

# “质疑”与“建模”素养下对“尺缩钟慢”证明的再讨论

谈元凯

(上海市洋泾中学 上海 200122)

陈辰

(上海市第八中学 上海 200011)

(收稿日期:2022-05-25)

**摘要:**结合核心素养中“质疑”精神和“建模”能力两大要素,对沪科版高中物理必修二中“尺缩钟慢”效应的证明过程提出质疑和分析,讨论了两种不同建模过程下对于“尺缩”现象的结果出现偏差的原因。

**关键词:**质疑;建模;尺缩钟慢

## 1 前言

2021年9月始,上海在高一年级全面推行了新教材与新课标.其中在沪科版必修二的教学安排中,设计了“相对论初步”这一节.需要学生在学习过高中学力学的全部内容后理解牛顿运动定律的局限性,并且还要知道一些关于狭义相对论的初步概念.

结合新课标核心素养的相关要求,教师可以在教学时适当对部分学有余力的学生提出一些较为灵活和高要求的学习方式.这里结合物理核心素养中“质疑”精神和“建模”能力这两大要素<sup>[1]</sup>,对教材中“尺缩钟慢”效应的证明与推导做一个再讨论.

## 2 教材中“尺缩钟慢”的证明

### 2.1 “钟慢”效应的证明

在“钟慢”效应的证明方面,教材是这样叙述的<sup>[2]</sup>:

如图1(a)所示,假设一高铁列车沿直线轨道以匀速 $v$ 向右运动,车厢地板上一个光源向上发出一个闪光,被车厢顶部的反射镜反射回车厢地板,并用一个钟记录下光脉冲来回运动经历的时间.

假设车厢高度为 $h$ ,因为光速为 $c$ ,所以车厢里观察者看到的时间间隔为

$$\Delta t = \frac{2h}{c} \quad (1)$$

在地面上的观察者看来,当光脉冲向上传播和返回时,车厢同时在以匀速 $v$ 向右运动,因此光脉冲的路径是等腰三角形的两条斜边,如图1(b)所示.

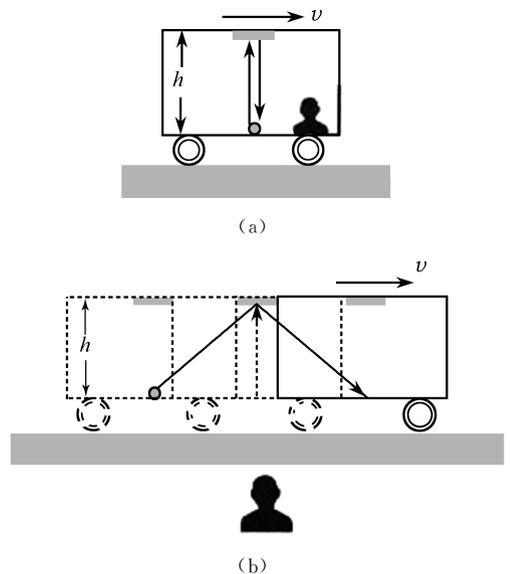


图1 “钟慢”效应分析图

如果光脉冲来回的时间间隔是 $\Delta t'$ ,则有

$$\Delta t' = \frac{2}{c} \sqrt{h^2 + \left(\frac{v\Delta t'}{2}\right)^2}$$

消去 $h$ 后可得

$$\Delta t' = \frac{\Delta t}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (2)$$

由于  $v < c$ , 所以

$$\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} > 1$$

故  $\Delta t' > \Delta t$

## 2.2 “尺缩”效应的证明

在“尺缩”效应的证明方面, 教材是这样叙述的:

如图 2(a) 所示, 在直杆的一端装上激光发射器和接收器, 另一端装上反射镜. 当发射器发出激光被反射镜反射回接收器时, 记录下激光往返的时间间隔  $\Delta t$ , 即可得到直杆的长度为

$$L = \frac{c\Delta t}{2}$$

即

$$\Delta t = \frac{2L}{c} \quad (3)$$

假设直杆所在的参考系相对地面以匀速  $v$  向右运动, 如图 2(b) 所示. 如果地面观察者测得的直杆长度为  $L'$ , 设激光从直杆左端发出到达反射镜的时间为  $\Delta t'_1$ , 因为在这段时间内直杆向前运动了  $v\Delta t'_1$  的距离, 因此有

$$c\Delta t'_1 = L' + v\Delta t'_1 \quad \Delta t'_1 = \frac{L'}{c - v} \quad (4)$$

同理, 设激光从反射镜返回接收器的时间间隔为  $\Delta t'_2$ , 如图 2(c) 所示. 在这段时间内直杆向前运动了  $v\Delta t'_2$  的距离, 因此有

