



# 匀强电场中电势差与场强关系的深度应用

翟佑彬

(重庆市第一中学校 重庆 400030)

(收稿日期:2022-05-15)

**摘要:**介绍了匀强电场中电场强度和电势(差)之间关系的一个结论,即任意两点间电势差和这两点距离的比值等于电场强度在这两点连线上的分量.同时,举例说明了这个结论在高中物理中的应用.

**关键词:**匀强电场;电势梯度;解题策略

在高中阶段,匀强电场中电场强度与电势(差)的关系主要总结为 3 条结论:

(1) 在电场强度(电场线)方向,电势逐点降低,任意两点间的电势差等于电场强度和两点在这个方向上距离的乘积,即  $U = Ed$ .

(2) 在垂直于电场强度(电场线)方向,电势逐点相等,构成垂直于电场强度(电场线)的等势面.

(3) 在任意一条(或多条互相平行)直线上,两点之间的电势差和两点间的距离成正比.

基于这 3 条结论,高考中多次出现根据匀强电场中特定几个点的电势求解空间电场强度的题目,这里仅举一例.

**【例 1】**(2012 年高考安徽卷第 18 题) 如图 1 所示<sup>[1]</sup>,在平面直角坐标系中,有方向平行于坐标平面的匀强电场,其中坐标原点  $O$  处的电势为零,点  $A$  处的电势为 6 V,点  $B$  处的电势为 3 V,则电场强度的大小为( )



图 1 2012 年高考安徽卷第 18 题题图

- A. 200 V/m                      B.  $200\sqrt{3}$  V/m  
C. 100 V/m                      D.  $100\sqrt{3}$  V/m

**分析与解答:**由结论(3), $OA$ 的中点  $C$  处电势为 3 V;再由结论(2), $BC$  连线为等势线,与电场线垂直;如图 2 所示,过  $O$  点作  $OD$  垂直  $BC$  于  $D$ ,电场线

沿  $DO$  方向,由结论(1) 有

$$E = \frac{U_{DO}}{DO} \quad (1)$$

其中  $U_{DO} = 3$  V,  $DO = 1.5$  cm,代入有  $E = 200$  V/m. 选项 A 正确.

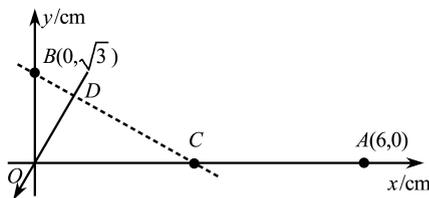


图 2 作电场线

类似题目多次出现,逐渐形成了这类题目求解的固定模式:先利用结论(3)找等势点,作等势线,由结论(2)作电场线,通过几何关系求解距离,利用结论(1)求解电场强度.而这种模式存在重要局限:一是数据不特殊可能会导致运算难度增加;二是由二维平面问题扩展到三维立体问题后几何关系难度会大大增加.

事实上,静电场中某处的电场强度等于该处电势梯度的负值<sup>[2]</sup>,即

$$\mathbf{E} = -\nabla\varphi = -\left(\frac{\partial\varphi}{\partial x}\mathbf{i} + \frac{\partial\varphi}{\partial y}\mathbf{j} + \frac{\partial\varphi}{\partial z}\mathbf{k}\right) \quad (2)$$

其中  $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$  分别为  $x, y, z$  方向的单位向量.在匀强电场中,式(2)可写为

$$E_x = -\frac{\Delta\varphi}{\Delta x} \quad E_y = -\frac{\Delta\varphi}{\Delta y} \quad E_z = -\frac{\Delta\varphi}{\Delta z} \quad (3)$$

在高中阶段,可以作如下推导:在电场强度为  $E$  的匀强电场中,沿任意直线(与场强方向夹角为  $\theta$ ,如图 3)取  $A, B$  两点,有

$$\frac{U_{AB}}{AB} = \frac{E \cdot AB \cos \theta}{AB} = E \cos \theta \quad (4)$$

即可写成匀强电场中电场强度与电势(差)关系的第4条结论:

