜率表示定值电阻 R .

$$R = \frac{U}{I} = \frac{\Delta U}{\Delta I}$$

因此得出

$$\Delta U = \Delta IR \quad (24)$$

由于

$$I = \frac{E}{\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} + r} \quad (25)$$

$$I_1 = \frac{U}{R_1} \quad (26)$$

$$U = U_1 = U_2 = E - Ir = E - \left(I_2 + \frac{U}{R_1} \right) r \quad (27)$$

因此

$$U = U_2 = \frac{R_1}{R_1 + r} E - \frac{r R_1}{R_1 + r} I_2 \quad (28)$$

根据图 5 中直线的物理意义,类似的可以写出

$$\Delta U = -\Delta I r \quad (29)$$

$$\Delta U_1 = \Delta I_1 R_1 \quad (30)$$

$$\Delta U_2 = -\Delta I_2 \frac{r R_1}{r + R_1} \quad (31)$$

由于并联电路两端的电压相等,所以

$$|\Delta U| = |\Delta U_1| = |\Delta U_2| = |\Delta I| r =$$

$$|\Delta I_1| R_1 = |\Delta I_2| \frac{r R_1}{r + R_1} \quad (32)$$

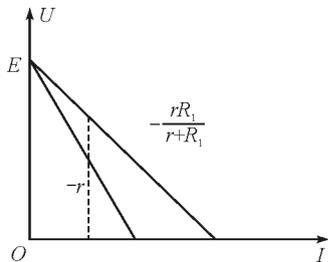


图 5 例 2 中 $E-I$ 图像

由式(23)和式(32),我们不难得出

$$\begin{cases} |\Delta I_2| > |\Delta I| > |\Delta I_1| \quad (\text{满足 } R_1 > r \text{ 时}) \\ |\Delta I_2| > |\Delta I_1| > |\Delta I| \quad (\text{满足 } R_1 < r \text{ 时}) \end{cases} \quad (33)$$

式(33)就是证明出的并联电路中电流变化的大小关系:当变阻器以外的电阻的阻值大于电源内阻时,电流的变化规律是,变阻器中电流变化最大,其次是干路电流的变化,定值电阻中的电流变化最小.当变阻器以外的电阻的阻值小于电源内阻时,电流的变化规律是,变阻器中的电流变化最大,其次是定值电阻中电流的变化,干路中的电流变化最小.

下面我们再对式(32)变形可得

$$\begin{cases} \frac{|\Delta U_1|}{\Delta I_1} = R_1 \\ \frac{|\Delta U|}{\Delta I} = r \\ \frac{|\Delta U_2|}{\Delta I_2} = \frac{r R_1}{r + R_1} \end{cases} \quad (34)$$

这就是证明出的并联电路中,变化的电压与变化的电流的比值特点:电压的变化与电流变化的比值始终为固定的常数;定值电阻两端的变化电压与通过它的变化电流的比值等于定值电阻的阻值,路端电压的变化与电源内部中变化电流的比值等于电源内阻的阻值,变阻器两端的电压变化与通过它的变化电流的比值等于变阻器以外的定值电阻和电源的内阻并联之和.

在计算变阻器以外的定值电阻和电源内阻的和的时候,要分清是串联还是并联,用对应的计算公式来计算.

以上就是对这两个实用结论的证明,不当之处,请批评指正.

参考文献

- [1] 张睿. 高考物理精选 1000 题[M]. 西安: 陕西人民出版社, 2020.