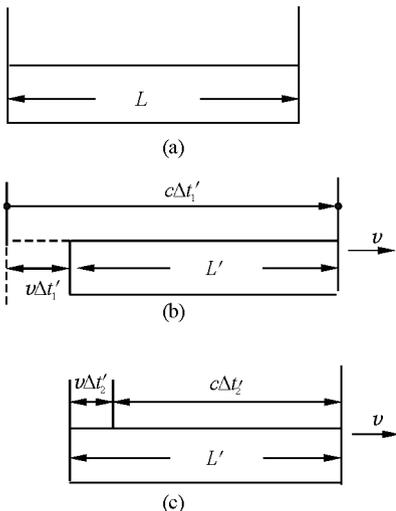


图 2 “尺缩”效应分析图

$$c\Delta t'_2 = L' - v\Delta t'_2 \quad \Delta t'_2 = \frac{L'}{c + v} \quad (5)$$

因此, 地面观察者测得总的时间间隔为

$$\begin{aligned} \Delta t' &= \Delta t'_1 + \Delta t'_2 = \\ &= \frac{L'}{c - v} + \frac{L'}{c + v} = \frac{2L'}{c \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)} \end{aligned} \quad (6)$$

注意到  $\Delta t'$  是地面观测者测得的激光从发出到接收的时间,  $\Delta t$  是相对直杆静止的观测者测得的相应的时间间隔. 根据前面讨论的时间的相对性, 两者满足关系式(2).

将式(3)、(6)代入式(2)可得

$$L' = L \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \quad (7)$$

由于  $v < c$ , 所以

$$\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} < 1$$

故

$$L' < L$$

## 3 对教材中证明过程的质疑

通过阅读教材中的证明过程可以发现, 在证明“尺缩钟慢”效应的过程中, 教材建立的模型都是光线传播的往返过程<sup>[2]</sup>.

通过思考, 可以提出这样的疑问: 如果研究光线传播过程中的某一单向过程, 能否得出“尺缩钟慢”的相对论效应呢?

### 3.1 对“钟慢”效应的质疑和论述

在图 1(a) 中, 如果只考虑光线的单向传播过程, 车厢里观察者看到光脉冲从发出至射到车厢顶部反射镜的时间间隔为

$$\Delta t = \frac{h}{c} \quad (8)$$

图 1(b) 中, 在地面上的观察者看来, 当光脉冲传播时, 光脉冲从发出至射到车厢顶部反射镜的时间间隔是  $\Delta t'$ , 则有

$$\Delta t' = \frac{\sqrt{h^2 + (v\Delta t')^2}}{c}$$

消去  $h$  后可得

$$\Delta t' = \frac{\Delta t}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (9)$$

可以发现, 式(9)与式(2)完全相符. 说明无论

取光线的单向传播过程还是往返过程,得到的相对论效应的结果是一样的,即:一个静止的观察者会发现匀速运动的参考系中所有过程都变慢了,而在这个参考系中的观察者却认为一切正常.

### 3.2 对“尺缩”效应的质疑和论述

在图 2(a) 中,如果发射器发出激光射到反射镜上时所用的时间为  $\Delta t$ ,即可得到直杆的长度为  $L = c\Delta t$ ,即

$$\Delta t = \frac{L}{c} \quad (10)$$

假设在图 2(b) 中直杆所在的参考系相对地面以匀速  $v$  向右运动,地面观察者测得的直杆长度为  $L'$ ,设激光从直杆左端发出到达反射镜的时间为  $\Delta t'$ ,考虑这段时间内直杆向前运动了  $v\Delta t'$  的距离,因此有

$$\begin{aligned} c\Delta t' &= L' + v\Delta t' \\ \Delta t' &= \frac{L'}{c-v} \end{aligned} \quad (11)$$

考虑到相对论的时间修正,满足

$$\Delta t' = \frac{\Delta t}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

将式(10)、(11)代入式(2)可得

$$L' = L \sqrt{\frac{c-v}{c+v}} \quad (12)$$

可以发现,关于长度的修正,取不同的研究过程,式(12)与式(7)的表达结果不一样.但是进一步去观察式(12)的形式,会发现:由于  $v < c$ ,所以  $\sqrt{\frac{c-v}{c+v}} < 1$ ,故  $L' < L$  还是成立的,说明这个分析过程部分地方还存在问题.

综上所述,同样取了光脉冲单向的传播过程,为什么不同的相对论效应做出来的结果是不同的呢?时间修正完全与教材的证明结果一致,但长度修正虽然能定性看出在“缩短”,但是和教材的表达式完全不同.

## 4 对两种建模过程的再论述

### 4.1 洛伦兹变换

如图 3 所示,有两个一维惯性参考系 S 和 S'. 其中惯性参考系 S 沿着  $x$  轴以匀速  $v$  相对于 S' 系向右运动.以两个惯性参考系的原点相重合的瞬间作为

计时的起点,某时刻有一事件发生在点 P,从 S 系看,P 点的位置坐标为  $x$ ,从 S' 系看,P 点的位置坐标为  $x'$ .爱因斯坦从狭义相对论的基本原理出发,导出了在 S 系中位置坐标的洛伦兹变换<sup>[3]</sup>,满足

$$x = \frac{x' - vt'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

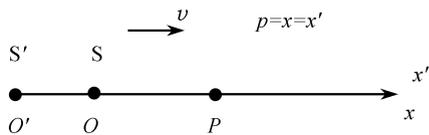


图 3 洛伦兹坐标变换

### 4.2 单向过程建模中存在的问题及原因阐述

实际上,空间中任何物体的长度应该是同一时刻观测到的物体两端点之间的位置坐标之差.所以如果以光的单向传播作为研究过程的话,起点和终点为两个不同的坐标,在相对论效应下观测到的结果都发生了变化,而地面观测者看到的直杆长度其实是两个端点的坐标之差.