(4) 任意两点间电势差和这两点距离的比值等于电场强度在这两点连线上的分量。

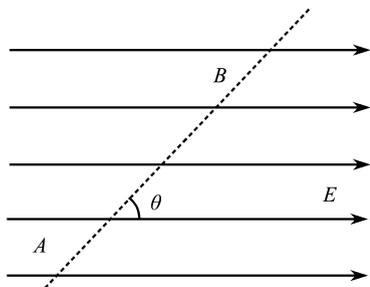


图3 电场强度示意图

由此求出3个互相垂直方向上电场强度的分量,即可矢量合成得到总的电场强度.对于例1,用结论(4)求解过程为

$$E_x = \frac{U_{OA}}{OA} = \frac{(0 - 6) \text{ V}}{6 \text{ cm}} = -100 \text{ V/m} \quad (5)$$

$$E_y = \frac{U_{OB}}{OB} = \frac{(0 - 3) \text{ V}}{\sqrt{3} \text{ cm}} = -100\sqrt{3} \text{ V/m} \quad (6)$$

$$E = \sqrt{E_x^2 + E_y^2} = 200 \text{ V/m} \quad (7)$$

这个求解过程避开了几何关系的计算,就算不是特殊的几何关系,计算难度也不会太大。

但要注意的是,在最终合成的电场分量必须要互相垂直,比如在例1中,先求出BO方向的分量  $E_{BO} = 100\sqrt{3} \text{ V/m}$  和BA方向的分量  $E_{BA} = \frac{-300}{\sqrt{39}} \text{ V/m}$ ,再

将二者合成为  $E = \frac{600}{\sqrt{13}} \text{ V/m}$ ,即为典型的错误做法,

因  $E_{BO}$  与  $E_{BA}$  仅为场强  $E$  分别在两方向上的独立分量,这样的分量原则上有无数个。

如果把问题扩展到三维立体空间,优势就更明显了。

**【例2】** 在一匀强电场空间中有一边长为1 cm的绝缘立方体框架,如图4所示,已知其中  $A_1$ 、 $B_1$ 、 $D_1$  和  $D_2$  4个点的电势分别为0、2 V、4 V、8 V,求电场强度的大小。

**分析与解:** 对于这个立体问题,不太方便通过等势点作等势面和电场线.图中很容易找到3个互相垂直的方向,可以利用结论(4)求解。

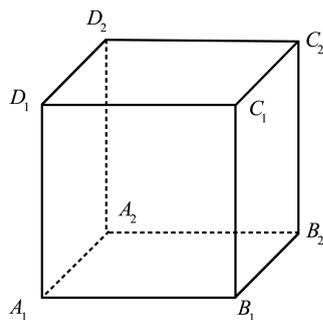


图4 例2题图

由结论(3)知  $\varphi_{D_2} - \varphi_{D_1} = \varphi_{A_2} - \varphi_{A_1}$ ,可得  $\varphi_{A_2} = 4 \text{ V}$ .以  $A_1$  为原点建立如图5所示坐标系,由结论(4)有

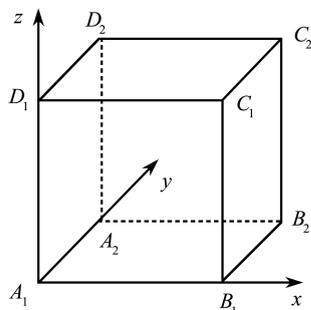


图5 以  $A_1$  为原点建立坐标系

$$E_x = \frac{U_{A_1B_1}}{A_1B_1} = \frac{(0 - 2) \text{ V}}{1 \text{ cm}} = -200 \text{ V/m} \quad (8)$$

$$E_y = \frac{U_{A_1A_2}}{A_1A_2} = \frac{(0 - 4) \text{ V}}{1 \text{ cm}} = -400 \text{ V/m} \quad (9)$$

$$E_z = \frac{U_{A_1D_1}}{A_1D_1} = \frac{(0 - 4) \text{ V}}{1 \text{ cm}} = -400 \text{ V/m} \quad (10)$$

$$E = \sqrt{E_x^2 + E_y^2 + E_z^2} = 600 \text{ V/m} \quad (11)$$

由此题,可以明显看到结论(4)在空间问题上的优越性.如果将题目中的垂直关系进行不同程度的隐藏,可构造不同难度的考题。

**【例3】**(重庆一中考题)如图6所示,在一匀强电场中作一棱长为1 cm的正四面体  $ABCD$ ,已知4个顶点的电势分别为1 V、1 V、2 V和3 V,则该匀强电场的场强大小为( )

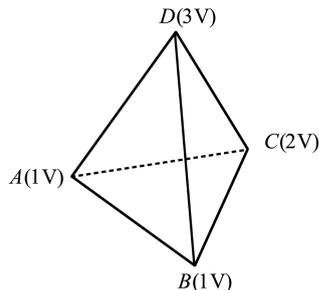


图6 例3题图

A.  $\frac{200\sqrt{3}}{3}$  V/m

B.  $50\sqrt{22}$  V/m

C. 200 V/m

D.  $100\sqrt{17}$  V/m

**分析与解:**注意到A、B两点电势相等,故AB连线为一条等势线,电场强度一定垂直于AB.如图7(a)所示,取AB边中点P,连接PD、PC,因AB垂直于PDC平面,则电场强度一定平行PDC平面.取CD边中点Q,连接PQ,显然PQ垂直于CD,在PDC平面内以Q为原点建立如图7(b)所示坐标系.

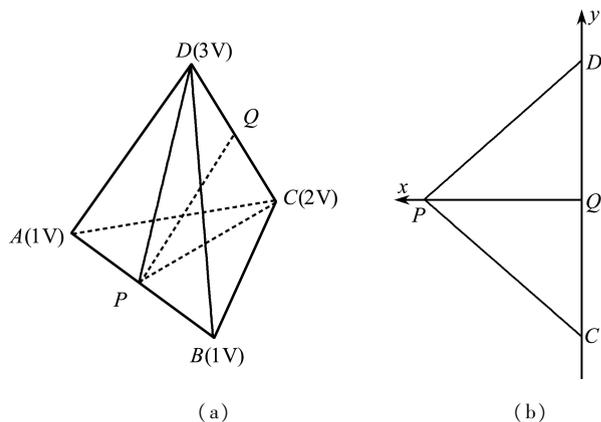


图7 根据A与B的等势关系作图

由结论(3),易得

$$\varphi_P = 1 \text{ V} \quad \varphi_Q = 2.5 \text{ V} \quad (12)$$

由几何关系,易得

$$QP = \frac{\sqrt{2}}{2} \text{ cm} \quad QD = 0.5 \text{ cm} \quad (13)$$

由结论(4),有

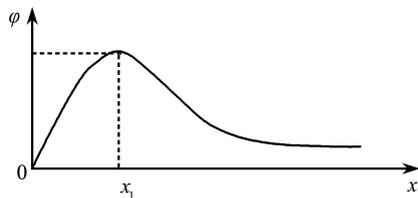
$$E_x = \frac{U_{QP}}{QP} = 150\sqrt{2} \text{ V/m} \quad (14)$$

$$E_y = \frac{U_{QD}}{QD} = -100 \text{ V/m} \quad (15)$$

$$E = \sqrt{E_x^2 + E_y^2} = 50\sqrt{22} \text{ V/m} \quad (16)$$

在非匀强电场中,结论(4)中两点的距离需要趋于零,即两点间电势差和这两点距离比值在距离趋于零时的极限等于电场强度在这两点连线上的分量.在电势-位移图像( $\varphi-x$ 图像)中表现为图像在某点斜率的负值等于该点电场强度在该位移( $x$ 轴)方向的分量.

若某电场中电势随坐标 $x$ 的关系如图8所示,则从零到 $x_1$ ,斜率为正, $E_x$ 为负,即指向 $x$ 轴负方向,逐渐减小;在 $x_1$ 处, $E_x = 0$ ;从 $x_1$ 到无限远处,斜率为负, $E_x$ 为正,即指向 $x$ 轴正方向,先增大后减小.要特别注意的是,这只能描述电场强度在 $x$ 轴的分量,在垂直于 $x$ 轴方向的情况此图不能体现,即不能得到 $x_1$ 处场强为零的结论,也不能表明从零到 $x_1$ 场强逐渐减小.

图8  $\varphi-x$ 图像

### 参考文献

- [1] 李晋. 合成法“巧解”匀强电场中的电场强度[J]. 中学物理教学参考, 2019, 6(48): 62-63.
- [2] 隆勇, 李力. 简捷求解一类匀强电场典型问题的解析式[J]. 物理教师, 2019, 9(40): 60-61.

(上接第24页)

- [4] 李学超, 李洋, 王兵. 大学物理课堂线上教学“替代”与“超越”[J]. 北京印刷学院学报, 2021, 29(S2): 122-125.
- [5] 夏昊云, 李柏, 孔德颂. 物理化学混合式教学模式的探索与实践[J]. 化学工程与装备, 2021(12): 304-305.
- [6] 张睿, 王祖源, 张志华, 等. 同济大学普通物理混合式教学的研究与实践[J]. 物理与工程, 2021, 31(6): 144-147, 152.
- [7] 潘云, 朱娴, 杨强. 大学物理实验线上线下教学探索与

实践[J]. 江苏科技信息, 2021, 38(34): 57-60.

- [8] 李淑侠, 刘晓艳, 高亚臣. 大学物理线上线下混合教学模式研究[J]. 黑龙江教育(高教研究与评估), 2021(11): 40-41.
- [9] 安瑞鑫, 闫晓霖. 基于优慕课的物理化学线上线下混合式教学初探[J]. 广州化工, 2021, 49(17): 165-166.
- [10] 常葆荣, 李淑凤, 于杰, 等. 混合教学模式在大学物理大班教学中的研究与实践[J]. 物理与工程, 2021, 31(S1): 28-34.