所以教材中为了避免两个坐标都发生变化引起的偏差,巧妙地设计了往返过程,起点终点都是同一个点,所以只牵涉了一个坐标的洛伦兹变换.

如果依旧要选用光的单向传播作为研究过程,就必须同时对两个端点的坐标进行变换,可以做如下推导.

如图 4 所示,在光线单向传播过程中,从直杆所在的参考系 S 来看,直杆的长度应该为  $L = x_2 - x_1$ .从地面上的观察着来看,直杆的长度应该为

$$L' = x'_2 - x'_1$$

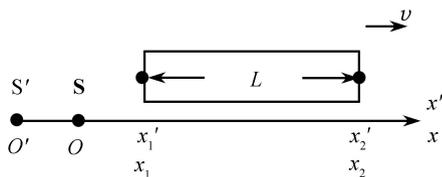


图 4 洛伦兹变换下的“尺缩”效应

根据洛伦兹变换有

$$x_1 = \frac{x'_1 - vt'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad x_2 = \frac{x'_2 - vt'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

则

$$x_2 - x_1 = \frac{x'_2 - vt'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - \frac{x'_1 - vt'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{x'_2 - x'_1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

# 利用整体法巧解两道动力学难题

郑 金

(凌源市职教中心 辽宁 朝阳 122500)

(收稿日期:2022-09-01)

**摘要:**利用质心坐标公式和质心运动定理推导了系统牛顿第二定律的表达式,对两道有关多个物体相对运动的动力学问题的解法进行探讨,并且给出非常巧妙的解答方法.

**关键词:**质点组;动力学方程;关联运动;相对加速度;整体

对于同一平面内相互作用的几个质点,无论各质点的加速度是否相同,都可选择整体为研究对象在某一方应用牛顿第二定律列方程.特别是对于多个相互作用物体的相对运动问题,利用这种整体法来解答,可化繁为简,巧妙快捷.

## 1 推导系统牛顿第二定律的表达式

以相互作用的两个质点沿同一直线运动为例,

$$L = \frac{L'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

化简后得

$$L' = L \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \quad (13)$$

可以发现,根据洛伦兹变换,同时修正直杆初、末坐标的表达式,得出的结果与教材中利用光线往返运动获得的结论完全一样.

而在“钟慢”效应中,在运动的高铁车厢里由于教材设计的研究过程是光线竖直射出,与高铁的水平运动方向垂直,所以在这个方向上长度不会受到相对论效应的影响,即便换成单向性的过程,运算的结果也和往返过程得出的结果没有任何差异.

## 5 结束语

对于教材的处理,无论是教师备课还是学生学习,都要反复精读教材中的内容,阅读的同时需要不断思考教材的行文逻辑和编写意图.

本文从教材中“尺缩钟慢”效应证明的角度出发,对课本的证明过程提出质疑,通过对比教材选取

设质点 A 和 B 的质量分别为  $m_1$  和  $m_2$ ,在某一时刻的加速度分别为  $a_1$  和  $a_2$ ,合外力大小为  $F$ ,作用点在质点 A 上,相互作用力大小为  $f$ ,若利用隔离法对各质点分别应用牛顿第二定律列方程,则有

$$F - f = m_1 a_1 \quad f = m_2 a_2$$

由两个方程相加得

$$F = m_1 a_1 + m_2 a_2$$

可见,这个方程不含内力,是把相互作用的两个

的物理过程与自己建立的物理过程中在推理上的差异,进一步明确了如何通过建模、分析、推理去描述狭义相对论中的“尺缩钟慢”效应.

从教研、备课的角度来说,本文的再讨论可以是作为课堂教学以及各位同行在备课时对于这一章节的教学参考资料.

从教学的角度来说,结合单元教学设计,本文的论述可以作为一次单元教学设计的单元作业,学生在理解了狭义相对论的基本原理和“尺缩钟慢”效应后对于教材上的一些证明去探究新的研究方式,提出疑问的同时也展开研究,查阅资料做出合理的论述,这也是提升学生核心素养的一次机会.

## 参 考 文 献

- [1] 中华人民共和国教育部. 普通高中物理课程标准(2017年版 2020年修订)[S]. 北京:人民教育出版社, 2020:4-5.
- [2] 上海市中小学(幼儿园)课程改革委员会. 高中物理必修二[M]. 上海:上海科学技术出版社,2021:95, 97.
- [3] 马文蔚. 物理学下册[M]. 5版. 北京:高等教育出版社, 2006:268-269.